

01
Квантовый подход для описания процесса усиления излучения на основе массива нанотрубок

© Н.Р. Садыков,¹ Н.А. Скоркин²

¹ Филиал ГОУ ВПО «Южно-Уральский государственный университет», 456770 Снежинск, Челябинская область, Россия
 e-mail: n.r.sadykov@rambler.ru

² Снежинский физико-технический институт — филиал НИЯУ МИФИ, 456770 Снежинск, Челябинская область, Россия
 e-mail: n.a.scorkin@rambler.ru

(Поступило в Редакцию 11 января 2012 г. В окончательной редакции 5 сентября 2012 г.)

Для углеродных нанотрубок типа „зигзаг“ на основе двухточечной элементарной фазовой ячейки рассмотрен механизм генерирования терагерцового излучения. Нанотрубки ориентированы вдоль поля излучения. Приведена величина оценки коэффициента усиления излучения и обсужден механизм возбуждения нелинейной среды на основе массива нанотрубок.

Введение

Совокупность большого числа уникальных свойств углеродных нанотрубок (CN) в сочетании с их геометрическими размерами делает нанотрубки перспективными при рассмотрении задачи генерации СВЧ- и терагерцового излучения [1–8]. Терагерцовое (THz) излучение, как правило, имеет низкую выходную мощность и пиковую интенсивность генерируемого излучения. Типичные значения энергии генерируемых THz-импульсов лежат в диапазоне от пико- до наноджоулей, средней мощности — от нано- до микроватт, напряженности электромагнитного поля — от нескольких единиц до нескольких десятков kV/cm. Лишь на уникальных источниках THz-излучения удается достичь амплитуд напряженности электромагнитного поля в несколько сотен kV/cm [9]. Поэтому задача по исследованию процессов генерации THz-излучения при напряженности поля масштаба ~ 10 kV/cm является актуальной. Такие величины напряженности поля излучения были исследованы в работах [6,7,10,11]. В [6] теоретически предсказан и численно промоделирован процесс генерации THz-излучения с длиной волны $\lambda \approx 1$ mm. В основе процесса лежит эффект периодической нелинейной зависимости тока в нанотрубках в переменном (быстро осциллирующем) электрическом поле при наличии постоянного (или нестационарного, т.е. при наличии электрических импульсов) электрического поля [8] (случай, когда нанотрубка аппроксимируется свернутой в геликоиду атомной цепочкой, см. [12]). В работе [10] на основе результатов работы [6], в частности, исследована задача по генерации субмиллиметрового излучения при воздействии на систему параллельно ориентированных углеродных нанотрубок (УНТ) двухчастотного углекислотного лазерного излучения (CO₂-лазер) при наличии постоянного (или нестационарного) поля. В работе [7] предложен механизм генерации с помощью нестационарного электрического поля в волноводе с коротким

передним фронтом ($\Delta T \approx 10^{-10}$ s). В результате такого „мгновенного“ включения „электрического поля“ возникают колебания в электрическом колебательном контуре, где частота колебаний определяется величиной кинетической индуктивности и квантовой электрической емкостью [13,14]. В работе [11] в отличие от работы [7] теоретически исследован и математически промоделирован процесс генерации излучения в миллиметровом диапазоне в среде на основе нанотрубок в зависимости от различных профилей переднего фронта нестационарного электрического поля (электрические импульсы) [15,16]. В настоящей работе рассматривается возможность накачки среды на основе массива нанотрубок для генерации THz-го излучения с длиной волны $\lambda \approx 120 \mu\text{m}$.

1. Уравнение Шредингера в двумерном случае для двухточечной фазовой ячейки

В работе [17] для нанотрубок типа (n, m) на основе двухточечной фазовой ячейки получен закон дисперсии, который описывает электронно-энергетические свойства графена. Закон дисперсии имеет вид (рис. 1)

$$\varepsilon(k, k_{\perp}) = \gamma_0 \left| \exp \left\{ i \left[\frac{3b}{2} k_{\parallel} \cos \theta - k_{\perp} \sin \theta \right] \right\} + 2 \cos \left(\frac{\sqrt{3}k_s b}{2} \right) \right|, \quad (1)$$

где $\gamma_0 \approx 2.7$ eV — интеграл перескока, $b = 0.142$ nm — расстояние между центрами атомов углерода, $k_s = = k_{\perp} \cos \theta + k_{\parallel} \sin \theta$ (вектор \mathbf{k}_s на рис. 1 направлен вдоль штриховой линии), θ — угол хиральности углеродной нанотрубки ($|\theta| \leq \pi/6$), $\mathbf{k} = k_{\parallel} \mathbf{T}/T + k_{\perp} \mathbf{C}_h/C_h$, $T = \sqrt{3}C_h/d_R$, $C_h = \sqrt{3}n[n^2 + m^2 + nm]$, d_R — наибольший общий делитель чисел $(2n + m, 2m + n)$. При $\theta = 0$

реализуется случай нанотрубки $(n, 0)$ типа „зигзаг“. В этом случае $k_s = k_\perp$ характеризует азимутальную компоненту волнового вектора, а k_\parallel характеризует продольную (параллельную оси НТ) компоненту волнового вектора. Закон дисперсии (1) для НТ типа „зигзаг“ можно записать в общепринятой форме, например, в соответствии с [13]. Для этого в (1) надо положить $\theta = 0$, $k_\parallel = k_z$, $k_\perp = k_x$. В результате закон дисперсии для графена запишется в виде

$$\varepsilon(k_z, k_x) = \gamma_0 \times \sqrt{1 + 4 \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} a k_z\right) \cos\left(\frac{k_x a}{2}\right) + 4 \cos^2\left(\frac{k_x a}{2}\right)}, \quad (2)$$

где $a = \sqrt{3}b$. В [13] закон дисперсии (2) получен на основе четырехточечной фазовой ячейки.

В дальнейшем рассмотрим нанотрубки $(n, 0)$ типа „зигзаг“ (на рис. 1 должно быть $\theta = 0$). Рассмотрим двухточечную элементарную фазовую ячейку [17,18] (рис. 2), одна из которых принадлежит подрешетке A , а другая — подрешетке B . Построим для такой ячейки две базисные функции Блоха

$$\Psi_A = \frac{1}{\sqrt{Z}} \sum_{p,l} \chi_A(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{p,l}), \quad \Psi_B = \frac{1}{\sqrt{Z}} \sum_{p,l} \chi_B(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{p,l}), \quad (3)$$

где $\mathbf{r}_{p,l}$ — радиус-вектор, характеризующий положение ячейки, p, l — целые числа, определяющие положение фазовой ячейки, Z — полное число ячеек. Полная волновая функция запишется как

$$\Psi = \sum_{p,l} \{ \alpha_{p,l} \chi_A(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{p,l}) + \beta_{p,l} \chi_B(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{p,l}) \}, \quad (4)$$

где $\alpha_{p,l}, \beta_{p,l}$ — медленно меняющиеся в масштабе a величины. Для коэффициентов при функциях Блоха в (4)

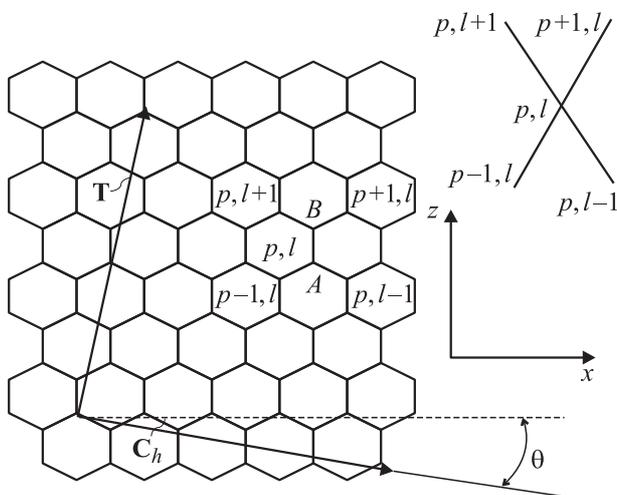


Рис. 1. Двухточечная элементарная фазовая ячейка.

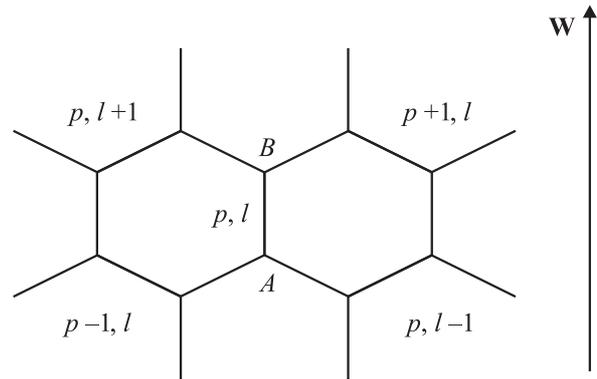


Рис. 2. Ориентация нанотрубки типа „зигзаг“ в продольном электрическом поле \mathbf{W} .

имеет место соотношение

$$\sum_{p,l} (|\alpha_{p,l}|^2 + |\beta_{p,l}|^2) = 1.$$

В случае бесконечной графеновой плоскости коэффициенты $\alpha_{p,l}, \beta_{p,l}$ не зависят от номера элементарной ячейки, т.е. являются постоянными величинами. В случае нанотрубки или графена конечных размеров величины $\alpha_{p,l}, \beta_{p,l}$ при функциях Блоха зависят от расположения ячейки, т.е. зависят от индексов p, l .

Теперь рассмотрим для нанотрубок типа „зигзаг“ случай, когда присутствует постоянное электрическое поле \mathbf{W} (на рис. 2 поле \mathbf{W} параллельно оси вращения НТ [13]). В этом случае получим секулярное уравнение второго порядка для законов дисперсии π -электронов

$$\hat{H}\Psi = E\Psi, \quad \hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}, \quad H_0\chi_A = E_0\chi_A,$$

$$\hat{H}_0\chi_B = E_0\chi_B, \quad \hat{V} = -e\mathbf{W}\mathbf{r},$$

$$\begin{cases} (E_0 - E)\alpha_{p,l} + \gamma_0[\beta_{p,l} + \beta_{p-1,l} + \beta_{p,l-1}] - eW_0 z_{p,l}^A \alpha_{p,l} = 0, \\ \gamma_0[\alpha_{p,l} + \alpha_{p+1,l} + \alpha_{p,l+1}] + (E_0 - E)\beta_{p,l} - eW_0 z_{p,l}^B \beta_{p,l} = 0, \end{cases} \quad (5)$$

где при выводе (5) предполагается, что на величину интеграла перекрытия не влияет оператор возмущения \hat{V} , $e > 0$ — абсолютная величина заряда электрона, $z_{p,l}^A$ и $z_{p,l}^B$ означают величину продольной координаты z в узловых точках A и B ячейки с координатами (p, l) .

При значениях $\cos(ak_x/2) = -1/2$, $k_z = 0$ (в этом случае для НТ $(n, 0)$ типа „зигзаг“ число n должно быть кратно трем) из (2) следует, что энергия потолка валентной зоны совпадает с энергией дна зоны проводимости. В дальнейшем рассмотрим уровни, для которых $\cos(ak_x/2) = -1/2$, $ak_z \ll 1$. Из рис. 2 и закона

дисперсии (2) следует

$$\begin{aligned} & (\beta_{p,l} + \beta_{p-1,l} + \beta_{p,l-1})|_A \\ & \approx \frac{a^2}{8} \beta''_{zz}(z_A) + \frac{2a}{\sqrt{3}} \left(\sin^2 \frac{k_x a}{2} \right) \beta'_z(z_A) \\ & + \left(1 + 2 \cos \frac{k_x a}{2} \right) \beta_z(z_A) = \frac{a^2}{8} \beta''(z_A) + \frac{\sqrt{3}a}{2} \beta'_z(z_A), \\ & (\alpha_{p,l} + \alpha_{p-1,l} + \alpha_{p,l-1})|_B \approx \frac{a^2}{8} \alpha_{zz}(z_B) - \frac{\sqrt{3}a}{2} \alpha'_z(z_B). \end{aligned} \quad (6)$$

При выполнении условия $\cos(ak_x/2) = -1/2$ из (5) и (6) с учетом соотношений

$$\frac{a \partial^2 \alpha}{\partial z^2} \ll \frac{\partial \alpha}{\partial z} \quad \text{и} \quad \frac{a \partial^2 \beta}{\partial z^2} \ll \frac{\partial \beta}{\partial z}$$

(см. после уравнения (10)) получаем

$$\begin{aligned} (\varepsilon + eW_0 z) \alpha(z) &= \gamma_0 \frac{\sqrt{3}a}{2} \frac{\partial}{\partial z} \beta(z), \\ (\varepsilon + eW_0 z) \beta(z) &= -\gamma_0 \frac{\sqrt{3}a}{2} \frac{\partial}{\partial z} \alpha(z), \end{aligned} \quad (7)$$

где $\varepsilon = E - E_0$.

Преобразуем систему уравнений к виду

$$\frac{\partial(\alpha \pm i\beta)}{\partial z} = \pm i \frac{2(\varepsilon + eW_0 z)}{\sqrt{3}\gamma_0 a} (\alpha \pm \beta). \quad (8)$$

Из (8) следует решение α и β :

$$\alpha = C_1 \cos \chi + C_2 \sin \chi, \quad \beta = C_1 \sin \chi - C_2 \cos \chi, \quad (9)$$

где введено новое обозначение

$$\chi = \frac{(\varepsilon + eW_0 z)^2}{\sqrt{3}\gamma_0 eW_0 a}. \quad (10)$$

Из (10) следует, что при выполнении условия $eW_0 L / (2\sqrt{3}\gamma_0) \ll 1$ выполняются соотношения $a \partial^2 \alpha / \partial z^2 \ll \partial \alpha / \partial z$ и $a \partial^2 \beta / \partial z^2 \ll \partial \beta / \partial z$, где для энергии состояния имеет место соотношение $|\varepsilon| \ll eW_0 L$.

Исходя из краевых условий, а именно волновая функция $\Psi = \alpha \Psi_A + \beta \Psi_B$ в точке $z = -L/2$ не содержит компоненты Ψ_A , а в точке $z = L/2$ не содержит компоненты Ψ_B , из (9) получаем выражения для коэффициентов в (9)

$$C_1 \cos \chi_1 + C_2 \sin \chi_1 = 0, \quad C_1 \sin \chi_2 - C_2 \cos \chi_2 = 0, \quad (11)$$

в которых $\chi_1 = \chi(z = -L/2)$, $\chi_2 = \chi(z = L/2)$, L — длина нанотрубки.

Из (11) следует трансцендентное уравнение для уровней энергии ε , позволяющее получить собственные значения энергии

$$\chi_2 - \chi_1 = \frac{\pi}{2} (1 + 2k) \Leftrightarrow \varepsilon_k = \frac{\sqrt{3}\pi\gamma_0 a}{4L} (1 + 2k), \quad (12)$$

где $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots$, $eW_0 L / (2\sqrt{3}\gamma_0) \ll 1$.

Значение квантового числа должно быть ограничено в соответствии с условием $a \partial^2 \alpha / \partial z^2 \ll \partial \alpha / \partial z$, ($a \partial^2 \beta / \partial z^2 \ll \partial \beta / \partial z$).

Из (9) и (12) получаем выражение для величин α_k и β_k :

$$\alpha_k = -C_k \sin(\chi^{(k)} - \chi_1^{(k)}), \quad \beta_k = C_k \cos(\chi^{(k)} - \chi_1^{(k)}), \quad (13)$$

где индекс k в соотношениях (13) указывает на номер состояния (уровни энергии состояний определены в (12)). Индексы α_k и β_k однозначно определяют волновую функцию $\Psi_k = \alpha_k \Psi_A + \beta_k \Psi_B$.

С учетом (4) и (13) выражение для матричного элемента $(z)_{k,k-1}$ запишется

$$\begin{aligned} (z)_{k,k-1} &= \frac{1}{Z} \sum_{p,l} \left\{ \sin(\chi^{(k)} - \chi_1^{(k)}) \sin(\chi^{(k-1)} - \chi_1^{(k-1)}) z_{p,l}^A \right. \\ & \left. + \cos(\chi^{(k)} - \chi_1^{(k)}) \cos(\chi^{(k-1)} - \chi_1^{(k-1)}) z_{p,l}^B \right\} \\ & \approx \frac{1}{Z} \sum_{p,l} \frac{z_{p,l}^A + z_{p,l}^B}{2} \cos(\chi^{(k)} - \chi^{(k-1)} - \chi_1^{(k)} + \chi_1^{(k-1)}), \end{aligned} \quad (14)$$

где при выводе соотношения (14) учтено условие нормировки $|C_k|^2 = 1$ и пренебрегалось разностью $(z_A - z_B)/2$. Преобразуем в (14) суммирование как предельный случай большого числа слагаемых интегрированием

$$\sum_{p,l} \dots = \frac{Z}{L} \int_{-L/2}^{L/2} \dots dz. \quad (15)$$

В результате с учетом соотношения (15) и равенства

$$\chi^{(k)} - \chi^{(k-1)} - \chi_1^{(k)} + \chi_1^{(k-1)} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi z}{L}$$

окончательно получаем выражение для матричных элементов для продольной координаты $(z)_{k,k-1}$:

$$(z)_{k,k-1} = -\frac{2L}{\pi^2}, \quad (16)$$

где при выводе (14) предполагалось, что $(z_A + z_B)/2 = z$.

Из соотношений (12) и (16) следует, что может быть рассмотрено многокаскадное возбуждение уровней энергии (для выполнения условий $a \partial^2 \alpha_k / \partial z^2 \ll \partial \alpha_k / \partial z$ и $a \partial^2 \beta_k / \partial z^2 \ll \partial \beta_k / \partial z$ квантовое число должно быть ограничено, например, десятью), причем с одинаковой разностью уровней энергии между соседними уровнями. Это, в свою очередь, позволяет вести речь о возможности генерирования квазимонохроматического излучения, причем одинаковыми также будут значения матричных элементов оператора возмущения.

В работе [17] на основе рассмотрения двуточечной элементарной фазовой ячейки для хиральной углеродной нанотрубки получена величина матричного элемента в поперечном электрическом поле $d_{k,k-1} = e(z)_{k,k-1} \propto eR$, где R — нанотрубки для переходов между валентной зоной и зоной проводимости. В нашем

случае это соответствует в (12) переходу между уровнями $k = 1$ и $k = -1$.

2. Система материальных уравнений в среде на основе массива нанотрубок

Исходя из полученных выше результатов, рассмотрим задачу усиления ТНЗ-излучения в активной среде на основе нанотрубок, которые ориентированы вдоль нестационарного электрического поля. Для оценки процесса усиления излучения воспользуемся системой материальных уравнений в резонаторе.

В случае резонатора процесс усиления будет описываться с помощью уравнения для излучения E_z и системы двух материальных уравнений (для поляризации P_z и величины разности населенностей N) [19]

$$\frac{\partial \tilde{E}}{\partial t} + \frac{1}{2\tau_c} \tilde{E} = i \frac{\omega}{2\varepsilon\varepsilon_0} \tilde{P}, \quad \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{N - N_0}{T_1} = \frac{2}{\hbar\Omega} E_z \frac{\partial P_z}{\partial t},$$

$$\frac{\partial \tilde{P}}{\partial t} + \left(\frac{1}{T_2} - i(\Omega - \omega) \right) \tilde{P} = -i \frac{|d_{k,k-1}|^2}{3\hbar} N \tilde{E}, \quad (17)$$

$$P_z = \frac{1}{2} \tilde{P} \exp(-i\omega t) + \text{комп. сопр.},$$

$$E_z = \frac{1}{2} \tilde{E} \exp(-i\omega t) + \text{комп. сопр.},$$

где выражение „комп. сопр.“ означает „комплексно сопряженная величина“, $\varepsilon, \varepsilon_0$ — соответственно электрическая проницаемость и электрическая постоянная; в уравнениях (17) в отличие от работы [19] существует связь между индукцией и поляризацией $D_z = \varepsilon\varepsilon_0 E_z + P_z$. В уравнениях (17) введены обозначения

$$d_{k,k-1} = e(z)_{k,k-1} = -\frac{2eL}{\pi^2}. \quad (18)$$

В рассматриваемой задаче в (17), как будет показано ниже, имеет место соотношение $\partial P_z / \partial t \gg P_z / T_2$. Поэтому в (17) при $\omega = \Omega$ в левой части для уравнения поляризации можно пренебречь слагаемым $\propto \tilde{P} / T_2$. В этом случае при значениях радиуса $R = 10^{-9}$ м и длины $L = 10^{-7}$ м нанотрубок, объемной доле наночастиц $c_0 = 10^{-5}$ концентрация наночастиц будет $K = c_0 / (\pi R^2 L) \approx 3 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$. Предполагая, что для одного электрона в рассматриваемом состоянии инверсия состояний равна 0,1, получаем для полной инверсии населенностей системы значение $N = 6 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$ (в одном состоянии два электрона). Тогда с учетом $\Delta\varepsilon_{k,k-1} = \varepsilon_k^{(+)} - \varepsilon_{k-1}^{(+)} = \sqrt{3}\pi\gamma_0 a / (2/L) \approx 1.81 \cdot 10^{-2} \text{ eV}$ из (17) по аналогии с [20] следует задача на собственные значения для коэффициента усиления в резонаторе $\Lambda = |d_{k,k-1}| [\omega N / (3\hbar\varepsilon_0)]^{1/2} \approx 8.4 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$, где индекс „+“ у величины $\varepsilon_k^{(+)}$ означает уровни энергии в зоне проводимости, $\hbar\omega = \Delta\varepsilon_{k,k-1} = 1.81 \cdot 10^{-2} \text{ eV}$. Применительно к задаче усиления излучения коэффициент усиления будет порядка $\Gamma = \Lambda / c \approx 2.8 \cdot 10^3 \text{ м}^{-1} = 2.8 \text{ мм}^{-1}$,

где длина волны $\lambda = 2\pi c / \omega \approx 0.065 \text{ мм} = 65 \mu\text{м}$. Видно, что условие приближения медленно меняющейся амплитуды пока выполняется. Соответственно запасенная энергия будет порядка $\Pi = N\hbar\omega / 2 \approx 8.7 \cdot 10^{-3} \text{ Дж/м}^3$. За счет возможности многокаскадных переходов величину Π можно увеличить на порядок.

Теперь обсудим условия для постановки эксперимента. Основной проблемой в рассматриваемой задаче является создание условий для эффективной накачки среды. При этом следует подчеркнуть, что задача является трудной, энергоемкой и предполагает математическое моделирование процесса. Поэтому проведем только необходимые оценки. В качестве накачки можно было бы попытаться использовать мощные короткие наносекундные электрические импульсы [15,16] с шириной пьедестала $\Delta T \approx 10^{-10} \text{ с}$. При выполнении условий $T_1 \approx T_2 \approx \tau \approx 10^{-10} \text{ с}$ временем релаксации τ в кинетическом уравнении Больцмана [1,8] можно считать, что „включение“ (или „выключение“) электрического поля происходит „мгновенно“. Из (12) видно, что уровень энергии k -го состояния не зависит от величины стационарного поля W_0 , но при этом „волновая функция“ Ψ_k меняется существенно (ниже покажем, что это утверждение действительно имеет место быть). Последнее означает, что при „мгновенном“ отключении стационарного электрического поля с помощью наносекундного электрического импульса волновую функцию Ψ_k исходного состояния можно представить в виде суперпозиции волновых функций Ψ'_m новых состояний, причем в силу существенного изменения волновых функций состояний вероятность перехода $\Psi_k \rightarrow \Psi'_m$ при $k = m$ будет незначительной. Это, в свою очередь, означает, что в результате такого воздействия электрического импульса электроны займут как нижележащие, так и вышележащие уровни по отношению к уровню $\Psi'_{m=k}$. В результате многокаскадных переходов должно осуществляться генерирование квазимонохроматического излучения (разность энергии соседних уровней является постоянной величиной).

Теперь оценим вероятность перехода $\Psi_k \rightarrow \Psi'_m$ при $k = m$. Пусть

$$\Psi_k^{(I)} = \alpha_k^{(I)} \Psi_A + \beta_k^{(I)} \Psi_B, \quad \Psi_k^{(II)} = \alpha_k^{(II)} \Psi_A + \beta_k^{(II)} \Psi_B, \quad (19)$$

где индекс I означает состояния при $W_0 = 0$, а индекс II означает состояния при конечном значении $W_0 \neq 0$. Тогда из соотношений (13) с учетом (15) следует

$$\langle (\Psi^{(I)})^* | (\Psi^{(II)}) \rangle = |C|^2 \int_{-L/2}^{L/2} \cos(\chi^{(II)} - \chi^{(I)}) dz$$

$$\approx |C|^2 \int_{-L/2}^{L/2} \cos\left(\frac{eW_0}{\sqrt{3}\gamma_0 a} z^2\right) dz \approx 0.28,$$

где $a/L \approx 2.5 \cdot 10^{-3}$, $|C_k|^2 = 1$, $eW_0 L / \gamma_0 = 0.1$. Видно, что вероятность перехода $\Psi_k \rightarrow \Psi'_k$ будет равна $2.5 \cdot 10^{-3}$.

3. Оценка времени продольной и поперечной релаксаций

Теперь покажем, что в (15) коэффициент поперечной релаксации T_2 удовлетворяет условию $\partial P_z / \partial t \ll P_z / T_2$, где $T_2 \leq T_1$. В случае классического подхода, когда движение электронов в нанотрубке описывается кинетическим уравнением Больцмана, коэффициент поперечной релаксации соизмерим со временем релаксации τ в кинетическом уравнении Больцмана [1,8]. В работе [21] теоретически получено при $T = 300$ К значение $\tau \approx 1.4 \cdot 10^{-12}$ с. В [22] экспериментально получено, что $\tau \approx 3 \cdot 10^{-12}$ с. В работе [21] это значение вычислялась по формуле

$$\tau = \frac{10m_c \omega_L \text{sh}(\frac{\hbar \omega_L}{k_B T})}{3\sqrt{3} q_0^2 J_0}, \quad (20)$$

где m_c — масса атома углерода, $\hbar \omega_L \approx 0.113$ eV — энергия продольного акустического фонона, $q_0 \approx 2.5 \text{ \AA}^{-1} = 2.5 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-1}$, $J_0 = 2.2$ eV. Из приведенных выше значений при $k_B T = 0.025$ eV следует, что

$$\text{sh}(\hbar \omega_L / (k_B T)) \approx 46,$$

$$10m_c \omega_L / (3\sqrt{3} q_0^2 J_0) \approx 3 \cdot 10^{-14}, \quad \tau \approx 1.25 \cdot 10^{-12} \text{ с.}$$

Результаты работы [21] перекрываются с результатами работы [23], в которой получена величина вероятности поглощения (излучения) в единицу времени продольного (поперечного) фонона на единицу длины винтовой траектории. Поскольку величина вероятности поглощения (излучения) в единицу времени продольного (поперечного) фонона на единицу времени является обратной величиной по отношению к величине τ , то применительно к нанотрубке результаты работы [21] по сути оказываются эквивалентными. В этом случае в соответствии с [23] получается $\tau \approx 2.2 \cdot 10^{-12}$ с.

Если температуру среды, где находятся нанотрубки, понизить до значения $k_B T = 0.0125$ eV, то в соответствии с (17) получаем, что $T_1 \approx T_2 \approx \tau \approx 1.3 \cdot 10^{-10}$ с. Видно, что при таких значениях T_2 следует, что $\partial P_z / \partial t \approx \Lambda P_z \gg P_z / T_2$, где $\Lambda \approx 8.4 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}$ (см. вывод величины λ).

Заключение

Таким образом, из полученных результатов следует, что массив нанотрубок можно использовать для генерации квазимонохроматического THz-излучения с длиной волны $\lambda \approx 50 \mu\text{m}$. В настоящей работе объемная доля полагалась равной $c_0 = 10^{-5}$. В принципе величину объемной доли можно было бы увеличить (что равносильно увеличению величины Π), но в этом случае нужно учитывать взаимное влияние нанотрубок. Кроме того, в системе материальных уравнений (17) уже нельзя будет использовать приближение медленно меняющейся огибающей.

Накачку среды при значениях $k_B T \approx 0.01$ eV можно произвести либо с помощью нестационарного электрического поля с крутым передним фронтом [15,16], либо использовать сверхкороткие импульсы THz-излучения с несущей частотой, соответствующей частоте перехода $\Delta \varepsilon_{k,k-1} / \hbar$ в настоящей работе.

Авторы благодарят О.В. Кибиса за оказанную помощь при рассмотрении задачи из разд. 3.

Список литературы

- [1] *Slepyan G.Ya., Maksimenko S.A., Lakhtakia A., Yevtushenko O.M., Gusakov A.V.* // Phys. Rev. B. 1999. Vol. 60. N 24. P. 17136–17149.
- [2] *Kibis O.V., Portnoi M.E.* // Tech. Phys. Lett. 2005. N 31. P. 671–672.
- [3] *Batratkov K.G., Kibis O.V., Kuzhir P.P., Rosenau da Costa M., Portnoi M.E.* // J. Nanophotonics. 2010. Vol. 4. P. 041665–041665-12.
- [4] *Kibis O.V., Rosenau da Costa M., Portnoi M.E.* // Nano Letters. 2007. Vol. 7. P. 3414–3417.
- [5] *Portnoi M.E., Kibis O.V., Rosenau da Costa M.* // Superlattices and Microstructures. 2008. Vol. 43. P. 399–407.
- [6] *Садыков Н.Р., Скоркин Н.А.* // ФТП. 2012. Т. 46. Вып. 2. С. 168–173.
- [7] *Садыков Н.Р., Скоркин Н.А.* // Оптика атмосферы и океана. 2012. Т. 25. № 4. С. 344–348.
- [8] *Белоненко М.Б., Глазов С.Ю., Меццераков Н.Е.* // ФТП. 2010. Т. 44. Вып. 9. С. 1248–1253.
- [9] *Гарнов С.В., Щербачев И.А.* // УФН. 2011. Т. 181. № 1. С. 97–102.
- [10] *Садыков Н.Р., Скоркин Н.А.* // ФТП. 2012. Т. 46. Вып. 6. С. 809–814.
- [11] *Садыков Н.Р., Скоркин Н.А.* // ФТП. 2012. Т. 46. Вып. 8. С. 1043–1048.
- [12] *Slepyan G.Ya., Shuba M.V., Maksimenko S.A.* // Phys. Rev. B. 1998. Vol. 57. P. 9485–9497.
- [13] *Дьячков П.Н.* Электронные свойства и применение нанотрубок. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. 488 с.
- [14] *Slepyan G.Ya., Shuba M.V., Maksimenko S.A., Lakhtakia A.* // Phys. Rev. B. 2006. Vol. 73. P. 195–416.
- [15] *Месяц Г.А., Яландин М.И.* // УФН. 2005. Т. 175. № 3. С. 225–246.
- [16] *Месяц Г.А.* // УФН. 2006. Т. 176. № 10. С. 1070–1091.
- [17] *Kibis O.V., Parfitt D.G., Portnoi M.E.* // Phys. Rev. B. 2005. Vol. 71. N 3. P. 035411.
- [18] *Satio R., Dresselhaus G., Dresselhaus M.S.* Physical Properties of Carbon Nanotubes. London: Imperial College Press.
- [19] *Пантел П., Путхов Г.* Основы квантовой электроники. М.: Мир, 1972. 384 с.
- [20] *Садыков Н.Р., Скоркин Н.А.* // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36. Вып. 17. С. 69–77.
- [21] *Jishi R.A., Dresselhaus M.S., Dresselhaus G.* // Phys. Rev. B. 1993. Vol. 48. N 15. P. 11385–11389.
- [22] *Tans S.J., Devoret M.H., Thess A., Smalley R.E., Geerligs L.J., Dekker C.* // Nature. 1997. Vol. 386. P. 474.
- [23] *Kubis O.V.* // ФТП. 2001. Т. 43. Вып. 12. С. 2237–2243.