Журнал технической физики, 2013, том 83, вып. 10

04

# Расчет силы, действующей на релятивистский электронный пучок, распространяющийся в плотной газоплазменной среде, со стороны омического плазменного канала

© А.С. Мануйлов

Санкт-Петербургский государственный университет, математико-механический факультет,
Научно-исследовательский институт математики и механики им. В.И. Смирнова,
198504 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: man06@mail.ru

(Поступило в Редакцию 31 января 2013 г.)

Рассмотрена задача о взаимодействии смещенного в поперечном направлении омического плазменного канала с параксиальным азимутально-симметричным релятивистским электронным пучком, распространяющимся в плотной газоплазменной среде. В рамках „жесткой“ модели пучка и канала получена формула для определения силы пучково-канального взаимодействия в случае произвольного смещения оси симметрии плазменного канала относительно соответствующей оси пучка. Проведено сравнение указанных сил, рассчитанных в беннетовском и гауссовском случаях радиальных профилей пучка и канала.

## Введение

В последние годы новые области применения релятивистских электронных пучков (РЭП) делают актуальным дальнейшее исследование динамики транспортировки РЭП в плотных и разреженных газоплазменных средах [1–16]. Особый интерес в комплексе проблем, связанных с транспортировкой РЭП, представляет исследование методов стабильной проводки пучка по омическим и ионным плазменным каналам. В частности, в работах [10–13] рассмотрен ряд ситуаций, когда реализуется стабилизирующее влияние предварительно созданных плазменных каналов на транспортировку РЭП. В работе [10] были представлены результаты численного моделирования пучково-плазменного взаимодействия при транспортировке РЭП по омическим плазменным каналам с учетом генерации проводимости в результате ударной и лавинной ионизации фоновой газоплазменной среды. Для рассматриваемого случая было показано, что в головной части пучка имеет место электростатическое притяжение РЭП к каналу (так называемый трекинг пучка). Кроме того, в основной части РЭП наблюдается выталкивание пучка из плазменного канала. Очевидно, что последний эффект обусловлен увеличением проводимости в канале за счет ударной и лавинной ионизаций фонового газа и соответствующим ростом в окрестности оси канала обратного плазменного тока, который при развитии резистивной шланговой неустойчивости пучка играет дестабилизирующую роль [16].

В настоящей работе в рамках „жесткой“ модели пучка и канала проведен вывод формулы для расчета трекинг-силы, действующей на РЭП со стороны омического плазменного канала при произвольных амплитудах смещения оси симметрии пучка относительно соответствующей оси канала.

## Постановка и решение задачи

Рассмотрим параксиальный моноэнергетический аксиально-симметричный РЭП с произвольным радиальным профилем плотности тока, распространяющийся в плотной газоплазменной среде по предварительно созданному омическому каналу с радиальным профилем проводимости $\sigma_{\text{ch}}(r)$ вдоль оси $z$ цилиндрической системы координат $(r, \theta, z)$. Ограничимся далее случаем высокой проводимости канала, когда выполнено условие полной нейтрализации пространственного заряда РЭП ($4\pi\sigma_{\text{ch}}(0)R_b/c \gg 1$, $R_b$ — характерный радиус пучка, $c$ — скорость света). Будем предполагать, что пучок не смещается относительно выбранной системы координат, а ось симметрии плазменного канала сносится в поперечном направлении на амплитуду $\mathbf{Y}_{\text{ch}} = Y_{\text{ch}}\mathbf{i}_y$, где $\mathbf{i}_y$ — орт оси $y$, вдоль которой происходит смещение канала.

Тогда средняя сила, действующая на неподвижный РЭП со стороны вихревых токов, связанных со смещенным омическим каналом, и нормированная на релятивистскую энергию одного электрона пучка $m\gamma(\beta c)^2$, имеет вид

$$F = \frac{c}{I_b}\left(\frac{I_b}{I_A}\right)\int d\mathbf{r}_\perp \left(\mathbf{J}_{bz0}(\mathbf{r}_\perp) \times \mathbf{B}_\perp^{(p)}\right)_y, \qquad (1)$$

где $m$ — масса электрона, $\gamma$ — его лоренц-фактор, $\beta = y_z/c$, $v_z$ — продольная компонента скорости частиц пучка (она полагается одинаковой у всех электронов РЭП), $c$ — скорость света, $I_b$ — полный ток пучка, $I_A$ — предельный ток Альфвена, $\mathbf{r}_\perp$ — радиус-вектор в поперечной к оси $z$ плоскости, проведенный из центра пучка, $\mathbf{J}_{\text{bz}0}$ — проекция вектора равновесной плотности тока пучка на указанную ось, $\mathbf{B}_\perp^{(p)}$ — проекция вектора индукции магнитного поля, созданного вихревыми плазменными токами, на поперечную плоскость.

Кроме того, правая часть (1) может быть записана в другом виде

$$F = \frac{c}{I_b}\left(\frac{I_b}{I_A}\right)\int d\mathbf{r}_\perp J_{\mathrm{bz}0}(\mathbf{r}_\perp)\frac{\partial A_z^{(p)}(\mathbf{S})}{\partial y}, \tag{2}$$

где $\mathbf{S} = \mathbf{r}_\perp - \mathbf{Y}_{\mathrm{ch}}$, $A_z^{(p)}$ — $z$-компонента векторного потенциала электромагнитного поля, созданного возбужденными при смещении пучка индукционными плазменными токами.

Далее рассмотрим интеграл в правой части уравнения (2). Записывая частную производную по координате $y$ через полярные координаты, находим

$$\Psi \equiv \int d\mathbf{r}_\perp J_{\mathrm{bz}0}\frac{\partial A_z^{(p)}(\mathbf{S})}{\partial y}$$
$$= \int d\mathbf{r}_\perp J_{\mathrm{bz}0}(\mathbf{r}_\perp)\left(\cos\theta\,\frac{\partial A_z^{(p)}(\mathbf{S})}{\partial r} - \frac{\sin\theta}{r}\,\frac{\partial A_z^{(p)}(\mathbf{S})}{\partial\theta}\right). \tag{3}$$

Проведя интегрирование по частям, получим

$$\Psi = \int d\mathbf{r}_\perp J_{\mathrm{bz}0}(\mathbf{r})\cos\theta\left(\frac{\partial A_z^{(p)}(\mathbf{S})}{\partial r} + \frac{A_z^{(p)}(\mathbf{S})}{r}\right). \tag{4}$$

Рассмотрим далее ток пучка в трубке радиуса $r$ в виде

$$I_{\mathrm{b}0}(r) = 2\pi\int_0^r dr\, r J_{\mathrm{bz}0}(r). \tag{5}$$

Кроме того, уравнение для $A_z^{(p)}$ можно представить в виде

$$\frac{\partial^2 A_z^{(p)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial A_z^{(p)}}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A_z^{(p)}}{\partial\theta^2} = -\frac{4\pi}{c}J_{pz}(\mathbf{S}). \tag{6}$$

Тогда очевидно, что

$$\Psi = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty dr I_{b0}(r)$$
$$\times\int_0^{2\pi} d\theta\cos\theta\left[\frac{4\pi}{c}J_{\mathrm{pz}}(\mathbf{S}) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A_z^{(p)}(\mathbf{S})}{\partial\theta^2} + \frac{A_z^{(p)}(\mathbf{S})}{r^2}\right]. \tag{7}$$

В силу равенства

$$\int_0^{2\pi} d\theta\cos\theta\,\frac{\partial^2 A_z^{(p)}}{\partial\theta^2} = -\int_0^{2\pi} d\theta\cos\theta A_z^{(p)}, \tag{8}$$

из (7) находим

$$\Psi = \frac{2}{c}\int_0^\infty dr I_{\mathrm{b}0}(r)\int_0^{2\pi} d\theta\cos\theta J_{\mathrm{pz}}(\mathbf{S}). \tag{9}$$

Тогда с учетом (2), (3) и (9) окончательно получим

$$F = \frac{2}{I_b^2}\left(\frac{I_b}{I_A}\right)\int_0^\infty dr I_{b0}\int_0^{2\pi} d\theta\cos\theta J_{pz}(\mathbf{S}). \tag{10}$$

Таким образом, средняя сила, действующая на пучок со стороны вихревых токов, генерируемых при поперечном смещении омического плазменного канала, определяется формулой (10).

Далее рассмотрим случай, когда РЭП и плазменный ток имеют беннетовский радиальный профиль с несовпадающими характерными радиусами или гауссовский профиль с разными радиусами. Для первого случая имеем

$$I_{b0}^{(B)}(r) = I_b\,\frac{r^2}{r^2 + R_b^2}, \tag{11}$$

и для средней силы получим следующее выражение:

$$F^{(B)}(\eta, Y_{\mathrm{ch}\,1}) = \frac{\alpha F_0}{\pi\eta^2}\int_0^\infty d\xi\,\frac{\xi^2}{1+\xi^2}$$
$$\times\int_0^{2\pi} d\theta\,\frac{\cos\theta}{\left[1 + \left(\xi^2 + Y_{\mathrm{ch}\,1}^2 - 2Y_{\mathrm{ch}\,1}\xi\cos\theta\right)/\eta^2\right]}, \tag{12}$$

где $F_0 = 2|I_p|/(I_A R_b)$ — характерное значение рассматриваемой силы, $I_p$ — полный плазменный ток, $\alpha = -1$, если $I_p < 0$ (вихревые токи в омическом канале направлены против тока пучка), $\alpha = 1$, если $I_p > 0$ (токи в канале направлены вдоль тока пучка), $Y_{\mathrm{ch}\,1} = Y_{\mathrm{ch}}/R_b$ — безразмерная амплитуда отклонения оси симметрии плазменного канала относительно соответствующей оси РЭП, $\eta = R_p/R_b$ — отношение характерного радиуса плотности плазменного тока к соответствующему радиусу пучка. Отметим, что если $I_p < 0$ $(\alpha = -1)$, то рассматриваемая сила является детрекинг-силой (отталкивающей пучок от канала), в противном случае — трекинг-силой (возвращающей силой).

В случае гауссовского радиального профиля плотности тока РЭП находим

$$I_{b0}^{(G)}(r) = I_b\left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{R_b^2}\right)\right]. \tag{13}$$

Тогда в ситуации аналогичного профиля канальной проводимости для средней силы, действующей на пучок со стороны плазменных токов, получим выражение

$$F^{(G)}(\eta, Y_{\mathrm{ch}\,1}) = \frac{\alpha F_0}{\pi\eta^2}\int_0^\infty d\xi\exp\left(1-\xi^2\right)$$
$$\times\int_0^{2\pi} d\theta\cos\theta\exp\left(-\frac{\xi^2 + Y_{\mathrm{ch}\,1}^2 - 2Y_{\mathrm{ch}\,1}\xi\cos\theta}{\eta^2}\right). \tag{14}$$

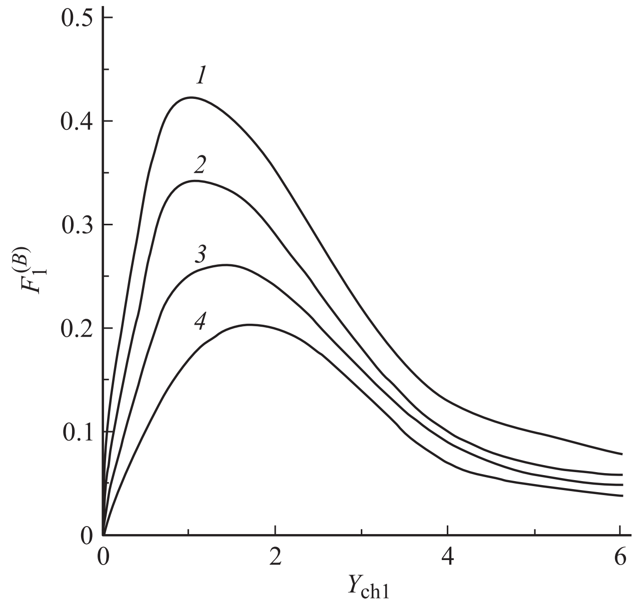


**Рис. 1.** График зависимости $F_1^{(B)} = |F^{(B)}|/F_0$ от безразмерной амплитуды отклонения плазменного канала $Y_{\mathrm{ch}\,1}$. Кривая *1* — $\eta = 0.3$, *2* — 0.6, *3* — 1, *4* — 1.5.

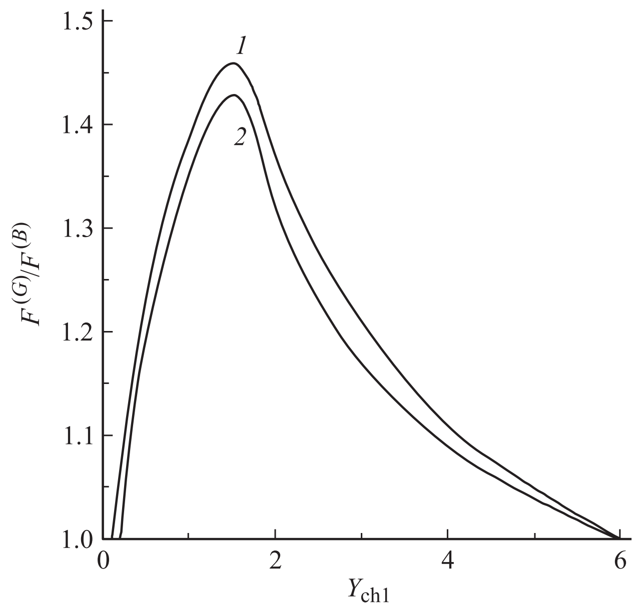


**Рис. 2.** График зависимости $F^{(G)}/F^{(B)}$ от амплитуды $Y_{\mathrm{ch}\,1}$. Кривая *1* — $\eta = 0.3$, *2* — 0.6.

На рис. 1 представлены рассчитанные с помощью формулы (12) (для беннетовского случая) зависимости безразмерной трекинг-силы $F_1^{(B)} = |F^{(B)}|/F_0$ от нормированной амплитуды $Y_{\mathrm{ch}\,1}$ отклонения оси симметрии омического плазменного канала от соответствующей оси пучка при разных значениях параметра $\eta = R_p/R_b$. Кривая *1* соответствует случаю $\eta = 0.3$, *2* — 0.6, *3* — 1, *4* — 1.5.

На рис. 2 приведены зависимости $\Psi = F^{(G)}/F^{(B)}$ от $Y_{\mathrm{ch}\,1}$. Кривая *1* соответствует случаю $\eta = 0.3$, *2* — 0.6. Графики показывают, что для гауссовского случая рассматриваемая сила в своем максимуме почти в 1.5 раза выше, чем соответствующая сила для беннетовской ситуации.

## Заключение

Таким образом, полученные результаты показывают, что рассматриваемая сила может быть отталкивающей пучок от канала (детрекинг-силой), когда выполнено условие $I_p < 0$ (плазменные токи в омическом канале направлены против тока пучка) и силой возвращающей (трекинг-силой) в противном случае. Кроме того, при убывании параметра $\eta = R_p/R_b$, характеризующего отношение характерного радиуса плотности плазменного тока к соответствующему радиусу пучка, сила пучково-канального взаимодействия увеличивается по величине. Это объясняется тем, что при этом большая часть плазменных токов оказывается вне области, занятой пучком, что работает на увеличение либо силы отталкивания (при $\alpha = -1$), либо силы притяжения (когда $\alpha = 1$).

Работа выполнена в рамках Тематического плана фундаментальных НИР, выполняемых СПбГУ по заказу Министерства образования и науки Российской Федерации № 6.0.10.2010.

## Список литературы


[1] *Рухадзе А.А., Богданкевич Л.С., Росинский С.Е., Рухлин В.Г.* Физика сильноточных релятивистских электронных пучков. М.: Атомиздат, 1980. 167 с.

[2] *Диденко А.Н., Григорьев В.П., Усов Ю.П.* Мощные электронные пучки и их применение. М.: Атомиздат, 1977. 277 с.

[3] *Кузелев М.В., Рухадзе А.А.* Электродинамика плотных электронных пучков в плазме. М.: Физматлит, 1990. 336 с.

[4] *Миллер Р.* Введение в физику сильноточных пучков заряженных частиц. М.: Мир, 1984. 432 с.

[5] *Колесников Е.К., Мануйлов А.С., Филиппов Б.В.* Динамика пучков заряженных частиц в газоплазменных средах. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2002. 98 с.

[6] *Lee E.P.* // Phys. Fluids. 1978. Vol. 21. N 8. P. 1327–1343.

[7] *Надеждин Е.Р., Сорокин Г.А.* // Физика плазмы. 1983. Т. 9. N 5. С. 989–991.

[8] *Мануйлов А.С.* // ЖТФ. 2000. Т. 70. Вып. 1. С. 76–78.

[9] *Колесников Е.К., Мануйлов А.С.* // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 12. С. 43–46.

[10] *Hui B., Lampe M.* // Proc. Fifth Int. Conf. High Power Particle Beams. San Francisco, 1983. P. 374–377.

[11] *Welch D.R., Bieniosek F.M., Godfrey B.B.* // Phys. Rev. Lett. 1990. Vol. 65. N 25. P. 3128–3131.

[12] *Fernsler R.F., Slinker S.P., Hubbard R.F.* // Phys. Fluids. B. 1991. Vol. 3. N 9. P. 2696–2706.
[13] *Murphy D.P., Pechacek R.E., Taggart D.P.* et al. // Phys. Fluids. B. 1992. Vol. 4. N 10. P. 3407–3417.
[14] *Кондратьев Н.А., Сметанин В.И.* // ЖТФ. 2005. Т. 75. Вып. 3. С. 67–73.
[15] *Колесников Е.К., Мануйлов А.С.* // ЖТФ. 1997. Т. 67. Вып. 12. С. 78–80.
[16] *Lampe M., Sharp W.M., Hubbard R., Lee E.P.* et al. // Phys. Fluids. 1984. Vol. 27. N 12. P. 2921–2936.