

03

Вихреисточник в вакуум при тепловом кризисе

© А.Н. Кучеров

Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского,
140180 Жуковский, Московская область, Россия
e-mail: ank@aerocentr.msk.su, ank19512006@rambler.ru

(Поступило в Редакцию 3 октября 2012 г.)

На примере воздуха рассмотрен тепловой кризис стационарного вихреисточника, истекающего в вакуум, в рамках модели двухатомного газа с переменными теплоемкостями за счет возбуждения колебательных степеней свободы молекул. Сопоставлены варианты с различными законами теплоподвода. Исследованы влияние протяженности области тепловыделения от близкой к нулю до превосходящей минимальный радиус вихреисточника в десятки раз, а также влияние циркуляции потока на критические параметры, определяющие тепловой кризис. Показаны некоторые качественные отличия от случая теплового кризиса в совершенном (идеальном) газе с постоянными теплоемкостями.

Введение

В вопросе различия и сходства одно-, двух- и трехмерных течений газа с распределенным теплоподводом [1–4] в задачах, в которых источником энергии может быть электрический разряд [5,6], лазерное излучение [7–9], химические реакции, важную роль играют ударные волны [4,9–11] и явление запираания потока при достижении числа Маха, равного единице [12,13], — тепловой кризис. Исследования теплового кризиса в двумерной и трехмерной струях, несмотря на наличие классических работ по струям с более чем вековой историей [14–16], начаты относительно недавно [17,18]. Заметим, что работа [14] почти на полвека опередила появление транзвуковой авиации. Превышение самолетами скорости звука датируется 1947, 1948 гг. [19].

Значительно увеличивается число возможных режимов и вариантов:

- 1) источник в вакуум,
- 2) источник в затопленное пространство,
- 3) сток из затопленного пространства,
- 4) сток из вакуума (из разреженного пространства) [20–21].

Возможны сферически [20] и цилиндрически симметричные случаи [21,22].

В последнем варианте важную роль играет циркуляция, как показано на примере вихресточка в [21] и вихреисточника в [22], из затопленного пространства и в затопленное пространство соответственно. Запирание наступает при достижении радиальной компонентой числа Маха, равного 1, радиальной компонентой скорости — скорости звука. Полная скорость благодаря наличию азимутальной компоненты может превысить скорость звука до наступления теплового кризиса и запираания стационарного потока, т.е. до достижения радиальной компонентой числа Маха, равного 1. Показано влияние закона теплоподвода, толщины (протяженности) и местоположения области тепловыделения, показателя адиабаты газа на критические значения энергетического параметра, подведенной к критическому сечению в газ

энергии, на значения критической температуры газа. Ввиду возможности увеличения критической температуры на порядок и более в [23,24] на примере воздуха развит подход изучения теплового кризиса в двухатомном газе при переменных теплоемкостях за счет возбуждения колебательных степеней свободы молекул газа. Рассматривались близкие к нормальным условия в затопленном пространстве. Отмечено, что уточнение изменения теплоемкостей на несколько десятков процентов (и даже на несколько процентов) может привести к качественному эффекту: к наличию или отсутствию теплового кризиса при учете или неучете возбуждения колебательных энергетических уровней молекул. В прикладных задачах это может привести к возникновению нестационарных явлений, ударных волн, к реализации (или отсутствию) электрического разряда, оптического пробоя газа, зажигания горючей смеси.

В настоящей работе исследуем тепловой кризис цилиндрического вихреисточника, истекающего в вакуум, для двухатомного совершенного газа с переменными по температуре T теплоемкостями при постоянном объеме $C_v(T)$ и постоянном давлении $C_p(T)$.

Постановка задачи

Примем за характерные параметры стандартной атмосферы на уровне моря (температуру $T_0 = 288.15$ К, давление $p_0 = 101325$ Па, плотность $\rho_0 \approx 1.22$ кг/м³ [25,26]), которые для вихреисточника, истекающего в затопленное пространство, имел бы совершенный газ на большом расстоянии $r \rightarrow \infty$. Уравнения сохранения массы (расхода), количества движения, энергии и уравнение состояния запишем в безразмерном виде [23,24]:

$$r\rho u = m \equiv \frac{m_0}{2\pi r_0 u_0 r_0}, \quad (1)$$

$$V \frac{dV}{dr} + \frac{(\gamma_0 - 1)}{2\gamma_0 \rho} \frac{dp}{dr} = 0, \quad V^2 = u^2 + v^2, \quad (2)$$

$$rv = \Gamma \equiv \frac{\Gamma_0}{2\pi r_0 u_0}, \quad (3)$$

$$\rho u \frac{dH}{dr} = \frac{g(r)}{\gamma_0}, \quad H = h(T) + V^2, \quad g(r) = f(r) \begin{cases} E \\ Q\rho(r) \end{cases}, \quad (4)$$

$$E = \frac{(\gamma_0 - 1)g_0 r_0}{u_0 p_0}, \quad Q = \frac{(\gamma_0 - 1)\rho_0 q_0 r_0}{u_0 p_0},$$

$$h = T + h_\varepsilon, \quad h_\varepsilon = \frac{(\gamma_0 - 1)}{\gamma_0} X(T), \quad (5)$$

$$X(T) = \frac{X_{O_2} \theta_{O_2}}{\exp(\theta_{O_2}/T) - 1} + \frac{X_{N_2} \theta_{N_2}}{\exp(\theta_{N_2}/T) - 1},$$

$$X_T(T) = \frac{dX}{dT}, \quad (6)$$

$$\gamma(T) = \frac{C_p}{C_v} = \gamma_0 \frac{1 + \frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0} X_T}{1 + (\gamma_0 - 1) X_T},$$

$$\theta_{O_2} = \frac{T_{O_2}}{T_0}, \quad \theta_{N_2} = \frac{T_{N_2}}{T_0}, \quad (7)$$

$$p = \rho T. \quad (8)$$

Здесь координата r отнесена к минимальному радиусу r_0 (радиальное число Маха $M_r(r_0) = 1$ в отсутствие теплоподвода), температура T — к T_0 , плотность ρ — к ρ_0 , давление p — к p_0 , энтальпия h и полная энтальпия H — к $h_0 = \gamma_0 p_0 / [(\gamma_0 - 1)\rho_0] \equiv C_{p_0} T_0$ (где $\gamma_0 = C_{p_0} / C_{v_0}$ — показатель адиабаты и C_{p_0}, C_{v_0} — теплоемкость для совершенного газа), компоненты скорости и полная скорость u, v, V — к максимальной $u_0 = \sqrt{2h_0}$, интенсивность теплоподвода $g(r)$ — к характерному значению $g_0 = q_0 \rho_0, W/m^3$ (где $q_0, W/kg$ — характерное значение при заданном тепловыделении на единицу массы газа, нижняя строчка в (4)). Величины m_0, Γ_0 — расход, kg/s на погонный метр, и циркуляция, $m^2/s, m, \Gamma$ — соответствующие безразмерные величины. Параметры подобия E, Q характеризуют интенсивность теплоподвода, функция $f(r)$, заданная в интервале $d = r_2 - r_1$, — распределение источников тепла. Вспомогательная функция $X(T)$ и параметры $\theta_{O_2}, \theta_{N_2}$ характеризуют степень возбуждения колебательных энергетических уровней молекул кислорода O_2 и азота N_2 . При $\theta_{O_2}, \theta_{N_2} \leq 1$ эффект является существенным. При $\theta_{O_2}, \theta_{N_2} \gg 1$ вклад колебательных уровней мал. Приняли молярные концентрации кислорода и азота равными $X_{O_2} = 0.21, X_{N_2} = 0.79$, характеристические колебательные температуры $T_{O_2} = 2228 \text{ K}, T_{N_2} = 3336 \text{ K}$ [27–29]. Более точную оценку эффекта дают отношения T_{O_2}, T_{N_2} к критической температуре в зоне нагрева, которая в настоящем исследовании составляла $(2-3)T_0$.

Строго говоря, требуется некоторое время τ для установления возбужденной колебательной энергии молекул [28,29]. Наибольшее время релаксации колебательных уровней энергии имеют двухатомные молекулы. При заданных температуре и давлении время релаксации больше в общем случае у молекул с большей энергией

Времена релаксации τ , параметры возбуждения колебательной энергии молекул кислорода $\theta_{O_2} \approx T_{O_2}/T$ и азота $\theta_{N_2} \approx T_{N_2}/T$, параметры (числа) Дамкёлера $D = t_{\text{char}}/\tau$, показатели адиабаты $\gamma(T)$ при различных температурах T по данным [28,29]; $t_{\text{char}} \approx 3.28 \cdot 10^{-3} - 1.87 \cdot 10^{-3} \text{ s}, \gamma_0 = 1.4$

Кислород O_2				
$T, \text{ K}$	$\gamma(T)$	$T_{O_2}/T (\sim \theta_{O_2})$	$\tau, \text{ s}$	$D = t_{\text{char}}/\tau$
500	1.3655	4.456	$2.5 \cdot 10^{-3}$	1.31–7.49
1000	1.3153	2.228	$1.0 \cdot 10^{-4}$	32.8–187.2
2000	1.2939	1.114	$6.0 \cdot 10^{-6}$	546–3120
5000	1.2871	0.446	$4.0 \cdot 10^{-7}$	8190–46 800
Азот N_2				
$T, \text{ K}$	$\gamma(T)$	$T_{N_2}/T (\sim \theta_{N_2})$	τ	$D = t_{\text{char}}/\tau$
2000	1.3033	1.668	7.40E-4	4.43–25.3
5000	1.2887	0.667	6.6E-6	496–2836

связи. Время релаксации могут резко сокращать пары воды.

В таблице приведены оценки параметров $\theta_{O_2}, \theta_{N_2}$ и чисел Дамкёлера [29] $D = t_{\text{char}}/\tau$ для кислорода и азота при различных температурах, где $t_{\text{char}} = d_{\text{char}}/u_{\text{char}}$ — характерное время нагрева газа, d_{char} — характерная длина зоны энергоподвода, u_{char} — характерная скорость газа внутри области теплоподвода. Вычисленная скорость составляла в большинстве вариантов $(0.4-0.7)u_0$ в критическом режиме. Приняли характерную скорость равной $u_{\text{char}} \approx (305.2-534.1) \text{ m/s}$, характерную длину $d_{\text{char}} = (1-10)r_0 \approx (1-10) \text{ m}$, характерное время $t_{\text{char}} \approx 3.28 \cdot 10^{-3} - 1.87 \cdot 10^{-3} \text{ s}$. При больших D эффект возбуждения колебательных степеней свободы молекул устанавливается. Для неравновесных течений стационарное решение может быть использовано как оценка теплоемкости C_p сверху.

Приведем выражения для безразмерной скорости звука c , полного и радиального чисел Маха M, M_r (напомним, что M_r — критерий теплового кризиса):

$$c^2 = \frac{\gamma_0 - 1}{2} T \frac{\gamma(T)}{\gamma_0}, \quad M_r^2 = \frac{2\gamma_0 u^2}{(\gamma_0 - 1)T\gamma(T)},$$

$$M^2 = \frac{2\gamma_0 V^2}{(\gamma_0 - 1)T\gamma(T)}. \quad (9)$$

Для источника (вихреисточника), истекающего в вакуум, температура, давление, плотность убывают с ростом координаты, скорости u, V растут. Величины $X, h_\varepsilon, X_T \sim 10^{-4}$ при $T \approx T_0 \approx 288 \text{ K}$ и убывают с ростом координаты. В отсутствие тепловыделения, используя интегралы сохранения энергии из (4) $H = T + V^2 = 1$ и энтропии из (2) $p = \rho^{\gamma_0}$, находим решение — связь $r(T)$ (и остальные газодинамические величины ρ, p, u, V, M, M_r):

$$r^2 = \frac{\frac{m^2}{T^{2/(\gamma_0-1)}} + \Gamma^2}{1 - T}. \quad (10)$$

Условие минимума $dr/dT = 0|_{r=r_m=1}$ и (10) дают связь расхода m с циркуляцией Γ и значения газодинамических величин в минимальном сечении T_m, ρ_m, \dots :

$$1 - \Gamma^2 = \frac{\gamma_0 + 1}{2} \left(\frac{2m^2}{\gamma_0 - 1} \right)^{(\gamma_0 - 1)/(\gamma_0 + 1)}, \quad T_m = \frac{2(1 - \Gamma^2)}{\gamma_0 - 1},$$

$$\rho_m = T_m^{1/(\gamma_0 - 1)}, \quad p_m = T_m^{\gamma_0/(\gamma_0 - 1)}, \dots \quad (11)$$

Независимым параметром подобия является один из двух — Γ или m , или их комбинация, например $G = \Gamma/m$ [17]. Физический минимальный радиус вихреисточника r_0 , при котором радиальное число Маха M_r равно 1, в общем случае есть

$$r_0 = \frac{\Gamma_0}{2\pi u_0 \Gamma} \equiv \frac{m_0}{2\pi \rho_0 u_0 m}. \quad (12)$$

Решение (10) дает начальные условия на входе в зону энергоподвода при $r = r_1 = r_b$. Внутри зоны теплоподвода достаточно решить численно одно уравнение, например, для температуры T или чисел Маха, полного или радиального:

$$\frac{1}{T} \frac{dT}{dr} = \frac{1}{(M_r^2 - 1)} \left\{ \frac{(\gamma - 1)rg(r)M_r^2}{(\gamma_0 - 1)mT} \left(1 - \frac{1}{\gamma M_r^2} \right) - \frac{(\gamma - 1)M^2}{r} \right\}, \quad (13)$$

$$\frac{M_r^2 - 1}{M_r} \frac{dM_r}{dr} = \frac{1 - M_r^2}{r} + \frac{(\gamma + 1)M^2}{2r} - \frac{rg}{\gamma m} \frac{(\gamma - 1)(\gamma M_r^2 + 1)}{2(\gamma_0 - 1)T} + \frac{(\gamma - 1)^2}{2\gamma} TX_{TT} \left[\frac{rg}{\gamma m} \frac{(\gamma - 1)(\gamma M_r^2 - 1)}{(\gamma_0 - 1)T} - \frac{\gamma - 1}{r} M^2 \right]. \quad (14)$$

За зоной интеграл уравнения сохранения энергии представим в виде

$$V^2 = \Phi_2 - h_\varepsilon(T) - T, \quad \Phi_2 \equiv 1 + h_{\varepsilon 2} + \frac{1}{\gamma_0 m} \left\{ \begin{array}{l} EF(r_2) \\ QF_\rho(r_2) \end{array} \right\}, \quad (15)$$

$$F(r) = \int_{r_b}^r f r dr, \quad F_\rho(r) = \int_{r_b}^r \rho f r dr.$$

Здесь $\Phi(r)$ — полный поток энергии газа в сечении r в единицу времени с учетом первоначального $\Phi(r_b) = \Phi_b = H_b = 1$ на входе в зону энерговыделения и подведенной энергии от распределенных источников тепла в зоне. Величину V^2 из (15) подставим в (2), проинтегрируем последнее уравнение, получим аналог уравнения изэнтропичности в следующем виде [24]:

$$p = \rho^{\gamma_0} \xi^{\gamma_0 - 1}(T), \quad \rho = \frac{T^{1/(\gamma_0 - 1)}}{\xi(T)},$$

$$\xi = C_2 \exp \left[\int_T^{T_2} \frac{X_T dT}{T} \right], \quad C_2 = \left(\frac{p_2}{\rho_2^{\gamma_0}} \right)^{1/(\gamma_0 - 1)}. \quad (16)$$

Ввиду роста температуры при тепловом кризисе отличие связи $p(\rho)$ от изэнтропической может быть существенным за зоной энерговыделения. Постоянную C_2 определили из условия непрерывности p и ρ в замыкающем сечении $r = r_2 = r_{\text{ex}}$. Из (15) находим окончательно решение $r(T)$ и другие величины

$$r^2 = \frac{\Gamma^2 + \frac{m^2 \xi^2(T)}{T^{2/(\gamma_0 - 1)}}}{\Phi_2 - T - h_\varepsilon(T)}. \quad (17)$$

Сопоставление предлагаемой модели реального двухатомного газа (на примере воздуха) с полумпирической стандартной моделью воздуха [30], основанной на аппроксимации экспериментальных данных в области температур 65–873 К и давлений 0.01–228 МПа (со среднеквадратичной погрешностью 0.11%), показало соответствие для теплоемкости C_p с относительной погрешностью $\Delta C_p/C_p$, не превышающей 0.26%. Закон Клапейрона выполняется во всем диапазоне температур и давлений, рассматриваемых в настоящем исследовании, с погрешностью, меньше указанной.

Сопоставление E- и Q-вариантов

Минимальные значения энергетических параметров E, Q , при которых значения радиального числа Маха достигают единицы на границе зоны теплоподвода $r = r_2$, будем называть критическими и обозначать $E_{\text{cr}}, Q_{\text{cr}}$.

В режимах I (в вакуум, $M_r \geq 1$) и II (в затопленное пространство, $M_r \leq 1$) геометрия течения и теплоподвод меняют радиальное число Маха M_r в противоположных направлениях: в режиме I теплоподвод тормозит поток и уменьшает M_r , расширение струи ускоряет поток и увеличивает M_r ; в режиме II теплоподвод ускоряет газ и увеличивает M_r , расширение струи уменьшает M_r . Внутри области энергоподвода при некоторой координате $r = r_* < r_2$ возможно достижение равновесия указанных двух факторов, $dM_r/dr = 0$. В этом случае критические значения энергетических параметров (и всех других величин) будем обозначать звездочкой E_*, Q_* . Если M_r достигает единицы при $r_\delta < r_*$ (не доходя r_*), стационарный поток запирается; если при r_* радиальное число Маха сколь угодно близко к единице, но не равно единице, за сечением r_* значение числа M_r удаляется от единицы [31].

На рис. 1 и 2 представлены распределения по координате r радиальной компоненты числа Маха $M_r(r)$, температуры $T(r)$ и полного потока энергии (мощности) $\Phi(r)$ для протяженности $d = r_{\text{ex}} - r_b = r_2 - r_1 = 1$ и 3 при расположении области теплоподвода вблизи минимального сечения $r_b = r_1 = 1.1$, в отсутствие циркуляции $\Gamma = 0$ (при расходе $m = m_{\text{max}} = 0.2588$, рис. 1) и при $\Gamma \approx 0.7071$ ($m = m_{\text{max}}/8 \approx 0.0323$, рис. 2). Здесь и далее для всех кривых, продолженных за критические сечения, подразумеваем, что значения энергетического параметра меньше критического на незначительную величину,

радиальное число Маха незначительно отличается от единицы, запырения нет. Предполагается использование полученного предкритического вихреисточника, поэтому значения и характер поведения газодинамических параметров внутри зоны и в следе интересны и важны.

Температура и поток мощности монотонно растут внутри зоны тепловыделения, радиальное число Маха в Q -варианте монотонно убывает. В E -варианте M_r вначале продолжает расти, затем убывает до значения, близкого к единице. На рис. 2 приведены также зависимости величин $M_r(r)$, $T(r)$ и $\Phi(r)$ для Q -варианта в совершенном газе с постоянными теплоемкостями, кривые $1a$. В реальном газе (с переменными теплоемкостями) критическое сечение $r \approx r_* \approx 3.491$ предшествует замыкающему сечению на величину $\Delta r = 0.6$, соизмеримую с минимальным радиусом. Заметно отличаются критические температуры T_* , T_{cr} и потоки мощности Φ_* , Φ_{cr} для вариантов 1 и $1a$ в реальном и совершенном газе с постоянными теплоемкостями.

Определим за зоной энергоподвода координату R_{cool} охлаждения до температуры на входе $T(R_{cool}) = T_b$ и координату R_{Mb} достижения значения радиального числа Маха, равного значению на входе M_{rb} . В рассмотренных примерах на рис. 1 температура и число Маха на входе составили $T_b \approx 0.7263$, $M_{rb} \approx 1.373$. Координаты R_{cool} и R_{Mb} равны 5.804, 4.965 и 2.312, 2.299 для Q - и E -вариантов соответственно. На рис. 2 ($d = 3$) начальная температура $T_b \approx 0.317$, число Маха $M_{rb} \approx 3.282$, ко-

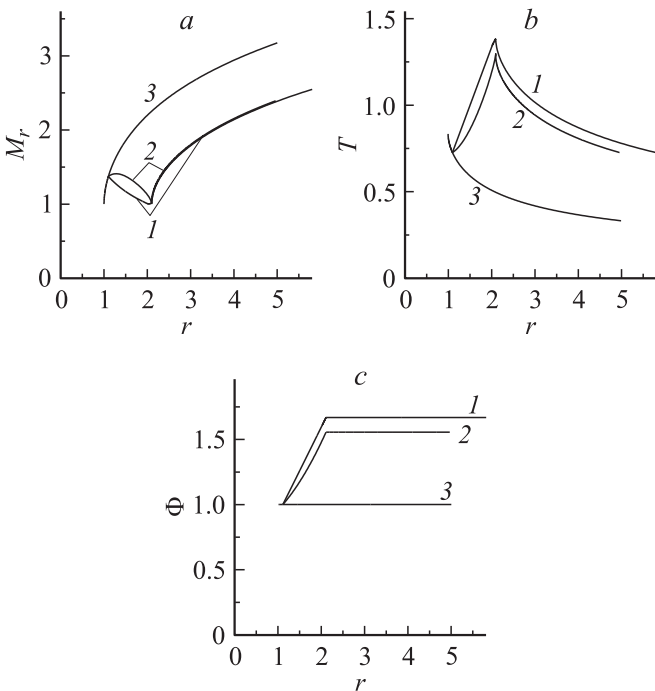


Рис. 1. a — радиальное число Маха $M_r(r)$: 1 — Q_* ≈ 4.9004 ($r_* \approx 2.02518$), 2 — $E_{cr} \approx 1.2648$, 3 — без теплоподвода; b — температура $T(r)$, c — полный поток подведенной мощности $\Phi(r)$; $r_b = 1.1$, $d = r_{ex} - r_b = 1$, $m = m_{max} = 0.2588$, $\Gamma = 0$, $f = \text{const} = 0.09947$.

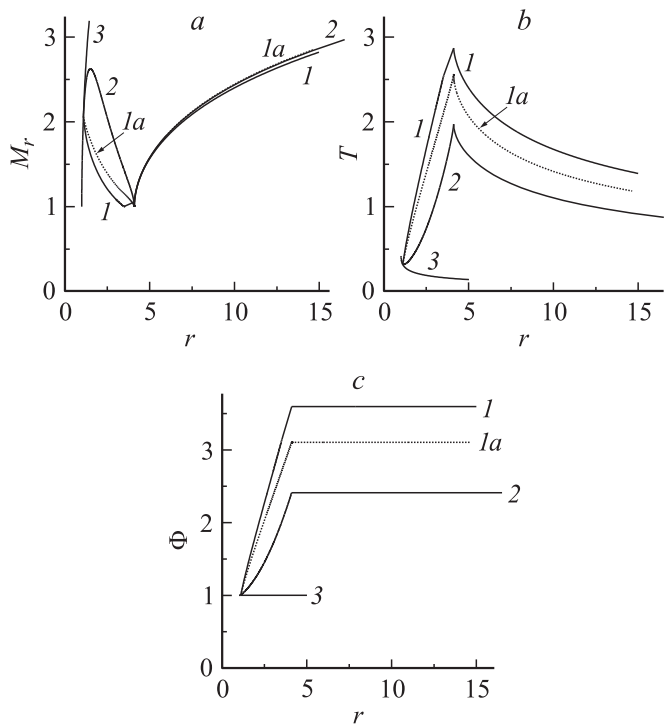


Рис. 2. a — радиальное число Маха $M_r(r)$: 1 — Q_* ≈ 40.690 ($r_* \approx 3.491$), $1a$ — $Q_{cr} \approx 34.170$ (совершенный газ с постоянными теплоемкостями, $r_{cr} = 4.1$), 2 — $E_{cr} \approx 0.4011$, 3 — без теплоподвода; b — температура $T(r)$; c — полный поток подведенной мощности $\Phi(r)$; $r_b = 1.1$, $d = 3$, $m = m_{max}/8 = 0.03235$, $\Gamma = 0.7071$, $f = \text{const} = 0.02040$.

ординаты $R_{cool} = 498.4$, 177.9 и $R_{Mb} = 7.338$, 7.176 для Q - и E -варианта соответственно. Для совершенного газа в Q -варианте координата охлаждения на 34% меньше. С увеличением протяженности зоны d координата охлаждения для модели газа с постоянными теплоемкостями может на свою величину на 100% отличаться от реальной.

Увеличение толщины зоны d от 1 до 3 и циркуляции газа Γ от нуля до 0.707 привели к увеличению критической подведенной мощности и температуры, а также координаты охлаждения $R_{cool,*}$, $R_{cool,cr}$. Подробнее влияние толщины d и циркуляции Γ исследуем далее.

Удаление зоны от минимального сечения, т.е. увеличение координаты r_b , как показали исследования при $\Gamma = 0$, ведет к росту координаты охлаждения $R_{cool,*}$, $R_{cool,cr}$. Температура и подведенная мощность в критическом сечении растут при $d = 1$ и убывают при $d = 3$, если $r_b > 2$, причем значения для E -варианта меняются монотонно. Для Q -варианта при $r_b < 1.5$ имеется слабый спад величин T_* , Φ_* при $d = 1$ и слабый рост критических значений температуры и мощности при $d = 3$. Значения T_{cr} , Φ_{cr} и T_* , Φ_* для Q - и E -вариантов практически неразличимы при $r_b > 2$ ($d = 1$) и слабо различимы при $r_b > 5$ ($d = 3$).

Влияние циркуляции

На рис. 3, *a* показаны зависимости координат критических сечений r_* от циркуляции Γ для двухатомного газа с переменными (кривая *1*, реальный газ) и постоянными теплоемкостями (кривая *1a*) в *Q*-варианте. Для *E*-варианта критические сечения совпадают с замыкающим $r = r_{ex} = r_2$ (кривая *2*). Отметим качественные отличия зависимостей $r_*(\Gamma)$, а также заметные расхождения критических параметров энергоподвода $Q_*(\Gamma)$ и температуры $T_*(\Gamma)$ в реальном и в совершенном газе с постоянными теплоемкостями (рис. 3, *b, c*). Для совершенного газа при $\Gamma \geq 0.53$ критическое сечение совпадает с замыкающим. Для реального газа координата критического сечения всегда меньше замыкающей координаты. Существует максимум $r_* \approx 3.5494$ при $\Gamma \approx 0.7766$. Координата охлаждения $R_{cool,*}$ монотонно растет с увеличением циркуляции и составляет $R_{cool,*} \approx 34.26$ (33.42), 1095.3 (685.3) при $\Gamma = 0$ и 0.7766 соответственно и $r_b = 1.1$, $d = 3$. Модель газа с постоянными теплоемкостями занижает координату охлаждения $R_{cool,*}$ (значения в скобках) до 62% от истинного.

Критические значения энергетического параметра в *E*-варианте убывают с ростом циркуляции Γ . Например, при $\Gamma = 0$ имеем $E_{cr} \approx 1.2648, 2.2186$ ($d = 1$ и 3), а при $\Gamma \approx 0.7071$ — в несколько раз меньше $E_{cr} \approx 0.2905$,

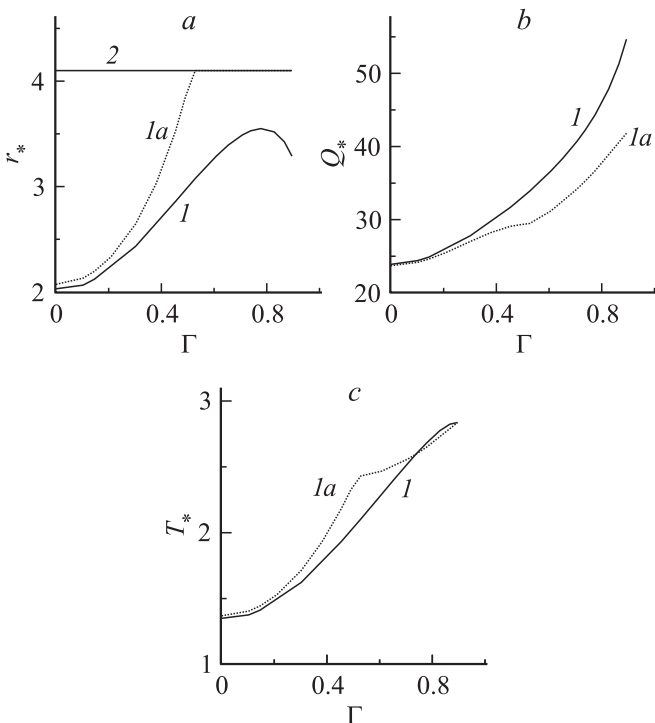


Рис. 3. *a* — критический радиус r_* как функция циркуляции Γ : *1* — *Q*-вариант, *1a* — совершенный газ с постоянными теплоемкостями, *2* — *E*-вариант, $r_{cr} = r_{ex} = r_2$, толщина $d = 3$, начальная координата $r_b = r_1 = 1.1$; *b* — критические значения энергетического параметра Q_* ; *c* — критические температуры T_* в реальном (*1*) и совершенном газе (*1a*) соответственно.

0.4011. Затраченная на реализацию теплового кризиса мощность Φ_* , Φ_{cr} монотонно растет с увеличением циркуляции и в *E*-, и в *Q*-вариантах. Значения E_{cr} на порядок меньше значений Q_* , но затраченная мощность Φ_{cr} , Φ_* одного порядка. Темп роста критической температуры T_* с увеличением циркуляции выше в *Q*-варианте, чем скорость роста температуры $T_{cr}(\Gamma)$ в *E*-варианте.

В режиме I (вихреисточник в вакуум) в отличие от режима II (в затопленное пространство) нет перехода полного числа Маха через единицу, скорости газа — через скорость звука непрерывным образом [18,22,32]. Поток всегда сверхзвуковой. Вопрос о переходе от режима I к режиму II через скачок уплотнения газа требует специального исследования.

Можно использовать теплоподвод как средство для получения за зоной потока с более высоким значением числа Маха при заданной низкой температуре, например, равной температуре на входе в зону T_b . В связи с этим отметим, что для приведенного на рис. 3 варианта ($d = 3$, $r_b = 1.1$) при $\Gamma = 0$ (и $T_{b,phys} \approx 209.3$ К, $M_{rb} = M_b \approx 1.3726$) получили $M_{cool} \approx M(R_{cool,*}) \approx 3.721$, а при $\Gamma \approx 0.895$ ($T_{b,phys} \approx 31.1$ К, $M_{rb} = 3.259$, $M_b \approx 6.424$) — $M_{cool} \approx 14$. Энергозатраты составили $\Phi_2 \approx 1.6179$ и 4.341, при $\Gamma = 0$ и 0.895 соответственно. Для *E*-варианта при $\Gamma = 0$ получили $M_{cool} \approx 2.932$, $\Phi_2 \approx 1.9749$, при $\Gamma \approx 0.895$ — $M_{cool} \approx 5.749$, $\Phi_2 \approx 2.410$.

Зависимость критических характеристик от толщины зоны d

На рис. 4 приведены зависимости от протяженности области теплоподвода d для критических сечений r_* , r_2 , критических значений энергетических параметров Q_* , E_{cr} и температуры T_* , T_{cr} , кривая *1* (*Q*-вариант) и *2* (*E*-вариант) при $r_b = 1.1$, $\Gamma = 0.7071$; кривая *1a* соответствует газу с постоянными теплоемкостями, кривая *3* — случаю $\Gamma = 0$. Зависимости подведенной мощности Φ_* , $\Phi_{cr}(d)$ близки к температурным зависимостям T_* , $T_{cr}(d)$. Кроме указанной выше разницы значений Q_* , E_{cr} на порядок отметим нарастание темпа роста величин Q_* и очень слабый рост величин E_{cr} при протяженности d больше пяти. Критическая температура T_{cr} и координата r_{cr} выходят на „полку“ $T_* \approx 2.525$, $r_* \approx 3.49$ при $d \geq d_* \approx 2.39$ в реальном газе, кривая *1*. В газе с постоянными теплоемкостями выход на полку $T_* \approx 2.70$, $r_* \approx 7.4$ происходит при $d \geq d_* \approx 6.29$, т.е. значения r_* , d_* выше более чем в 2 раза; выше и значение критической температуры (кривая *1a*). При $\Gamma = 0$ в реальном газе значения $r_* \approx 2.02$ ($d \geq d_* \approx 0.930$) на „полку“ ниже, чем при $\Gamma \approx 0.7071$, в 1.73 раза, а температура $T_* \approx 1.347$ — в 1.89, почти вдвое (кривая *3*). Чем больше циркуляция, тем выше значения r_* , T_* , Φ_* .

Заметим, что в *Q*-варианте другие критические величины ρ_* , u_* , p_* , Φ_* , c_* , v_* , V_* , M_* (кроме Q_* , $R_{cool,*}$) почти постоянны при увеличении $d \geq d_*$. Далее покажем,

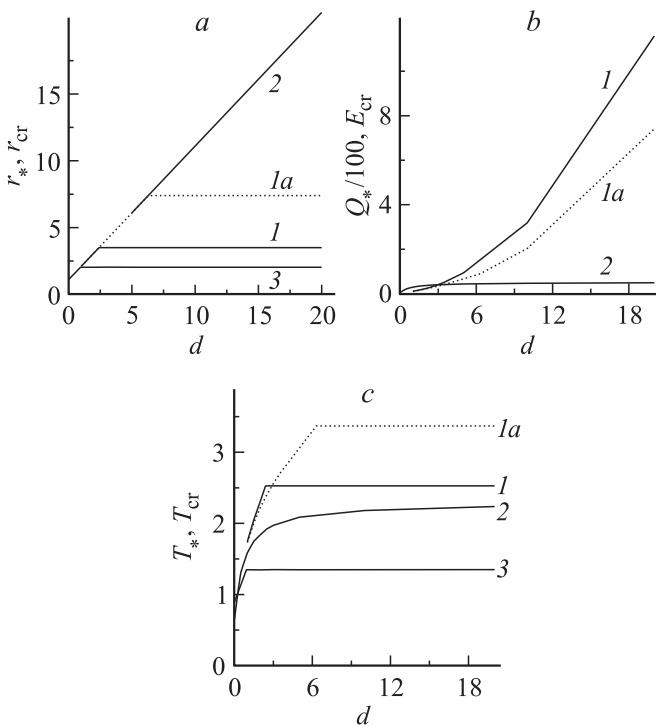


Рис. 4. *a* — координаты критического сечения r_*, r_{cr} в зависимости от толщины зоны d : 1 — Q -вариант, 1а — газ с постоянными теплоемкостями, 2 — E -вариант, $r_b = 1.1$, циркуляция $\Gamma = 0.7071$; 3 — Q -вариант, $\Gamma = 0$; *b* — энергетические параметры Q_*, Q_{cr} (1, 1а), E_{cr} (2); *c* — температура T_*, T_{cr} .

что это обусловлено, в первую очередь, однородным законом распределения источников тепла $f(r) = const$.

Величины $E_{cr}, T_{cr}, \Phi_{cr}$ медленно выходят на приблизительно постоянные (слабо растущие) значения при $d > 5$.

Влияние закона тепловыделения

На рис. 5 в Q -варианте представлены распределения по координате $M_r(r), T(r), \Phi(r)$ для законов $f(r) = const$ (однородный или постоянный, кривые 1), $f(r) = C_{LB}(r_2 - r)$ (линейный убывающий, 2), $f(r) = C_{QD}(r - r_1)(r_2 - r)$ (квадратичный или куполообразный, 3), $f(r) = C_{LA}(r - r_1)$ (линейный нарастающий, 4) в реальном газе с переменными теплоемкостями при $\Gamma = 0.707, r_b = 1.1$ в полосе $d = 40$. Показаны ситуации, близкие к критическим, в которых энергетические параметры равны $Q_* \approx 4402.5, 1681.6, 417.57, Q_{cr} = 340.54$ для законов 1, 2, 3, 4 соответственно. Тепловой след начинается при $r \geq r_2 = 41.10$. Кривые 5 — вариант без теплоподвода. Распределения радиального числа Маха $M_r(r)$ имеют локальные максимумы внутри зоны теплоподвода для законов 3 и 4, распределения температуры $T(r)$ — для законов 2 и 3. Для законов 1, 4 температура максимальна в замыкающем сечении. Радиальное число Маха монотонно растет в варианте 2, выходит на полку в варианте 1. Подведенная

к текущему сечению r мощность $\Phi(r)$ монотонно растет. Если требуются большие значения чисел Маха, можно использовать начальные участки с законами 3 и 4. Наименьшие температуры и энергозатраты при достижении теплового кризиса получим для закона 4.

На рис. 6 в диапазоне протяженности теплового источника $d = 0.01-40$ сопоставлены критические сечения $r_*, r_{cr}(d)$, температуры $T_*, T_{cr}(d)$ и полные подведенные мощности $Q_*, \Phi_{cr}(d)$ для законов: постоянного (однородного) $f(r) = const$, кривые 1, линейного убывающего 2, квадратичного 3, линейного нарастающего 4 в реальном газе с переменными теплоемкостями. Критические сечения r_* близки в вариантах 1, 2 при $d \geq 40$ и различаются почти в 2 раза при $d \leq 5$. Кривые 1а соответствуют случаю теплового кризиса в газе с постоянными теплоемкостями и законом распределения $f(r) = const$. Значения r_*, T_*, Φ_* завышены в этом случае по сравнению с реальным газом с переменными теплоемкостями.

Величины r_*, r_{cr} в вариантах 3, 4 существенно больше, чем в вариантах 1, 2, а при $d = 40$ на порядок больше. Температуры T_*, T_{cr} выше в вариантах 1 и 3, ниже в 2 и 4. Подведенная мощность меньше в случаях 2 и 4 по сравнению с 3 и 1 во всем диапазоне.

Если требуется реализовать запирающие (или близкие к кризису условия) для стационарного вихреисточника при относительно небольших r_* , необходимо выбрать однородный закон распределения $f(r) = const$ (кри-

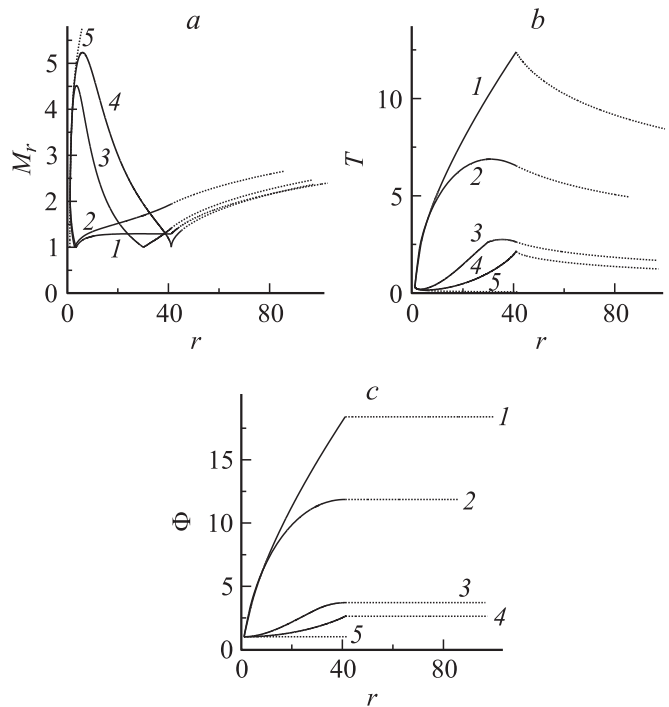


Рис. 5. Распределения по координате: *a* — радиального числа Маха $M_r(r)$, *b* — температуры $T(r)$, *c* — мощности $\Phi(r)$, реальный газ, Q -вариант; 1, 2, 3, 4 — однородный, линейный убывающий, квадратичный и линейный нарастающий законы $f(r)$ распределения источников тепла, 5 — без теплоподвода; $\Gamma = 0.7071, r_b = 1.1, d = 40$.

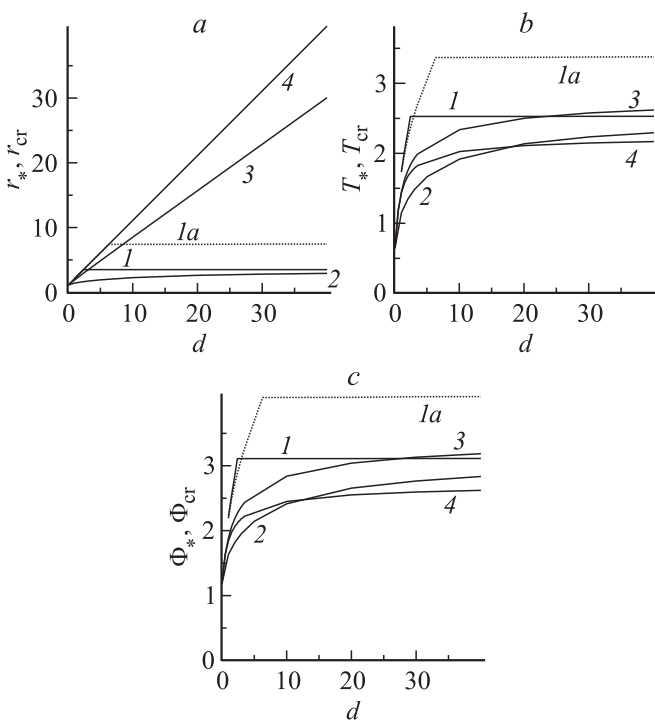


Рис. 6. Зависимости от толщины зоны теплоподвода d для: a — координаты критического сечения r_* , r_{cr} , b — температуры T_* , T_{cr} , c — подведенной мощности Φ_* , Φ_{cr} ; 1, 2, 3, 4 — постоянный, линейный убывающий, квадратичный и линейный нарастающий законы $f(r)$ распределения источников тепла, 1a — газ с постоянными теплоемкостями; $\Gamma = 0.7071$, $r_b = 1.1$, Q -вариант.

вые 1) либо линейный убывающий (2). Если требуются r_{cr} наибольшие ($r_{cr} = r_2$), тогда выбираем линейный нарастающий закон $f(r)$ (кривые 4).

Если хотим получить критические (или близкие к критическим) условия при минимальных энергозатратах, то необходимо использовать закон $f(r)$, кривые 4. Наименьшие критические температуры получим также при законе теплоподвода 4, причем во всем поле течения.

Координата охлаждения максимальна при однородном законе теплоподвода: $R_{cool,*} = 584\,140$ (закон $f = \text{const}$ — 1), 92776 (2), 4897 (3), $R_{cool,cr} = 2272$ (4). При $\Gamma > 0.707$, $d = 40$, $f = \text{const}$ (1a) в модели газа с постоянными теплоемкостями получим погрешность для критического сечения в 113% и существенные расхождения для критической температуры (34%) и мощности (31%). Погрешность существенно меньше при использовании законов $f(r)$ 2, 3, 4 по сравнению с использованием закона 1. Радиальные и полные числа Маха (различия незначительны) в сечении охлаждения до температуры на входе в зону $T(R_{cool}) = T(r_b) = T_b$ составили $M_r \approx M \approx 16.88, 13.48, 7.30, 6.024$.

Результаты исследования могут быть использованы в проблеме создания высокоэнтальпийного потока воздуха с целью моделирования полета ЛА на больших высотах в атмосфере [33–35].

Заключение

1. Критические значения E_{cr} энергетического параметра на несколько порядков меньше значений Q_* . Затраченные на тепловой кризис мощности $\Phi_*(Q_*)$ и $\Phi_{cr}(E_{cr})$ одного порядка.

2. С ростом протяженности d (при $r_b = 1.1$), циркуляции Γ , удаленности r_b зоны от минимального сечения (при $d = 1$) возрастают координата охлаждения газа за зоной, температура T_* , T_{cr} и энергозатраты Φ_* , Φ_{cr} на реализацию теплового кризиса.

3. При однородном тепловыделении критическая координата r_* в Q -варианте меньше замыкающей координаты зоны энергоподвода. Зависимость $r_*(\Gamma)$ имеет локальный максимум при приближении циркуляции Γ к единице, которого нет в модели газа с постоянными теплоемкостями.

4. Наименьшие критические сечения r_* реализуются при линейном убывающем законе и при однородном теплоподводе. При квадратичном и линейном нарастающем законах критические координаты r_* на порядок больше при $d \geq 40$.

5. Критические температуры наиболее быстро нарастают с увеличением толщины зоны d при однородном теплоподводе, и при некотором d_* , зависящем от циркуляции Γ , выходят на полку $T_* \approx \text{const}$. В модели газа с постоянными теплоемкостями значение T_* завышено. Аналогично поведение других характеристик Φ_* , ρ_* , u_* , p_* , V_* , M_* (исключая Q_* , $R_{cool,*}$).

Работа выполнена при поддержке Государственной программы № П-09 президиума РАН.

Список литературы

- [1] Kogan M.N., Kucherov A.N. // Proc. of „East–West High Speed Flow Field Conference“ WEHSFF-2007, November 19–22, 2007, М. (Труды конференции „Запад–Восток. Поля высокоскоростных течений“, 19–22 ноября 2007 г., М.). С. 52–53.
- [2] Коган М.Н., Кучеров А.Н. // Известия РАН. Механика жидкости и газа, 2008. № 4. С. 151–159.
- [3] Kogan M.N., Kucherov A.N. // The 8th International Workshop on Magneto–Plasma Aerodynamics. М., 2009. Proc. P. 168–179.
- [4] Коган М.Н., Кучеров А.Н. // ТВТ. 2010. Т. 48. № 1 (дополнительный). С. 85–92.
- [5] Райзер Ю.П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1992. 536 с.
- [6] Громов В.Г., Еришов А.П., Левин В.А., Шибков В.М. // ТВТ. 2006. Т. 44. № 2. С. 185–194.
- [7] Третьяков П.К., Гаранин Г.Ф., Грачев Г.Н., Крайнев В.Л., Пономаренко А.Г., Тищенко В.Н., Яковлев В.И. // ДАН. 1996. Т. 351. № 3. С. 339–340.
- [8] Борзов В.Ю., Михайлов В.М., Рыбка И.В., Савищенко Н.П., Юрьев А.С. // ИФЖ. 1994. Т. 66. № 5. С. 515–520.
- [9] Зудов В.Н., Третьяков П.К., Тупикин А.В., Яковлев В.И. // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 5. С. 140–153.

- [10] Георгиевский П.Ю., Левин В.А. // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 5. С. 154–167.
- [11] Кучеров А.Н. // ЖТФ. 2009. Т. 79. Вып. 12. С. 32–39.
- [12] Абрамович Г.Н. // ДАН СССР. 1946. Т. 54, № 7. С. 579–581.
- [13] Вулис Л.А. // ДАН СССР. 1946. Т. 54, № 8. С. 669–672.
- [14] Чаплыгин С.А. О газовых струях. М.: Университетская типография, 1902.
- [15] Фабрикант Н.Я. Аэродинамика. Общий курс. М.: Наука, 1964. 814 с.
- [16] Мизес Р. Математическая теория течений сжимаемой жидкости. М.: ИЛ, 1961. 588 с. (*Mises R. Mathematical Theory of Compressible Fluid Flow. NY: Academic Press INC Publishers, 1958*).
- [17] Кучеров А.Н. // Ученые записки ЦАГИ. 1983. Т. 14. № 4. С. 47–57.
- [18] Kogan M.N., Kucherov A.N. // The 9th International Workshop on Magneto-Plasma Aerodynamics. М.: 2010. Proc. P. 59–69.
- [19] Авиация. Энциклопедия. Ред. Г.П. Свищев. М.: „Большая Российская Энциклопедия“, 1994. 900 с.
- [20] Кучеров А.Н. // ИФЖ. 2010. Т. 83. № 5. С. 873–877.
- [21] Кучеров А.Н. // ЖТФ. 2011. Т. 81. Вып. 7. С. 35–42.
- [22] Кучеров А.Н. // Ученые записки ЦАГИ. 2012. Т. 43. № 2. С. 31–42.
- [23] Кучеров А.Н. // ЖТФ. 2012. Т. 82. Вып. 11. С. 15–21.
- [24] Кучеров А.Н. // ИФЖ. 2012. Т. 85. № 5.
- [25] Глаголев Ю.А. Справочник по физическим параметрам атмосферы. Л.: Гидрометеорологическое изд-во, 1970. 212 с.
- [26] Таблицы физических величин. Справочник. Ред. И.К. Кирилин. М.: Атомиздат, 1976. 1006 с.
- [27] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика (Т. 5). М.: Наука, 1964. 568 с.
- [28] Гриффит В.Ц. Основные результаты экспериментов на ударных трубах. Ред. А. Ферри. М.: Гос. изд. лит. по атомной науке и технике, 1963. С. 442 (*Fundamental data obtained from shock-tube experiments. Ed. A. Ferri. Oxford: Pergamon Press, 1961*).
- [29] Агафонов В.П., Вертушкин В.К., Гладков А.А., Полянский О.Ю. Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике. Ред. Г.И. Майкапар. М.: Машиностроение, 1972. 344 с.
- [30] Воздух жидкий и газообразный. Плотность, энтальпия, энтропия и изобарная теплоемкость при температурах 70–1500 К и давлениях 0.1–100 МПа. ГСССД 8-79, с. 19–34. В сб.: Свойства материалов и веществ. Воздух и его основные компоненты. Вып. 2. Таблицы стандартных справочных данных. М.: Государственный комитет по управлению качеством продукции и стандартам, 1991. 128 с.
- [31] Кучеров А.Н. Особенности в поле течения цилиндрического и сферического источника внутри области энерговыделения. Препринт ЦАГИ № 157. М.: Издательский отдел ЦАГИ, 2009. 36 с.
- [32] Кучеров А.Н. Основные закономерности теплового записания цилиндрического массового вихреисточника (вихресток). Препринт ЦАГИ № 158. М.: Издательский отдел ЦАГИ, 2010. 40 с.
- [33] Miles R.B., Brown G.L., Lempert W.R., Yetter R., Williams G.J., Jr., Bogdonoff S.M., Natelson D., Guest J.R. // AIAA J. 1995. Vol. 33. N 8. P. 1463–1470.
- [34] Brown G.L., Anderson R.W., Morgan A.E., Barker P.F., Lipinski R.J., Miles R.B. // 29th Plasmadynamics and Lasers Conference, June 15–18, 1998, Albuquerque, USA; AIAA-Paper N 98-2747. 1998. 10 p.
- [35] Miles R.B., Brown G.L. // 29th Plasmadynamics and Lasers Conference, June 15–18, 1998, Albuquerque, USA; AIAA-Paper N 98-2748. 10 p.