

03

## Электрический заряд и поле в мениске диэлектрической жидкости

© Н.Д. Семкин, А.В. Пляков, А.М. Телегин, К.Е. Воронов, И.В. Пляков

Самарский государственный аэрокосмический университет им. акад. С.П. Королева  
(Национальный исследовательский университет),  
443086 Самара, Россия  
e-mail: talex85@mail.ru

(Поступило в Редакцию 16 марта 2012 г. В окончательной редакции 12 июля 2012 г.)

На основе метода конформных отображений рассчитано электрическое поле на конце высоковольтного электрода, установленного в инжекторе жидких частиц. Определен объемный заряд диэлектрической жидкости, заряжаемой от высоковольтного электрода инжектора жидких заряженных частиц. Приведены результаты моделирования заряда и поля в мениске для вакуумного масла VM-1.

### Введение

Актуальной проблемой современной космической промышленности является создание космических аппаратов (КА) с большими сроками эксплуатации и надежностью. Следует отметить, что в последнее время наблюдается устойчивая тенденция роста частиц антропогенного загрязнения всех размеров. В связи с этим возникает угроза значительного влияния данных частиц на работоспособность космических аппаратов.

Функционирование различных систем и устройств КА, таких как двигатели ориентации, сопровождается периодическим выбросом в космическое пространство жидких компонентов топлива. Особый интерес конструкторов КА вызывает воздействие жидких частиц с размерами  $0.1 - 10 \mu\text{m}$  со скоростями  $0.5 - 5 \text{ km/s}$ , инициируемых включением двигателей.

Создание устройства для моделирования высокоскоростных жидких частиц является актуальной задачей, так как моделирование их в лабораторных условиях необходимо для изучения воздействия жидких высокоскоростных частиц на элементы конструкций космического аппарата.

Одной из задач, решаемых при проектировании инжекторов жидких заряженных частиц, является исследование электродиспергирования жидкости, для которого необходимо определить распределения электрического заряда по мениску жидкости на кончике высоковольтного электрода и рассчитать электрическое поле этого электрода, так как действие именно электрических сил на поверхности мениска приводит к его разрушению.

### Постановка задачи

В работах [1–5] при изучении объемного заряда в слабопроводящих жидкостях отмечается хорошее экспериментальное согласование с моделью проводимости диэлектрической жидкости Френкеля [6].

В области высокой напряженности электрического поля в соответствии с моделью Френкеля проводимость

жидкого диэлектрика задается соотношением

$$\sigma = \sigma_0 \exp \frac{e^{3/2} E^{1/2}}{(\pi \epsilon_0 \epsilon)^{1/2} k T}, \quad (1)$$

где  $\sigma_0$  — проводимость при низкой напряженности поля,  $e$  — заряд электрона,  $E$  — напряженность электрического поля,  $\epsilon$  — относительная диэлектрическая проницаемость жидкости,  $\epsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость вакуума,  $k$  — постоянная Больцмана ( $1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ ),  $T$  — температура.

Поставлена задача — определить электрический заряд и поле в мениске жидкости в системе электродов инжектора жидких заряженных частиц: игольчатый электрод–вытягивающий электрод, помещенный в вакуум, игольчатый электрод покрыт слоем диэлектрической жидкости.

### Заряд жидкости на игольчатом электроде

Градиент проводимости в межэлектродном пространстве обусловлен неоднородностью электрического поля игольчатого электрода и неоднородностью среды (на границе раздела жидкий диэлектрик–вакуум проводимость скачкообразно изменяется) [7].

Заряд диэлектрической жидкости на игольчатом электроде определяется как функция объемного заряда жидкости, связанного с неоднородностью электрического поля, поверхностного свободного заряда на границе раздела двух сред жидкость–вакуум, возникающего из-за скачкообразного изменения проводимости среды на границе жидкий диэлектрик–вакуум, и поверхностного связанного заряда, возникающего благодаря поляризации диэлектрика [8].

Объемный заряд в жидкости находится из решения системы уравнений, состоящей из уравнения сохранения заряда с учетом закона Ома и закона Гаусса:

$$\begin{cases} \operatorname{div}(\sigma \mathbf{E} + \rho_e \mathbf{V} + \frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P})) = 0, \\ \operatorname{div}(\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) = \rho_e, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\sigma$  — проводимость жидкости,  $\mathbf{E}$  — вектор напряженности электрического поля,  $\rho_e$  — объемный заряд,  $\mathbf{V}$  — скорость конвекционных потоков,  $\mathbf{P}$  — вектор поляризации,  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость вакуума.

При решении системы (2) пренебрежем током конвекции, полагая

$$\rho_e \mathbf{V} = 0. \quad (3)$$

Согласно материальному уравнению среды, электрическая индукция имеет вид:

$$\mathbf{D} = (\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}. \quad (4)$$

Распишем систему (3) с учетом (3) и (4)

$$\begin{cases} \operatorname{div}(\sigma \mathbf{E} + \mathbf{0} + \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D}) = 0, \\ \operatorname{div} \mathbf{D} = \rho_e. \end{cases} \quad (5)$$

Распишем первое уравнение системы (5)

$$\mathbf{E} \operatorname{grad} \sigma + \sigma \operatorname{div} \mathbf{E} + \frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{div} \mathbf{D}) = 0. \quad (6)$$

Подставим в (6) второе уравнение системы (5)

$$\mathbf{E} \operatorname{grad} \sigma + \sigma \operatorname{div} \mathbf{E} + \frac{\partial \rho_e}{\partial t} = 0. \quad (7)$$

Перепишем (7), перенеся дифференциал в левую часть:

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} = -(\mathbf{E} \operatorname{grad} \sigma + \sigma \operatorname{div} \mathbf{E}). \quad (8)$$

Выражение (8) с учетом (7) можно записать в виде

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} = -\left(\frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0} \rho_e + \mathbf{E} \operatorname{grad} \sigma\right). \quad (9)$$

Решая его при начальных условиях  $\rho|_{t=0} = 0$ , получим

$$\rho_e = -\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\sigma} A \left(1 - \exp\left(-\frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0} t\right)\right), \quad (10)$$

где  $\varepsilon$  — относительная диэлектрическая проницаемость жидкости,

$$A = \mathbf{E} \operatorname{grad} \sigma. \quad (11)$$

В установившемся режиме

$$\rho_e = -\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\sigma} \mathbf{E} \operatorname{grad} \sigma. \quad (12)$$

Так как проводимость вакуума равна нулю, то все свободные заряды, образовавшиеся в объеме жидкости и под действием электрического поля, вынесенные на поверхность жидкости, там и останутся. Следовательно, заряд на границе раздела обусловлен током в жидком диэлектрике:

$$\frac{\partial \sigma_g}{\partial t} = j|_g = (\sigma E)|_g, \quad (13)$$

где  $\sigma_g$  — проводимость жидкости на границе раздела вакуум–жидкость,  $j$  — плотность тока в жидком диэлектрике,  $E$  — модуль напряженности электрического поля в жидком диэлектрике. Перераспределением заряда вдоль поверхности мениска можно пренебречь ввиду быстротечности процессов изменения формы мениска и отрыва капли от игольчатого электрода.

## Определение электрического поля в системе электродов инжектора

Решение задачи о нахождении электростатического поля системы электродов с заданными потенциалами (краевая задача Дирихле) находится численными методами [9]. Существуют также аналитические методы расчета электростатического поля электродов сложной конфигурации [10], в ходе которых часто допускаются некоторые упрощения.

Пренебрегая влиянием объемного заряда и в приближении к квазистационарности процесса, будем решать задачу электростатики с граничными условиями на краю ускоряющего электрода, на краю игольчатого электрода и на границе раздела двух диэлектриков (жидкость–вакуум), на которой имеется поверхностный заряд  $\sigma_e$ . Под граничными условиями понимаются геометрия ускоряющего электрода, игольчатого электрода и уравнение поверхности границы раздела двух диэлектриков (жидкость–вакуум) соответственно.

Так как результаты аналогового моделирования электростатических полей реальных электродных систем в электролитической ванне по методу К.С. Демирчяна [11] показали, что изменение диаметра отверстия ускоряющего электрода в широком диапазоне не оказывает заметного влияния на распределение напряженности поля в непосредственной близости от кончика иглы, то этим влиянием можно пренебречь. Так как диаметр ускоряющего электрода много больше диаметра острия, то можно рассмотреть систему электродов игла–плоскость.

Расчетную модель системы электродов удобно представить в виде софокусных гиперблоидов вращения (рис. 1), наиболее узкий из которых аппроксимирует высоковольтный электрод 1, следующий по ширине поверхности жидкости 2, а третий вырожден в плоскость 3, не имеющую отверстия [12].

Система симметрична в цилиндрических координатах по углу, поэтому задача решается на плоскости.

Параметры гиперблоида, аппроксимирующего высоковольтный электрод, выбираются таким образом, чтобы радиус острия электрода был равен „радиусу вершины“ гиперблоида. Радиусом вершины гиперблоида будем считать такую величину  $R_{el}$ , что при  $\rho = R_{el}$  выполнялось бы равенство:  $z - h = R_{el}$  (рис. 2).

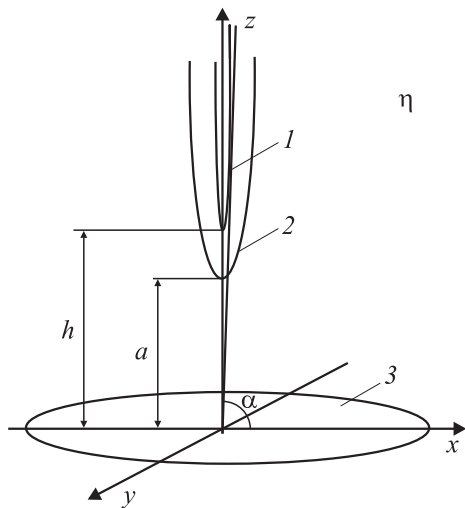
Уравнение гиперблоида, описывающего электрод,

$$\left(\frac{z}{h}\right)^2 - \left(\frac{\rho \operatorname{tg} \alpha}{h}\right)^2 = 1, \quad (14)$$

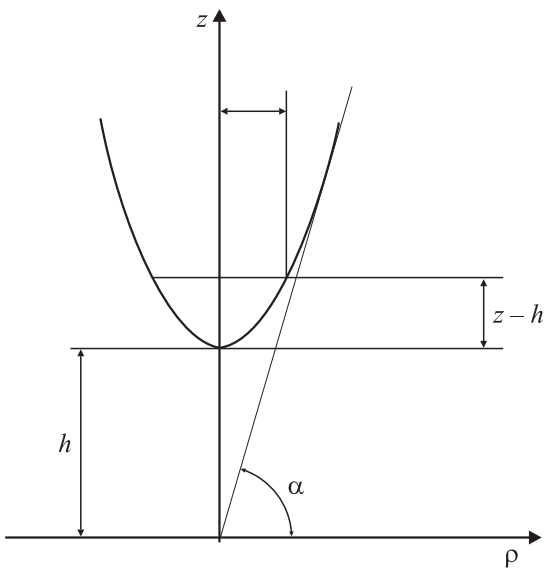
где  $\alpha$  — угол между плоским электродом и касательной к поверхности гиперблоида, построенной из точки начала координат.

После несложных преобразований, учитывая условие, что  $z - h = \rho$ , получим квадратное уравнение относительно  $\rho$ :

$$\frac{\rho^2}{h^2} (1 - \operatorname{tg}^2 \alpha) + 2 \frac{\rho}{h} = 0, \quad (15)$$



**Рис. 1.** Расчетная модель системы электродов:  $h$  — расстояние между электродами,  $a$  — расстояние между плоским электродом и мениском жидкости,  $\alpha$  — угол между плоским электродом и касательной к поверхности гиперboloида, 1 — высоковольтный электрод, 2 — поверхность жидкости, 3 — второй электрод.



**Рис. 2.** Вершина гиперboloида.

из которого следует, что  $z - h = \rho$  при двух условиях

$$\rho = 0, \tag{16}$$

$$\rho = \frac{2h}{\operatorname{tg}^2 \alpha - 1}. \tag{17}$$

Таким образом,  $z - h = \rho = R_{el}$  выполняется при

$$\alpha = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{2h + R_{el}}{R_{el}}}. \tag{18}$$

Уравнение (14) показывает, какое  $\alpha$  для гиперboloида, аппроксимирующего электрод, надо выбирать при

известном радиусе его острия. Например, игольчатый электрод с радиусом острия  $10^{-6}$  м при  $h = 12 \cdot 10^{-3}$  м аппроксимируется гиперboloидом с углом  $\alpha = 89.5^\circ$ .

Потенциал электрического поля в области между границей жидкости и ускоряющим электродом и в области между границей жидкости и игольчатым электродом гармонический, и поэтому в этих областях можно построить аналитическую функцию комплексной переменной, т.е. комплексный потенциал электростатического поля:

$$f(z) = V(x, y) + iU(x, y). \tag{19}$$

Одно из направлений решения такого рода задач — это применение конформного отображения.

Расчет электростатического поля электродов с криволинейной границей поперечного сечения сводится к определению потенциала  $\varphi(x, y)$  из уравнения Лапласа

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0 \tag{20}$$

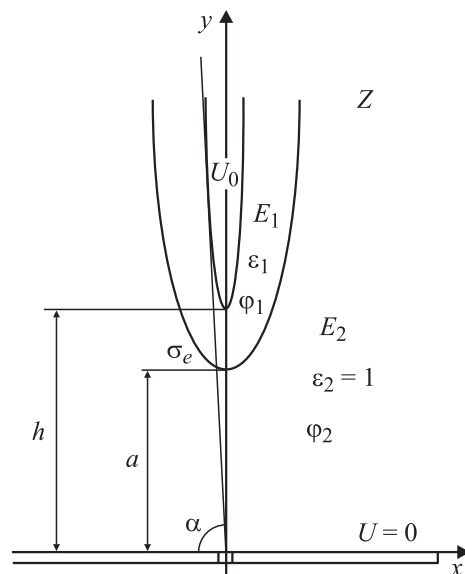
при заданных на поверхности электродов потенциалах

$$\varphi(x, y)|_{\Gamma} = \varphi_0. \tag{21}$$

Гиперболический профиль электрода может быть совмещен с одной из эквипотенциалей системы „полубесконечный стержень–плоскость“ [13]. Откуда конформное преобразование гиперboloида над плоскостью (рис. 3) в плоский бесконечный конденсатор (рис. 4) выглядит следующим образом:

$$w = \frac{h}{\alpha} \ln \left( \frac{z \sin \alpha}{h} + \sqrt{\frac{z^2 \sin^2 \alpha}{h^2} + 1} \right). \tag{22}$$

Определим поле плоского бесконечного конденсатора, между обкладками которого на границе раздела диэлектрика и вакуума заряд распределен с поверхностной



**Рис. 3.** Модель системы электродов в комплексной плоскости  $Z$ .

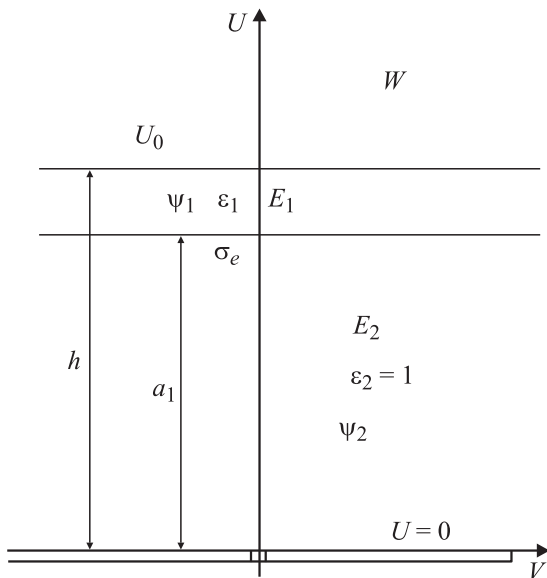


Рис. 4. Модель системы электродов в комплексной плоскости  $W$ .

плотностью  $\sigma_e$ . Для этого будем решать совместно уравнения Лапласа для  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$  при граничных условиях

$$\psi_1(h) = U_0; \quad \psi_2(0) = 0; \quad \epsilon_0 E_2 - \epsilon_0 \epsilon_1 E_1 = \sigma_e. \quad (23)$$

Решая эту задачу, получим выражения для комплексного потенциала в  $W$ -плоскости:

$$\psi_1 = \frac{U_0 - a_1 \frac{\sigma_e}{\epsilon_0}}{K} (\dot{w} - h) + U_0, \quad (24)$$

$$\psi_2 = \left( \epsilon_1 \frac{U_0 - a_1 \frac{\sigma_e}{\epsilon_0}}{K} + \frac{\sigma_e}{\epsilon_0} \right) \dot{w}, \quad (25)$$

где  $K = (\epsilon_1 - 1)a_1 + h$  — коэффициент, характеризующий параметры слоя диэлектрической жидкости.

Расстояние от ускоряющего электрода до поверхности жидкости  $a_1$  нетрудно вычислить из уравнения эквипотенциальных линий:

$$\left( \frac{z}{\frac{h}{\sin \alpha} \sin \frac{\alpha U}{h}} \right)^2 - \left( \frac{\rho}{\frac{h}{\sin \alpha} \cos \frac{\alpha U}{h}} \right)^2 = 1. \quad (26)$$

Из (26) получим

$$a_1 = \frac{h}{\alpha} \arcsin \frac{a \sin \alpha}{h}. \quad (27)$$

Решая (14) совместно с (18), получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial \sigma_e}{\partial t} = \sigma_1 \frac{U_0}{K} - \frac{\sigma_1 a_1 \sigma_e}{\epsilon_0 K}, \quad (28)$$

где  $\sigma_1$  — проводимость диэлектрической жидкости, по (1)

$$\sigma_1 = \sigma_0 \exp \frac{e^{3/2} U_0^{1/2}}{(K \pi \epsilon_0 \epsilon_1)^{1/2} k T}. \quad (29)$$

Решая уравнение (28), получим

$$\sigma_e = \frac{\epsilon_0 U_0}{a_1} \left( 1 - \exp \left( - \frac{\sigma_1 a_1}{\epsilon_0 K} t \right) \right). \quad (30)$$

С учетом (30) уравнения (24) и (25) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \frac{U_0}{K} \exp \left( - \frac{\sigma_1 a_1}{\epsilon_0 K} t \right) (\dot{w} - h) + U_0 \\ &= A(t) (\dot{w} - h) + U_0, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \psi_2 &= \left[ \epsilon_1 \frac{U_0}{K} \exp \left( - \frac{\sigma_1 a_1}{\epsilon_0 K} t \right) \right. \\ &\left. + \frac{U_0}{a_1} \left( 1 - \exp \left( - \frac{\sigma_1 a_1}{\epsilon_0 K} t \right) \right) \right] \dot{w} = B(t) \dot{w}. \end{aligned} \quad (32)$$

Из теории конформного преобразования известно [13]

$$\dot{E} = E_x + i E_y = -i \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \dot{z}}, \quad (33)$$

где  $\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \dot{z}}$  — выражение, комплексно сопряженное дифференциалу комплексного потенциала по  $\dot{z}$ .

Сделав преобразование в плоскость  $Z$  с помощью (22), из уравнений (31) и (32) получим комплексный потенциал системы электродов гиперболоид–плоскость со слоем жидкости на гиперболоиде:

$$\phi_1 = A(t) \left( \frac{h}{\alpha} \ln \left( \frac{z \sin \alpha}{h} + \sqrt{\frac{z^2 \sin^2 \alpha}{h^2} + 1} \right) - h \right) + U_0; \quad (34)$$

$$\phi_2 = B(t) \frac{h}{\alpha} \ln \left( \frac{z \sin \alpha}{h} + \sqrt{\frac{z^2 \sin^2 \alpha}{h^2} + 1} \right). \quad (35)$$

Продифференцируем (34) и (35) по  $z$ :

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial \dot{z}} = A(t) \left( \frac{h \sin \alpha}{\alpha \sqrt{z^2 \sin^2 \alpha + h^2}} \right), \quad (36)$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial \dot{z}} = B(t) \left( \frac{h \sin \alpha}{\alpha \sqrt{z^2 \sin^2 \alpha + h^2}} \right). \quad (37)$$

Из (33), (36) и (37) получим выражения для  $z$ - и  $\rho$ -составляющих напряженности электрического поля и для модуля напряженности электрического поля:

$$E_{Z_1} = A(t) \left( \frac{h}{\alpha \sqrt{2}} \right) \sqrt{\frac{1}{\sqrt{d^2 + b}} + \frac{d}{d^2 + b}}, \quad (38)$$

$$E_{\rho_1} = A(t) \left( \frac{h}{\alpha \sqrt{2}} \right) \sqrt{\frac{1}{\sqrt{d^2 + b}} - \frac{d}{d^2 + b}}, \quad (39)$$

$$E_{Z_2} = B(t) \left( \frac{h}{\alpha \sqrt{2}} \right) \sqrt{\frac{1}{\sqrt{d^2 + b}} + \frac{d}{d^2 + b}}, \quad (40)$$

$$E_{\rho_2} = B(t) \left( \frac{h}{\alpha\sqrt{2}} \right) \sqrt{\frac{1}{\sqrt{d^2+b}} - \frac{d}{d^2+b}}, \quad (41)$$

$$|\overline{E_1}| = A(t) \left( \frac{h}{\alpha} \right) \sqrt[4]{\frac{1}{d^2+b}}, \quad (42)$$

$$|\overline{E_2}| = B(t) \left( \frac{h}{\alpha} \right) \sqrt[4]{\frac{1}{d^2+b}}. \quad (43)$$

где  $d = \frac{h^2}{\sin^2 \alpha} + \rho^2 - z^2$ ,  $b = 4\rho^2 z^2$ .

### Результаты моделирования

Зависимости напряженности электрического поля на оси  $z$  в жидком диэлектрике (в вакуумном масле ВМ-1с (ТУ 38.1011187-88) при  $h = 0.03$  м, толщине диэлектрика  $10^{-5}$  м, угле  $\alpha = 81^\circ$  и  $U_0 = 10$  кВ) на кончике острия от времени, от расстояния между игольчатым электродом и ускоряющим, от толщины слоя диэлектрической жидкости приведены на рис. 5–7 соответственно [14].

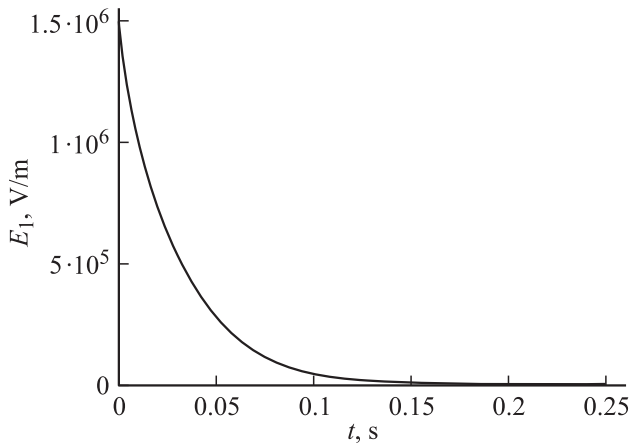


Рис. 5. Зависимость напряженности  $E_1$  у острия иглы от времени.

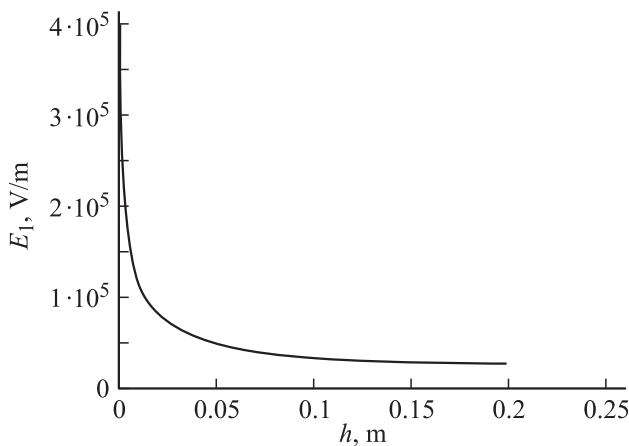


Рис. 6. Зависимость напряженности  $E_1$  у острия иглы от расстояния между иглой и ускоряющим электродом.

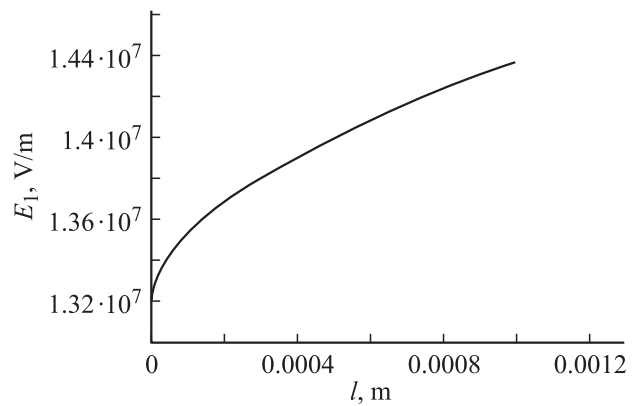


Рис. 7. Зависимость напряженности  $E_1$  у острия иглы от толщины слоя диэлектрика.

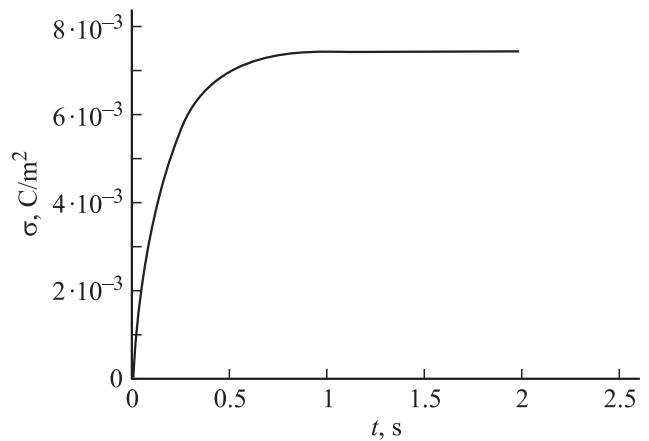


Рис. 8. Зависимость плотности заряда на поверхности диэлектрической жидкости от времени.

Исходя из того что поверхностный заряд обусловлен скачком нормальной составляющей электрической индукции:  $\epsilon_0 E_2 - \epsilon_0 \epsilon_1 E_1 = \sigma_e$ , получим значение истинного поверхностного заряда  $\sigma_{eu}$ :

$$\sigma_{eu} = \frac{\epsilon_0 h U_0}{a_1 \alpha} \left( 1 - \exp \left( -\frac{\sigma_1 a_1 t}{\epsilon_0 K} \right) \right) \sqrt[4]{\frac{1}{d^2+b}}, \quad (44)$$

где  $\rho$  и  $z$  — координаты точек, лежащих на поверхности жидкости.

На рис. 8 показана зависимость плотности заряда на поверхности мениска диэлектрической жидкости (в вакуумном масле при  $h = 0.03$  м, толщине диэлектрика  $10^{-5}$  м, угле  $\alpha = 89^\circ$  и  $U_0 = 10\,000$  В) при  $\rho = 0$  (на оси  $z$ ) от времени.

Из (12) и (42), учитывая, что вектор напряженности и градиент проводимости противоположно направлены, и пренебрегая временем релаксации заряда, получим выражение для объемного заряда в диэлектрической жидкости мениска на конце игольчатого высоковольтно-

го электрода:

$$\rho_e = \frac{\varepsilon_1 (e A(t) h)^{\frac{3}{2}}}{2\alpha^{\frac{3}{2}} (\pi \varepsilon_1)^{\frac{1}{2}} k T} (d^2 + b)^{11/8} \times \sqrt{\rho^2 \left( \left( \frac{h^2}{\sin^2 \alpha} + \rho^2 + z^2 \right)^2 + z^2 \left( \frac{h^2}{\sin^2 \alpha} + 3\rho^2 - z^2 \right)^2 \right)}. \quad (45)$$

На рис. 9 приведена зависимость плотности объемного заряда мениска диэлектрической жидкости (в трансформаторном масле при  $h = 0.03$  м, толщине диэлектрика  $10^{-5}$  м, угле  $\alpha = 81^\circ$  и  $U_0 = 10\,000$  В) у острия игольчатого электрода от времени с учетом влияния поверхностного заряда на результирующее поле, без учета времени релаксации.

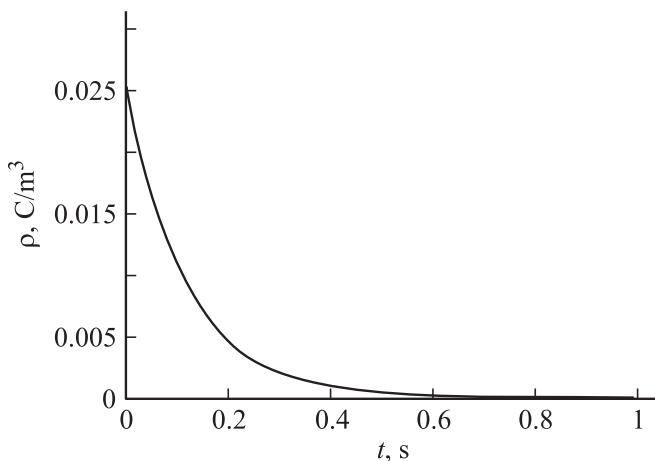
Действительно, объемный заряд уменьшается во времени вместе с напряженностью поля, обеспечивающей градиент проводимости. Из (10) следует, что релаксация объемного заряда — процесс очень медленный. Это значит, что объемный заряд в мениске будет очень мал, и все процессы обусловлены поверхностным зарядом диэлектрической жидкости. Следовательно, при определении параметров и режимов диспергирования энергией взаимодействия объемного заряда с внешним полем можно пренебречь.

В результате поляризации диэлектрика возникает поверхностный связанный заряд:

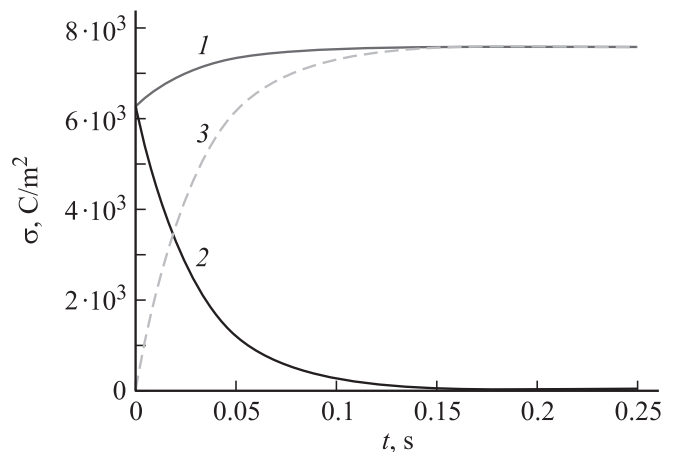
$$\sigma_{pi} = (\varepsilon_1 - 1)\varepsilon_0 E_{1n}, \quad (46)$$

где  $E_{1n}$  — нормальная к поверхности жидкости составляющая напряженности электрического поля.

Связанный заряд не определяет заряда частиц, но играет большую роль при принятии мениском равновесного положения. На рис. 10 изображены зависимости плотностей связанного и свободного поверхностного заряда мениска диэлектрической жидкости (в вакуумном



**Рис. 9.** Зависимость плотности объемного заряда мениска диэлектрической жидкости от времени без учета времени релаксации.



**Рис. 10.** Зависимости плотности поверхностного заряда мениска жидкости от времени: 1 —  $\sigma_{ei}(t, z) + \sigma_{pi}(t, z)$  связанного, 2 —  $\sigma_{ei}(t, z)$  свободного, 3 —  $\sigma_{pi}(t, z)$  полного.

масле при  $h = 0.03$  м, толщине диэлектрика  $10^{-5}$  м, угле  $\alpha = 81^\circ$  и  $U_0 = 10\,000$  В) при  $\rho = 0$  (на оси  $z$ ) от времени.

Из рис. 10 видно, что при вычислении поверхностной энергии мениска с небольшой погрешностью за плотность поверхностного заряда для упрощения вычислений можно считать плотность связанного заряда в момент времени  $t = 0$ .

## Заключение

Получены распределения электрического заряда по мениску жидкости на кончике высоковольтного электрода и электростатического поля системы электродов игла—вытягивающий электрод. Количественные оценки, проведенные в рамках рассмотренной модели, позволяют утверждать, что при выполнении очевидного требования влияния поверхностного заряда мениска жидкости на игольчатом электроде на электрическое поле системы электродов игла—плоскость объемным зарядом мениска диэлектрической жидкости можно пренебречь, а решающее влияние на процесс диспергирования оказывает поверхностный заряд мениска жидкости. Таким образом, при определении равновесной формы мениска за энергию электрических сил, действующих на него, можно принимать энергию взаимодействия электрического поля со связанным поверхностным зарядом в момент времени  $t = 0$  при пренебрежении свободным электрическим зарядом.

Работа выполнена в ходе НИР в рамках реализации ФЦП „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009–2013 гг. (ГК № П889 от 26 мая 2010 г.).

## Список литературы

- [1] *Остроумов Г.А.* Взаимодействие электрических и гидродинамических полей. М.: Наука, 1979. 340 с.
- [2] *Стишков Ю.К., Остапенко А.А.* Электрогидродинамические течения в жидких диэлектриках. Л.: Изд-во Ленинградского ун-та, 1989. 119 с.
- [3] *Апфельбаум М.С., Поляский В.А.* // Магнитная гидродинамика. 1982. № 1. С. 71–76.
- [4] *Ятовский Е.И., Апфельбаум М.С.* // Магнитная гидродинамика. 1977. № 4. С. 73–80.
- [5] *Апфельбаум М.С., Баранова Т.Н., Северов А.М., Скуратовский Н.О., Ятовский Е.И.* // Труды VIII Рижской конференции. 1980. С. 275–278.
- [6] *Френкель Я.И.* // ЖЭТФ. 1938. Т. 8. № 12. С. 1292–1301.
- [7] *Шепелев С.М.* // Тез. докл. 5-й Международной научно-технической конференции „Физика и технические приложения волновых процессов“ / Под ред. В.А. Неганова, Г.П. Ярового. 2006. С. 326–327.
- [8] *Шепелев С.М., Семкин Н.Д.* // Вестник СГАУ. 2006. № 1. С. 200–208.
- [9] *Том А., Эйпалт К.* Числовые расчеты полей в технике и физике. М.-Л.: Энергия, 1964. 320 с.
- [10] *Поляков В.В.* Анализ и расчет электростатических систем. М.: 1976. 372 с.
- [11] *Любимов Ю.А.* Диэлектрическое насыщение в жидкостях и полимерах. // Физика и физико-химия жидкостей. Вып. 2. М.: Из-во МГУ, 1973. С. 75–82.
- [12] *Шепелев С.М.* // Тез. докл. 5-й Международной научно-технической конференции „Физика и технические приложения волновых процессов“ / Под ред. В.А. Неганова, Г.П. Ярового. 2006. С. 326–327.
- [13] *Новгородцев А.Е., Фатхиев А.Р., Фатхиева И.С.* Применение функции комплексного переменного к расчету электростатических полей электродов сложной конфигурации. Учебное пособие. Уфа, 1986. 82 с.
- [14] *Шепелев С.М., Семкин Н.Д.* // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2007. Т. 10. № 1. С. 115–119.