

## Усилительный автофазный лазер на свободных электронах

© Е.Д. Белявский, О.В. Теличкина

Национальный технический университет Украины, Киевский политехнический институт  
03056 Киев, Украина  
e-mail: genya@phbme.ntu-kpi.kiev.ua

(Поступило в Редакцию 7 февраля 2012 г. В окончательной редакции 19 июня 2012 г.)

Рассмотрен процесс усиления электромагнитной волны в автофазном лазере на свободных электронах с полем вигглера правой поляризации и со встречным фокусирующим полем.

### Введение

В [1] рассмотрен процесс усиления электромагнитной волны в лазере на свободных электронах со встречным фокусирующим полем и полем вигглера (ондулятора) правой поляризации, в котром для повышения КПД использовано явление захвата электронных осцилляторов в ступки полем комбинационной волны. По аналогии с нерелятивистскими приборами [2] такой лазер был назван автофазным лазером на свободных электронах (АЛСЭ).

В основе работы АЛСЭ лежит создание последовательности сравнительно „рыхлых“ пакетов электронных осцилляторов с фазовой шириной порядка  $\pi$ , разнесенных друг от друга на  $2\pi$ , причем в указанные пакеты осцилляторов захвачены все электроны пучка. При этом каждый электрон в ступке не находится в точном синхронизме с комбинационной волной, а совершает осцилляции в пределах фазового размера ступки и не может покинуть его из-за наличия высокого потенциального барьера в поле волны. При помощи профилирования магнитного поля захваченные ступки смещаются в сторону тормозящей фазы волны, чем и достигается передача энергии от электронного ступка в целом электромагнитной волне.

В [3] было показано, что конфигурация ЛСЭ со встречным направлением фокусирующего магнитного поля является более устойчивой к разбросу поперечных скоростей электронов на входе в область взаимодействия по сравнению с ЛСЭ с попутным направлением магнитного поля (даже при резком нарастании поля вигглера на входе). В связи с этим в [1] теория АЛСЭ построена для встречного фокусирующего поля. При создании этой теории была использована работа [4], из которой взято уравнение медленно меняющейся амплитуды электромагнитной волны.

В работах [5–7] результаты [1] развиты в направлении оптимизации ЛСЭ с захватом электронных ступков, учета неадиабатичности захвата и поля объемного заряда. В [8] с использованием работы [5] проведено исследование КПД ЛСЭ с изменяющимся полем вигглера и с предварительной группировкой электронного потока и получен КПД 50%.

В [1,5] условия группировки осцилляторов получены при помощи теории Ляпунова об устойчивости [9], выведенное при этом уравнение для профилирования поля вигглера позволило повысить КПД на 55%.

В настоящей работе анализируется возможность улучшения КПД и других параметров АЛСЭ путем изменения вдоль длины области взаимодействия напряженности поля вигглера, фокусирующего поля и фазовой скорости комбинационной волны.

### Теоретический анализ

Рассмотрим электронный поток, распространяющийся вдоль оси  $z$  в магнитном поле ЛСЭ

$$\mathbf{B}_{st} = B_w(z)[\mathbf{e}_x \cos(k_w z) + \mathbf{e}_y \sin(k_w z)] + \mathbf{e}_z B_0,$$

и в присутствии электромагнитной волны правой поляризации

$$\mathbf{A}_{hf} = A[\mathbf{e}_x \cos(\omega t - kz) + \mathbf{e}_y \sin(\omega t - kz)],$$

где  $B_w(z)$ ,  $B_0(z)$  — амплитуды поля вигглера и фокусирующего магнитного поля соответственно,  $A$  — амплитуда векторного потенциала электромагнитной волны,  $k = \omega/c$ ,  $k_w = 2\pi/\lambda_w$ ,  $\lambda_w$  — пространственный период вигглера,  $c$  — скорость света,  $\omega$  — круговая частота сигнала.

Если ограничиться рассмотрением параксиального приближения, пренебречь силами высокочастотного пространственного заряда и перейти в систему координат, вращающуюся вместе с полем вигглера:

$$\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_x \cos(k_w z) + \mathbf{e}_y \sin(k_w z),$$

$$\mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_x \sin(k_w z) - \mathbf{e}_y \cos(k_w z), \quad \mathbf{e}_3 = \mathbf{e}_z, \quad (1)$$

дополнить систему уравнением медленно меняющейся амплитуды электромагнитной волны [4], получим исходную систему уравнений

$$\frac{dp_1}{dZ} = \left(\frac{f_0}{p_3} - 1\right) p_2 - \alpha_s \left(\frac{\gamma}{p_3} - \frac{ck}{\omega}\right) \sin \theta,$$

$$\frac{dp_2}{dZ} = -\left(\frac{f_0}{p_3} - 1\right) p_1 + f_{w,0} - \alpha_s \left(\frac{\gamma}{p_3} - \frac{ck}{\omega}\right) \cos \theta,$$

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma}{dZ} &= -\frac{1}{p_3} \alpha_s (p_1 \sin \theta + p_2 \cos \theta), \\ \frac{d\theta}{dZ} &= g \left( \frac{\gamma}{p_3} - \frac{ck}{\omega} \right) - 1, \\ \frac{d\alpha_s}{dZ} &= \frac{j_0}{mc^3 k_w^2 / e} \frac{\omega}{ck} \int_0^{2\pi} \frac{p_1 \sin \theta + p_2 \cos \theta}{p_3} d\theta_0, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} Z &= k_w z, \quad f_{w,0} = \frac{\Omega_{w,0}}{k_w c}, \\ \Omega_{w,0} &= \frac{eB_{w,0}}{mc}, \quad \theta = \omega t - (k + k_w)z, \end{aligned}$$

$\theta_0 \in [0 \dots 2\pi]$  — начальные фазы электронов по отношению к электромагнитной волне,

$$\alpha_s = \frac{eA}{k_w mc^2} \frac{\omega}{c}, \quad p_{1,2,3} = \frac{v_{1,2,3}}{c} \gamma,$$

$p_i$  — нормированные электронные импульсы, удовлетворяющие соотношению  $p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 = \gamma^2 - 1$ ,  $j_0 = en_0 v_0$  — плотность тока пучка и  $g = \omega / ck_w$  — коэффициент преобразования частоты.

При  $\alpha_s = 0$  система (2) имеет решение (стационарные траектории)

$$v_1 = v_{\perp}, \quad v_2 = 0, \quad v_3 = v_{11},$$

где

$$V_{\perp} = \frac{\Omega_w v_{11}}{-\Omega_0 - \gamma k_w v_{11}}, \quad v_{11}^2 + v_{\perp}^2 = c^2(1 - \gamma^{-2}).$$

Условия устойчивости пакетов электронных осцилляторов в поле ЛСЭ получены в [1] без учета высокочастотной модуляции поперечных скоростей электронов (в системе уравнений (2) эта модуляция, естественно, сохранена). Применение теории Ляпунова [9] позволило получить наиболее жесткое из указанных условий в следующем виде:

$$|\sin \phi_0| = \xi,$$

где  $\xi$  изменяется в пределах  $0 < \xi < 1$ ,

$$\sin \phi_0 = \frac{p_{ph}}{\alpha_s p_1} \frac{d\gamma_1}{dZ}, \quad (3)$$

$\gamma_1 = \sqrt{1 + p_1^2 + p_{ph}^2}$ ,  $p_{ph} = v_{ph} \gamma_1 / c$ ,  $v_{ph} = \omega / h_0$ ,  $h_0 = k + k_w$ ,  $v_{ph}$  — фазовая скорость комбинационной волны.

В [1] предложен группирователь электронов, который позволил создать периодическую последовательность пакетов электронных осцилляторов с фазовой шириной порядка  $\pi$  на протяжении всей области взаимодействия. Повышение КПД после группирователя осуществлялось профилированием поля вигглера.

Ниже исследуется возможность улучшения электронного КПД и других параметров АЛСЭ профилированием наряду с полем вигглера фокусирующего поля, а также фазовой скорости комбинационной волны.

Для получения закона профилирования воспользуемся соотношением (3)

$$\sin \phi_0 = \frac{p_{ph}}{\alpha_s} \frac{d\gamma_1}{dZ} = \xi. \quad (4)$$

Подставляя в (4)  $\gamma_1 = (1 + p_1^2 + p_{ph}^2)^{1/2}$ , получаем

$$\frac{p_{ph}}{\alpha_s \gamma_1} \left( \frac{dp_1}{dZ} + \frac{dp_{ph}}{dZ} \right) = \xi. \quad (5)$$

На стационарной траектории

$$f_0 p_1 = p_{ph} (p_1 + f_w), \quad (6)$$

где

$$f_0 = \frac{\Omega_0}{k_w c}, \quad f_w = \frac{\Omega_{w,0}}{k_w c}.$$

Из (6) получаем

$$\frac{f_0}{p_{ph}} = \frac{f_w}{p_1} + 1. \quad (7)$$

Дифференцируем (7) по  $Z$

$$\frac{d \frac{f_0}{p_{ph}}}{dZ} = \frac{d \frac{f_w}{p_1}}{dZ} = \nu. \quad (8)$$

Из (8) можно получить

$$\frac{dp_1}{dZ} = \frac{p_1}{f_w} \frac{df_w}{dZ} - \nu \frac{p_1^2}{f_w}, \quad \frac{dp_{ph}}{dZ} = \frac{p_{ph}}{f_0} \frac{df_0}{dZ} - \nu \frac{p_{ph}^2}{f_0}. \quad (9)$$

Подставляя соотношения (9) в (5), получаем

$$\frac{df_w}{dZ} = \nu p_1 + \nu \frac{p_{ph}^2}{p_1} \frac{f_w}{f_0} - \frac{p_{ph}}{p_1} \frac{f_w}{f_0} \frac{df_0}{dZ} + \xi \alpha_s f_w \frac{\gamma_1}{p_{ph} p_1}. \quad (10)$$

Будем считать все величины, за исключением  $f_w$ , адиабатически меняющимися вдоль оси  $Z$  (т.е. их можно считать постоянными вдоль области взаимодействия, в частности, можно полагать  $df_0/dZ = 0$ ). Далее

$$p_{ph} = \frac{\gamma_1 v_{ph}}{c}.$$

Поэтому с учетом приведенного выше, усредняя (10) по  $\theta_0$  от 0 до  $2\pi$ , получаем окончательно

$$\begin{aligned} \frac{df_w}{dZ} &= \nu \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p_1 d\theta_0 + \nu \frac{f_w}{f_0} \left( \frac{v_{ph}}{c} \right)^2 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\gamma_1^2}{p_1} d\theta_0 \\ &+ \xi \alpha_s f_w \left( \frac{c}{v_{ph}} \right) \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{p_1} d\theta_0, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\nu \geq 0$ ,  $\xi \geq 0$  — адиабатические параметры задачи.

Систему уравнений (2) необходимо дополнить после группирователя уравнением (11) и решать полученную систему до точки максимума КПД.

При проведении расчетов величина  $\xi$  выбиралась постоянной из указанных выше пределов, а величина  $v = v_0(f_0/f_w)^{g_1}$ , где  $v_0 \geq 0$ , а  $g_1 = 0, 1/2, 1, 2$ . Величина  $v_{ph}/c$  была получена из условия синхронизма фазовой и продольной скоростей  $v_{ph} = v_z$ , причем последняя вычислялась приближенно из условия  $\gamma_1^2 - 1 = p_3^2 + p_1^2 + p_2^2 \approx p_3^2 = \gamma_1^2 v_3^2/c^2$ , откуда  $\gamma_1 \approx 1/\sqrt{1 - (v_3^2/c^2)}$ . Учитывая, что  $\eta_e \approx (\gamma_0 - \gamma_1)/(\gamma_0 - 1)$ , получаем после простых преобразований

$$\frac{v_3}{c} \approx \sqrt{1 - \frac{1}{[\gamma_0 - \eta_e(\gamma_0 - 1)]^2}},$$

где  $\eta_e$  — адиабатическая функция.

### Методика решения уравнений

Моделирование процессов взаимодействия в АЛСЭ, работающем в режиме усиления, проводилось методом крупных частиц.

Начальные условия были взяты для случая, когда электроны на входе в область взаимодействия находятся на стационарных траекториях, т.е. при  $Z = 0$

$$p_1(0) = p_\perp, \quad p_2(0) = 0, \quad \gamma(0) = \gamma_0, \\ \alpha_s(0) = \alpha_0, \quad \theta(0) = \theta_0 \in [0 \dots 2\pi]. \quad (12)$$

При этом полагалось, что на входе в область взаимодействия релятивистский электронный пучок является моноэнергетическим, а электроны равномерно распределены по периоду высокочастотной сигнальной волны.

Электронный КПД АДСЭ

$$\eta(Z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\gamma_0 - \gamma(Z, \theta_0)}{\gamma_0 - 1} d\theta_0. \quad (13)$$

При моделировании использовались параметры, близкие к экспериментально реализованным в [10]: энергия электронного пучка  $\varepsilon = 1.88$  MeV, что соответствует  $\gamma_0 = 4.75$ , фокусирующее магнитное поле  $B_0 = -1.4$  kG, номинальное значение поля вигглера  $B_w = 2.8$  kG, период поля вигглера  $\lambda_w = 7.2$  см, рабочая длина волны 6.2 мм.

Группирователь электронов был взят из [1]. После группирователя включался закон профилирования в соответствии с уравнением (11), расчет проводился до точки максимума КПД.

### Результаты и их обсуждение

Результаты расчета приведены на рис. 1 и в табл. 1, 2.

На рис. 1 представлена зависимость фаз электронов  $\theta(Z)$  от безразмерной длины  $Z$  при встречном фокусирующем поле. Расчет был проведен для 32 электронов, влетевших с разными начальными фазами  $\theta_0$  на входе в

Таблица 1. Зависимость  $\eta_e$  от  $\xi$

$\xi$	0.01	0.02	0.04	0.06	0.07	0.08
$\eta_e$	0.58 285	0.53 511	0.50 911	0.50 278	0.45 620	0.44 748

Таблица 2. Зависимость безразмерной продольной координаты максимума КПД  $Z_{max}$  (длины области взаимодействия) от  $\xi$

$\xi$	0.01	0.02	0.04	0.06	0.07
$Z_{max}$	300	159	104	85	81

группирователь ( $Z = 0$ ) за период ВЧ-сигнала. Из рисунка видно, что по мере движения вдоль безразмерной длины электроны группируются в два шлейфа, причем один из шлейфов захватывается комбинационной волной в „своем“ периоде поля, а второй — в соседнем периоде поля. Фазовое расстояние между шлейфами равно периоду ВЧ-поля ( $2\pi$ ). Каждый сгусток образуется из двух сгустков, один из которых состоит из шлейфа „электронов собственного периода“, а второй — из шлейфа электронов соседнего периода, и эти сгустки образуют периодическую последовательность. Фазовая ширина пакетов осцилляторов равна примерно  $\pi$  по всей длине после группирователя. Из рис. 1 хорошо видны колебательные движения захваченных электронов в сгустке по его фазовой ширине, т.е. сгусток действительно представляет собой пакет электронных осцилляторов, захваченных полем бегущей комбинационной волны.

На рис. 2 приведена зависимость КПД от безразмерной длины  $Z$ , рассчитанная для оптимальных значений параметров  $v_0 = 10^{-6}$ ,  $g_1 = 2$  (профилируется не только поле вигглера, но и фокусирующее поле и фазовая скорость комбинационной волны). Из рисунка видно, что электронный КПД АЛСЭ в случае оптимального профилирования увеличивается с 56.4 до 58.3%. Если сравнить со значением КПД, полученном по алгоритму, приведенному в [1] и равному 55%, то оптимальное

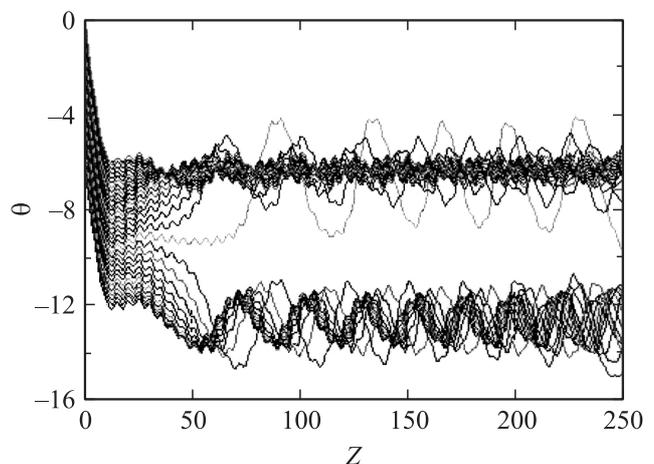
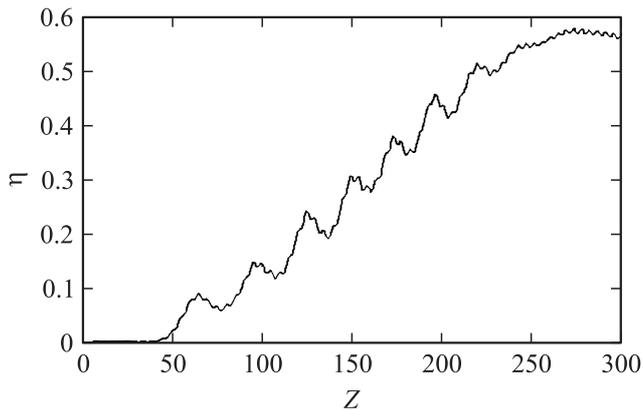
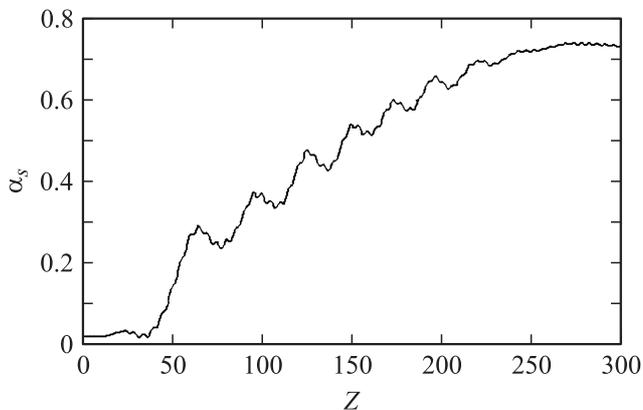


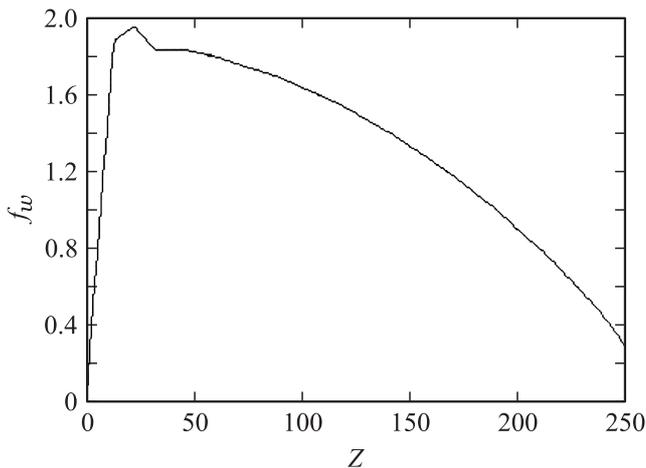
Рис. 1. Фазовые траектории 32 электронов вдоль безразмерной длины  $Z$  ( $\xi = 0.01$ ,  $v_0 = 1 \cdot 10^{-6}$ ).



**Рис. 2.** Зависимость КПД ЛСЭ от безразмерной продольной координаты  $Z$  ( $\xi = 0.01$ ,  $\nu_0 = 1 \cdot 10^{-6}$ ).



**Рис. 3.** Зависимость амплитуды электромагнитной волны  $\alpha_s$  от безразмерной продольной координаты  $Z$  ( $\xi = 0.01$ ,  $\nu_0 = 1 \cdot 10^{-6}$ ).



**Рис. 4.** Зависимость поля вигглера  $f_w$  от безразмерной продольной координаты  $Z$ .

профилирование приводит к увеличению КПД более чем на 3%.

Были проведены расчеты для других значений параметров  $\nu_0$ ,  $g_1$ ,  $\xi$ , которые показали, что при помощи

применения адиабатических методов профилирования магнитных полей и фазовой скорости комбинационной волны невозможно получить электронный КПД выше 58.3%.

На рис. 3 приведена зависимость амплитуды электромагнитного поля волны  $\alpha_s$  от безразмерной длины  $Z$  для таких же параметров, как и на рис. 2.

На рис. 4 дана зависимость поля вигглера  $f_w(Z)$  от безразмерной длины для значения параметра  $\xi = 0.01$ . Аналогичная зависимость поля вигглера от безразмерной длины из [1] идет более полого, чем в настоящей работе, что также связано с указанным изменением алгоритма профилирования  $\xi$  в пределах от 0.01 до 0.08.

В табл. 1 приведена зависимость максимального значения электронного КПД  $\eta_e$  от параметра  $\xi$  при оптимальных значениях остальных параметров. Из таблицы видно, что КПД изменяется от 58.3 до 44.7% при изменении параметра  $\xi$  от 0.01 до 0.08.

В табл. 2 представлена зависимость безразмерной длины  $Z_{\max}$  (длины области взаимодействия) от параметра  $\xi$  при оптимальных других параметрах. Из таблицы следует, что погонное усиление АЛСЭ возрастает по мере уменьшения  $\xi$ , причем максимальное значение электронного КПД остается при этом не менее 45% при уменьшении длины в 3.5 раза.

## Выводы

Построена теория АЛСЭ, позволяющая учесть адиабатическое профилирование не только поля вигглера, но и встречного ведущего поля и фазовой скорости комбинационной волны. Показано, что учет подобного профилирования позволяет получить электронный КПД АЛСЭ до 58% в широкой области изменения параметра управления  $\xi$ .

## Список литературы

- [1] Белявский Е.Д., Гончаров И.А., Силивра А.А. // ЖЭТФ. 1995. Т. 108. № 10. С. 1318–1327.
- [2] Белявский Е.Д. // РЭ. 1971. Т. 16. № 1. С. 208.
- [3] Silivra A.A., Goncharov I.A. // Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A. 1995. Vol. 358. P. 452–454.
- [4] Гинзбург Н.С., Песков Н.Ю. // ЖТФ. 1988. Вып. 5. С. 859.
- [5] Silivra A.A., Belyavskiy E.D., Goncharov I.A. // Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A. 358. 1995. P. 512–515.
- [6] Goncharov I.A., Belyavskiy I.D., Silivra A.A. // Pros. from 17th Free Electron. Laser Conf. NY (USA). 1995.
- [7] Belyavskiy I.D., Belyavskiy I.D., Goncharov I.A. // Pros. from 17th Free Electron. Laser Conf. NY (USA). 1995.
- [8] Shiho M., Watanabe A., Koarai T., Maebara S., Ishizuka H., Takayama K., Kishiro J., Horioka K., Ogawa M., Kawasaki S. // Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A. 393. 1997. P. 289–294.
- [9] Барбашин Е.А. Введение в теорию устойчивости. М.: Наука, 1967. 225 с.
- [10] Белявский Е.Д., Хамид Аллах Мохаммед. // Известия вузов. Радиоэлектроника. 2002. Т. 45. № 5. С. 35–41.