

Влияние размеров и поляризующего магнитного поля при определении материальных констант ферромагнетиков в условиях магнитомеханического резонанса

© И.В. Линчевский, О.Н. Петрищев

Национальный технический университет Украины „Киевский политехнический институт“,
03056 Киев, Украина
e-mail: igorv12009@gmail.com

(Поступило в Редакцию 30 июля 2012 г. В окончательной редакции 20 марта 2013 г.)

Построена математическая модель магнитомеханических колебаний сжатия-растяжения ферромагнетика в форме прямоугольного параллелепипеда при наличии поляризующего магнитного поля. Получено уравнение, решение которого позволяет определить резонансные частоты колебаний при различных соотношениях длины и размеров поперечного сечения образца, а также поляризующего магнитного поля. На примере образца из иттриевого феррит-граната проведено сравнение результатов расчета с данными экспериментальных измерений. Получено экспериментальное значение компоненты тензора упругости иттриевого феррит-граната.

Введение

Как известно, для создания вынужденных магнитомеханических колебаний ферромагнетик (ФМ) помещают одновременно в постоянное (поляризующее) и переменное магнитные поля (МП). При этом постоянная составляющая индукции МП должна быть меньше индукции насыщения МП. При таких условиях ФМ за счет магнитострикции совершает вынужденные колебания с частотой переменного МП.

Выявить колебания ФМ можно, например, в структурах, состоящих из слоев ФМ и пьезоэлектрика [1,2]. При этом ФМ совершает магнитомеханические колебания, а с помощью пьезоэлектрика осуществляется регистрация этих колебаний. Поскольку ФМ, помещенный в постоянное МП, обладает пьезомагнитными свойствами, то логично регистрацию вынужденных магнитомеханических колебаний производить, измеряя изменения переменной составляющей намагниченности ФМ, которые возникают при механических деформациях последнего. Выявить такие изменения намагниченности можно, например, наблюдая за изменениями индуктивности катушки с кольцевым сердечником, который не зажат витками [3].

В работах [4,5] предложено регистрировать изменения намагниченности магнитооптического кристалла из иттриевого феррит-граната (YIG) в области магнитомеханического резонанса с помощью эффекта Фарадея, а в работе [5] для регистрации изменений намагниченности дополнительно используют эффект Коттона–Мутона. При этом использована модель магнитомеханических колебаний образца в форме тонкого стержня. Однако на практике форма образца чаще оказывается ближе к форме прямоугольного параллелепипеда. Отличие реальной формы колеблющегося тела от принятой математической модели, а также изменение модулей упругости ФМ под действием поляризующего МП приводят к отличию экспериментально определяемых резонансных частот

магнитомеханических колебаний образца от расчетных. Это, в свою очередь, приводит к принципиальным неточностям в определении материальных констант ФМ [4].

Измеренные в работе [4] значения для резонансных частот с использованием YIG в форме прямоугольного параллелепипеда оказались заниженными на 3% от рассчитанных с использованием модели тонкого стержня. При этом поляризующее МП приводит к увеличению модулей упругости и, как следствие, вызывает увеличение резонансной частоты колебаний, а отличие формы образца от модели тонкого стержня приводит к ее снижению [6]. Эти два фактора служат причиной ошибок при экспериментальном определении материальных констант, которые тем или иным образом влияют на резонансную частоту. Поэтому расчет резонансной частоты колебаний ФМ в виде прямоугольного параллелепипеда, находящегося в условиях магнитомеханического резонанса, является актуальным. В работе [7] изложена общая методика расчета напряженно-деформированного состояния изотропных упругих тел конечных размеров. Однако метод расчета резонансных частот анизотропных упругих тел (кристаллов) конечных размеров, обладающих пьезомагнитными эффектами, на сегодня отсутствует.

Целью настоящей работы является построение математической модели колебаний сжатия-растяжения ФМ в форме прямоугольного параллелепипеда, нахождение резонансных частот его низкочастотных мод в зависимости от соотношения его линейных размеров и параметров поляризующего МП. В частности, используя экспериментальные данные работы [4], с помощью предлагаемой модели будет найдена одна из компонент тензора упругости для YIG.

Математическая модель

Рассмотрим вынужденные гармонические колебания магнитострикционного параллелепипеда размерами

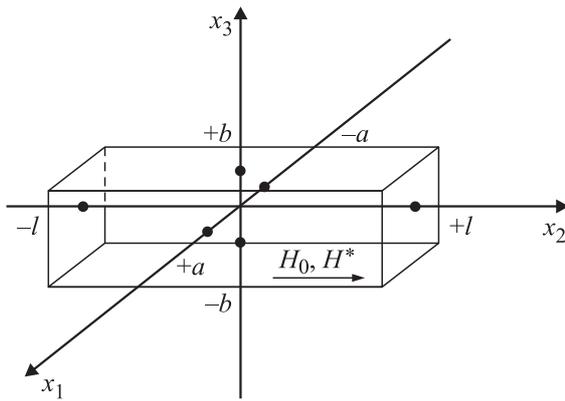


Рис. 1. Схема исследуемой модели.

$2l \times 2a \times 2b$ (рис. 1). Для обеспечения условий магнетомеханического резонанса в ФМ, как уже говорилось, создают постоянное (поляризующее) МП с вектором напряженности \mathbf{H}_0 и переменное МП с частотой ω и с вектором напряженности $\mathbf{H}^* \exp(i\omega t)$. При этом $H_0 \gg H^*$. Здесь и далее по тексту звездочкой отмечены амплитудные значения переменных величин. Если вектор \mathbf{H}_0 напряженности постоянного МП ориентирован вдоль оси Ox_2 (рис. 1), то в этом случае матрица пьезомагнитных модулей в линейном приближении записывается следующим образом [4]:

$$|M_{k\alpha}| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{16} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{34} & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad \alpha \Leftrightarrow i, j, \quad (1)$$

где $m_{21} = m_{23} = m_2 H_0$, $m_{22} = m_1 H_0$, $m_{16} = m_{34} = \frac{m_1 - m_2}{2} H_0$, m_1 и m_2 — экспериментально определяемые константы.

Под действием переменного МП в ФМ возникают упругие деформации $\varepsilon_{kl}(x_k, t) = \varepsilon_{kl}^*(x_k) \exp(i\omega t)$, которые сопровождаются механическими напряжениями $\sigma_{ij}(x_k, t) = \sigma_{ij}^*(x_k) \exp(i\omega t)$. Физическое состояние материала определяется системой уравнений [8]:

$$\begin{cases} \sigma_{ij}^* = c_{ijkl} \varepsilon_{kl}^* - m_{kij} (H_k^* + h_k^*), \\ B_q^* = m_{qmn} \varepsilon_{mn}^* + \mu_{qs} (H_s^* + h_s^*), \end{cases} \quad (2)$$

где c_{ijkl} — компонента тензора упругости, экспериментально определяемая в отсутствие МП, B_q^* — компонента вектора магнитной индукции, h_k^* — компонента вектора напряженности внутреннего МП, появление которого обусловлено механическими деформациями, μ_{qk} — компонента тензора магнитной проницаемости при отсутствии деформаций. В дальнейшем будем полагать, что матрицы $|c_{ijkl}|$ и $|\mu_{qs}|$ соответствуют кристаллам кубической симметрии.

Колебания материальных частиц удовлетворяют второму закону Ньютона:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}^*}{\partial x_j} + \rho \omega^2 u_i^* = 0 \quad \forall x_k \in V, \quad (3)$$

где ρ — плотность, V — объем, $u_i(x_k, t) = u_i^*(x_k) \times \exp(i\omega t)$ — компоненты вектора смещения материальных частиц.

Компоненты механических напряжений σ_{ij} на свободной от механических контактов поверхности S образца удовлетворяют граничным условиям

$$n_i \sigma_{ij} = 0 \quad \forall x_k \in S, \quad (4)$$

где n_i — компонента вектора единичной нормали к поверхности S .

Поскольку $\mu_{qs} \gg \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Н/м, можно считать, что силовые линии МП втягиваются в объем образца, тогда $B_1 = B_3 = 0$, $\frac{\partial B_2}{\partial x_2} = 0$. Граничные условия для МП имеют вид

$$\begin{aligned} B_1|_{x_1=\pm a} &= 0, & (H^* + h_2^*)|_{x_1=\pm a} &= H_{\text{sur}}^*|_{x_1=\pm a}, \\ B_2|_{x_2=\pm l} &= \mu_0 H_{\text{sur}}^*, & h_1|_{x_2=\pm l} &= 0, & h_3|_{x_2=\pm l} &= 0, \\ B_3|_{x_3=\pm b} &= 0, & (H^* + h_2^*)|_{x_3=\pm b} &= H_{\text{sur}}^*|_{x_3=\pm b}, \end{aligned} \quad (5)$$

где H_{sur}^* — компонента вектора напряженности внешнего переменного МП на поверхности образца.

Будем считать, что в образце возбуждаются исключительно колебания сжатия-растяжения. Тогда деформация сдвига $\varepsilon_{12} = \varepsilon_{23} = 0 \quad \forall x_k \in V$, следовательно, h_1 и $h_3 = 0 \quad \forall x_k \in V$. Будем также полагать, что МП h_2 однородно по поперечному сечению.

При вышеперечисленных условиях уравнения (3) принимают вид

$$c_{11} \frac{\partial^2 u_1^*}{\partial x_1^2} - c_{12} \left(\frac{\partial^2 u_1^*}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_1^*}{\partial x_3^2} \right) + \rho \omega^2 u_1^* = 0, \quad (6)$$

$$-c_{12}^B \left(\frac{\partial^2 u_2^*}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_2^*}{\partial x_3^2} \right) + c_{11}^B \frac{\partial^2 u_2^*}{\partial x_2^2} + \rho \omega^2 u_2^* = 0, \quad (7)$$

$$-c_{12} \left(\frac{\partial^2 u_3^*}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_3^*}{\partial x_2^2} \right) + c_{11} \frac{\partial^2 u_3^*}{\partial x_3^2} + \rho \omega^2 u_3^* = 0, \quad (8)$$

$$c_{12}^B = c_{12} + \frac{m_{22} m_{21}}{\mu_{22}}, \quad c_{11}^B = c_{11} + \frac{m_{22}^2}{\mu_{22}}, \quad (9)$$

где c_{11}^B и c_{12}^B — компоненты тензора упругости при наличии МП H_0 .

Однородные решения уравнений (6)–(8) удовлетворяют условиям симметрии

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} \Big|_{x_1=\pm a} = 0, \quad \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \Big|_{x_2=\pm l} = 0, \quad \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \Big|_{x_3=\pm b} = 0. \quad (10)$$

После представления этих решений в виде ряда по ортогональным функциям общие решения уравнений (6)–(8) с учетом неоднородных решений в области

низких частот определяются выражениями

$$\begin{aligned}
 u_1^*(x_1, x_2, x_3) &= 2A_1\alpha_1 \sin \frac{\pi x_1}{2a} \cos \frac{\pi x_2}{l} + C_1 \sin \gamma x_1, \\
 u_2^*(x_1, x_2, x_3) &= 2A_2\alpha_2 \sin \frac{\pi x_2}{2l} + \frac{\pi l \phi_2}{\lambda(\pi^2 - (\lambda l)^2)} \\
 &\quad \times \left(\sin \lambda x_2 - \sin \frac{\pi x_2}{l} \right) + C_2 \sin \lambda x_2, \\
 u_3^*(x_1, x_2, x_3) &= 2A_3\alpha_3 \cos \frac{\pi x_2}{l} \sin \frac{\pi x_3}{2b} + C_3 \sin \gamma x_3,
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

где

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 &= \frac{\sin(\xi l + \pi)}{\xi l + \pi} + \frac{\sin(\xi l - \pi)}{\xi l - \pi}, \\
 \alpha_2 &= \frac{2}{2\lambda l - \pi} \sin\left(\lambda l - \frac{\pi}{2}\right) - \frac{2}{2\lambda l + \pi} \sin\left(\lambda l + \frac{\pi}{2}\right), \\
 \alpha_3 &= \frac{\sin(\xi l + \pi)}{\xi l + \pi} + \frac{\sin(\xi l - \pi)}{\xi l - \pi}, \\
 \xi^2 &= -\frac{c_{11}}{c_{12}} \gamma^2 + \frac{\pi^2 c_{11}}{4a^2 c_{12}}, \quad \zeta^2 = -\frac{c_{11}}{c_{12}} \gamma^2 + \frac{\pi^2 c_{11}}{4b^2 c_{12}}, \\
 \gamma^2 &= \rho \omega^2 / c_{11}, \quad \lambda^2 = \rho \omega^2 / c_{11}^B, \\
 \phi_2 &= \frac{c_{12}^B}{c_{22}^B} \left(A_1 \alpha_1 \frac{\pi^2}{2al} \cos \frac{\pi x_1}{2a} + A_3 \alpha_3 \frac{\pi^2}{2bl} \cos \frac{\pi x_3}{2b} \right),
 \end{aligned}$$

где $A_1, A_2, A_3, C_1, C_2, C_3$ — амплитудные коэффициенты.

Используя условие отсутствия деформаций кручения, $\text{rot } \mathbf{u} = 0$, а также граничные условия (4), получим систему

$$\begin{cases}
 A_1 a_{11} + A_2 \varepsilon_1 = 0, \\
 A_2 \varepsilon_2 + A_3 a_{23} = 0, \\
 A_1 a_{31} + A_3 a_{33} = 0, \\
 A_2 a_{42} + A_3 a_{43} + C_1 a_{44} + C_2 a_{45} + C_3 a_{46} = m_{21} H^*, \\
 A_1 a_{51} + A_3 a_{53} + C_1 a_{54} + C_2 a_{55} + C_3 a_{56} = 0, \\
 A_1 a_{61} + A_2 a_{62} + C_1 a_{65} + C_3 a_{66} = \frac{m_{21}}{c_{12}} H^*,
 \end{cases}
 \tag{12}$$

в которой использованы обозначения

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= -\alpha_1 \frac{\pi}{l} \left[\left(2 + \frac{\pi^3 l c_{12}^B}{4a^2 \lambda (\pi^2 - (\lambda l)^2) c_{11}^B} \right) \sin \frac{\pi x_2}{l} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\pi^3 l c_{12}^B}{4a^2 \lambda (\pi^2 - (\lambda l)^2) c_{11}^B} \sin \lambda x_2 \right] \sin \frac{\pi x_1}{2a}, \\
 a_{23} &= -\alpha_3 \frac{\pi}{l} \left[\left(2 + \frac{\pi^3 l c_{12}^B}{4b^2 \lambda (\pi^2 - (\lambda l)^2) c_{11}^B} \right) \sin \frac{\pi x_2}{l} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{\pi^3 l c_{12}^B}{4b^2 \lambda (\pi^2 - (\lambda l)^2) c_{11}^B} \sin \lambda x_2 \right] \sin \frac{\pi x_3}{2b}, \\
 a_{31} &= \alpha_1 \frac{\sin \frac{\pi x_1}{2a}}{\frac{\pi x_1}{2a}}, \quad a_{33} = -\alpha_3 \frac{\sin \frac{\pi x_3}{2b}}{\frac{\pi x_3}{2b}},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_{42} &= 2c_{12}\alpha_2 \frac{\pi}{2l} \cos \frac{\pi x_2}{2l}, \\
 a_{43} &= \frac{\pi}{2b} \alpha_3 \left[2 \cos \frac{\pi x_2}{l} + \frac{\pi^2 l c_{12}^B}{\lambda(\pi^2 - (\lambda l)^2) c_{11}} \right. \\
 &\quad \left. \times \left(\lambda \cos \lambda x_2 - \frac{\pi}{l} \cos \frac{\pi x_2}{l} \right) \right] \cos \frac{\pi x_3}{2b}, \\
 a_{44} &= c_{11} \gamma \cos \gamma a; \quad a_{45} = \lambda c_{12} \cos \lambda x_2; \quad a_{46} = \gamma c_{12} \cos \gamma x_3, \\
 a_{51} &= \frac{\alpha_1 \pi}{2a} \left[\frac{\pi^2 (\cos(\lambda l) + \frac{\pi}{\lambda l})}{\pi^2 - (\lambda l)^2} - 2 \right] \cos \frac{\pi x_1}{2a}, \\
 a_{53} &= \frac{\alpha_3 \pi}{2b} \left[\frac{\pi^2 (\cos(\lambda l) + \frac{\pi}{\lambda l})}{\pi^2 - (\lambda l)^2} - 2 \right] \cos \frac{\pi x_3}{2b}, \\
 a_{54} &= \gamma \cos \gamma x_1, \quad a_{55} = \lambda \cos \lambda l, \quad a_{56} = \gamma \cos \gamma x_3, \\
 a_{61} &= \frac{\pi \alpha_1}{2a} \left[2 \cos \frac{\pi x_2}{l} + \frac{\pi^2 c_{12}^B}{c_{11}^B (\pi^2 - (\lambda l)^2)} \right. \\
 &\quad \left. \times \left(\cos \lambda x_2 - \frac{\pi}{2l} \cos \frac{\pi x_2}{l} \right) \right] \cos \frac{\pi x_1}{2a}, \\
 a_{62} &= \frac{\pi \alpha_2}{l} \cos \frac{\pi x_2}{2l}, \quad a_{64} = \gamma \cos \gamma x_1, \\
 a_{65} &= \lambda \cos \lambda x_2, \quad a_{66} = \frac{c_{11}}{c_{12}} \gamma \cos \gamma b, \\
 \varepsilon_1 &= 2\alpha_1 \sin \frac{\pi x_2}{2l} \lim_{n \rightarrow 0} \left[\frac{\pi n}{a} \sin \left(\frac{\pi n x_1}{a} \right) \right], \\
 \varepsilon_2 &= 2\alpha_2 \sin \frac{\pi x_2}{2l} \lim_{m \rightarrow 0} \left[\frac{\pi m}{b} \sin \left(\frac{\pi m x_3}{b} \right) \right],
 \end{aligned}$$

при этом $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \left(\frac{a}{b} \right)^2 \frac{x_3}{x_1}$.

Приравняв определитель системы уравнений (12) нулю и усредняя по линейным размерам образца функции $\cos \gamma x_1, \cos \lambda x_2$ и $\cos \gamma x_3$, получим частотное уравнение

$$\begin{aligned}
 \frac{\text{tg } \lambda l}{\lambda l} \left[2c_{12} \frac{\text{tg } \gamma a}{\gamma a} \frac{\text{tg } \gamma b}{\gamma b} - c_{11} \left(\frac{\text{tg } \gamma a}{\gamma a} + \frac{\text{tg } \gamma b}{\gamma b} \right) \right] \\
 = -\frac{(c_{11})^2}{c_{12}} + c_{12} \frac{\text{tg } \gamma a}{\gamma a} \frac{\text{tg } \gamma b}{\gamma b}.
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

Первый корень λ_1 уравнения (13) определяет линейную резонансную частоту f_r колебаний сжатия-растяжения образца в низкочастотной области

$$f_r = \frac{\lambda_1}{2\pi} \sqrt{c_{11}^B / \rho}.
 \tag{14}$$

Параметрами, влияющими на величину f_r , являются размеры поперечного сечения и их соотношение с длиной образца. Выражение (14) совместно с (9) позволяет учесть влияние постоянного МП на изменение жесткости образца и последующее изменение его резонансной частоты колебаний. Наглядное представление о влиянии соотношения размеров образца и МП на резонансную частоту образца может дать зависимость нормированной

резонансной частоты колебаний ФМ f_r/f_0 от этого соотношения:

$$f_r/f_0 = 0.007\lambda_1 \sqrt{1 + (m_1 H_0)^2 / \mu_{22} c_{11}}, \quad (15)$$

где f_0 соответствует резонансной частоте колебаний тонкого стержня ($a, b \rightarrow 0$) при $H_0 = 0$.

Важным параметром колеблющегося ФМ образца является величина df_r/dH_0 , характеризующая чувствительность образца к изменению его резонансной частоты:

$$df_r/dH_0 = \lambda_1 m_1^2 H_0 / 2\pi \mu_{22} \sqrt{\rho c_{11}^B}. \quad (16)$$

С помощью выражения (14) возможно определение константы m_1 . Для этого измеряют при заданном значении постоянного МП H_{01} соответствующую этому МП резонансную частоту f_{r1} . Затем изменяют МП до другого значения H_{02} и определяют новую частоту f_{r2} . По полученным данным вычисляют соотношение $\Delta f_r / \Delta H_0$, значение m_1 находят по выражению

$$m_1 = \frac{2\pi}{\lambda_r} \sqrt{\frac{\rho \mu_{22} f_r}{H_0} \frac{\Delta f_r}{\Delta H_0}}. \quad (17)$$

Обсуждение полученных результатов

На рис. 2 приведены результаты расчета зависимости f_r/f_0 для образца YIG в зависимости от его соотношения l/a (в случае $a = b$). При расчетах учитывались табличные значения параметров для кристалла YIG [9]: $c_{11} = 268$, $c_{12} = 110.6$ ГПа, $\rho = 5.17$ кг/м³, а также значения $\mu_{22} = 4 \cdot 10^{-5}$ Н/м, $m_{22} = 1060$ Т при $H_0 = 500$ А/м [4].

Согласно работе [4], для образца из YIG длиной $2l = 15$ мм, квадратного сечения и соотношением сторон $l/a = 3.75$ при значении поляризующего поля

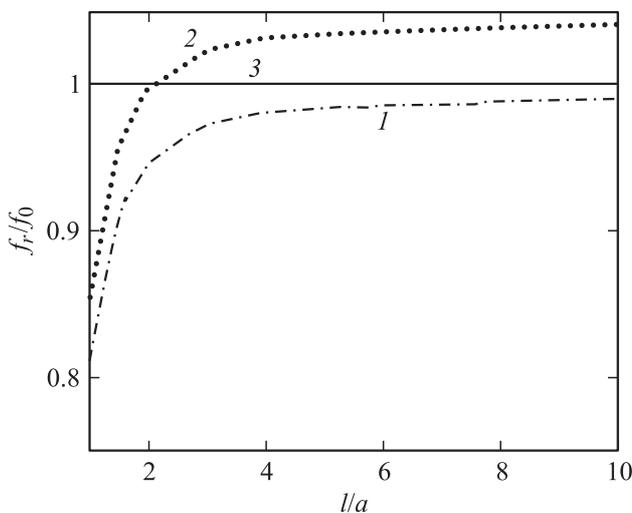


Рис. 2. Зависимости нормированной резонансной частоты колебаний от соотношения сторон образца l/a (при $a = b$): 1 — МП $H_0 = 0$, 2 — $H_0 = 500$ А/м, 3 — $H_0 = 0$, $l/a \rightarrow \infty$.

$H_0 = 500$ А/м экспериментально измеренное значение резонансной частоты составило $f_r = 171.2$ кГц. Если принять $H_0 = 500$ А/м и использовать табличные значения для YIG, то резонансная частота в соответствии с выражением (14) составляет 169.9 кГц, а при $H_0 = 0$ соответственно 161.7 кГц.

Незначительное (в пределах 1%) расхождение экспериментальных и теоретических значений связано в первую очередь с отличием истинных значений материальных констант данного образца от использованных нами табличных значений. При значении резонансной частоты $f_r = 171.2$ кГц в соответствии с выражением (14) компонента тензора модуля уругости образца YIG должна быть равна $c_{11}^B = 300.6$ ГПа, а без учета влияния МП — $c_{11} = 271.9$ ГПа. Отметим, что приводимые в литературе экспериментальные данные для компонент тензора модуля уругости несколько различаются. Так, для модуля уругости c_{11} YIG имеются два значения: $c_{11} = 268$ ГПа [9] и $c_{11} = 269$ ГПа [10]. Таким образом, полученное нами значение c_{11} наиболее близко к результату работы [10] (отличие $\sim 1\%$). Для кристалла YIG в виде образца с параметрами, представленными выше (при $a = b = 2$ мм), расчетное значение $df_r/dH_0 = 34$ (Гц · м)/А.

Заключение

Предложена математическая модель колебаний ФМ кристалла кубической сингонии в форме прямоугольного параллелепипеда. Найдена зависимость резонансной частоты магнитомеханических колебаний от соотношения размеров образца и величины поляризующего МП. С привлечением экспериментальных данных [4] на основании предложенной математической модели найдено значение для компоненты c_{11} тензора уругости YIG. Удовлетворительное (в пределах 1%) совпадение полученного значения c_{11} с результатами работ других авторов подтверждает правильность нашей модели, которая может быть использована при определении материальных констант ФМ. Из модели также следует (см. выражение (16)) возможность экспериментального определения постоянной m_1 в составе элементов матрицы пьезомагнитных модулей.

Список литературы

- [1] Филиппов Д.А., Лалетин В.М., Srinivasan G. // ЖТФ. 2012. Т. 82. Вып. 1. С. 47–51.
- [2] *Ferroelectrics-Physical Effects* / Ed. by A. Muckaa, Lallart I. Shanghai: In Tech, 2011. 654 p.
- [3] Linchevskiy I.V., Petrishev O.N., Trohimets V.A. // Ukr. J. Phys. 2010. Vol. 55. N 8. P. 947–952.
- [4] Linchevskiy I.V., Petrishev O.N. // Ukr. J. Phys. 2011. Vol. 56. N 5. P. 496–502.
- [5] Линчевский И.В., Шевченко Т.И., Тронько В.Д. // Опт. и спектр. 2013. Т. 114. № 1. С. 124–128.
- [6] Кэди У. Пьезоэлектричество и его практическое применение. М.: ИЛ, 1949. 717 с.

- [7] *Гринченко В.Т.* Равновесие и установившиеся колебания упругих тел конечных размеров. Киев: Наукова думка, 1978. 264 с.
- [8] *Власов К.Б.* // ФММ. 1956. № 3. С. 551–553.
- [9] *Baletan T.B.* // J. Appl. Phys. 1966. Vol. 37. N 5. P. 2194–2195.
- [10] *Clark A.E., Strakna R.E.* // J. Appl. Phys. 1961. Vol. 32. N 6. P. 1172.