

03

## Особенности движения капли ферромагнитной жидкости во вращающемся магнитном поле

© Ю.И. Диканский, О.В. Борисенко, М.А. Беджанян

Ставропольский государственный университет,  
355009 Ставрополь, Россия  
e-mail: borsgu@gmail.com

(Поступило в Редакцию 16 апреля 2012 г. В окончательной редакции 20 августа 2012 г.)

Проведены экспериментальные исследования движения капли ферромагнитной жидкости в жидкой немагнитной среде под воздействием вращающегося магнитного поля. Обнаружено отклонение падающей капли от вертикального направления в полях, превышающих некоторое критическое значение. Также обнаружен экстремум зависимости величины отклонения капли от частоты вращающегося поля. Приведен теоретический анализ полученных результатов, предложен алгоритм численного решения исследуемой задачи.

### Введение

Исследованию процессов деформации капель и микрокапель жидких намагничивающихся сред (магнитных жидкостей) посвящено достаточно много работ, обзор большинства которых можно найти в монографиях [1]. Интерес к этой проблеме возрос после создания на основе магнитных жидкостей магниточувствительных эмульсий и аэрозолей [2], поведением которых можно управлять с помощью воздействия магнитных полей. Вместе с тем особенности движения капель магнитных жидкостей при воздействии на них деформирующих магнитных полей изучены недостаточно. При этом в немногочисленных работах, посвященных этой проблеме, рассматриваются, как правило, движения капель в стационарном магнитном поле [3]. В настоящей работе предприняты исследования падения капли магнитной жидкости в жидкой среде при воздействии на нее вращающегося магнитного поля.

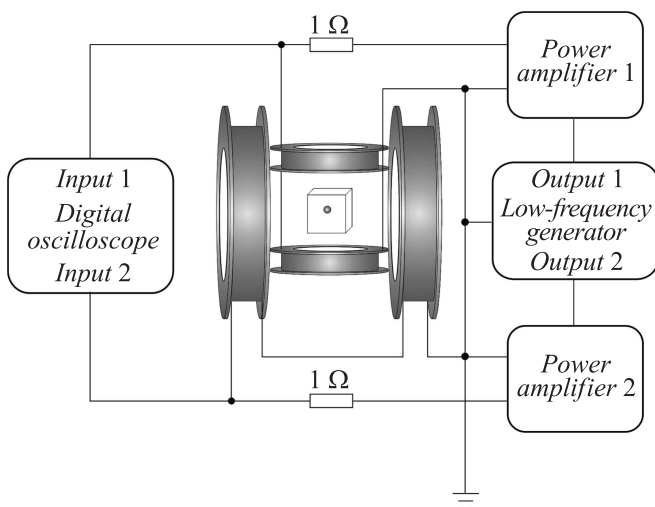


Рис. 1. Схема экспериментальной установки по изучению движения капли во вращающемся магнитном поле.

### Методика и техника эксперимента

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 1. Вращающееся магнитное поле создавалось двумя парами катушек Гельмгольца, расположенными взаимно перпендикулярно. На обмотки катушек подавалось переменное напряжение одинаковой частоты, регулируемой в диапазоне от 1 до 30 Hz, со сдвигом фаз  $90^\circ$  от низкочастотного звукового генератора ГЗ-123 и двух усилителей мощности LV-103 с возможностью плавной регулировки коэффициента усиления. Сила тока в катушках регулировалась таким образом, что амплитудные значения напряженностей поля, создаваемых каждой из катушек, были одинаковы. Вектор напряженности магнитного поля вращался в вертикальной плоскости, его величина могла достигать  $7.2 \text{ kA/m}$ , а скорость вращения варьировалась от 5 до  $30 \text{ s}^{-1}$ .

В области однородности магнитного поля располагалась стеклянная кювета с плоскопараллельными стенками, наполненная водой. В кювету с помощью медицинского шприца вводилась капля магнитной жидкости типа магнетит в керосине с олеиновой кислотой в качестве стабилизатора. Диаметр капли варьировал в диапазоне от 1 до 5 mm. Движение капли фиксировалось с помощью видеокамеры при частоте съемки 300 fps, что позволяло в последующем воспроизводить полученные видеозаписи на мониторе компьютера в замедленном режиме с целью анализа поведения исследуемого объекта. Координаты центра капли в каждый момент времени измерялись с помощью прозрачной миллиметровой сетки, которая располагалась на передней стенке кюветы.

### Экспериментальные результаты и их обсуждение

Было обнаружено, что при воздействии на падающую в жидкой среде каплю магнитной жидкости однородного вращающегося магнитного поля капля, обретая форму эллипсоида вращения, отклоняется от вертикального

направления влево, если вектор напряженности магнитного поля вращается по часовой стрелке, и вправо, если вектор напряженности вращается против часовой стрелки.

На рис. 2 графически представлены результаты исследования зависимости величины отклонения  $x$  капли от напряженности  $H$  магнитного поля в диапазоне от 80 до 4.8 кА/м, соответствующие частотам вращения вектора напряженности магнитного поля 5, 10 и 15 Гц. Анализ полученных кривых позволяет сделать вывод о том, что отклонения капли от вертикали наблюдаются при достижении напряженности вращающегося поля 1.6 кА/м. По мере дальнейшего увеличения напряженности магнитного поля наблюдается монотонный рост величины отклонения капли от вертикали. Как следует из анализа видеозаписей, в полях напряженностью менее 1.6 кА/м капля сохраняет сферическую форму, при превышении этого значения начинается трансформация сферической формы капли в форму слабо вытянутого эллипсоида вращения.

На рис. 3 представлены результаты исследования зависимости величины отклонения капли от частоты  $f$  вращения вектора напряженности магнитного поля в диапазоне частот от 5 до 25 Гц, соответствующие полям напряженностью 4, 4.6 и 5.1 кА/м. Как можно видеть, полученные кривые имеют ярко выраженный максимум в области 10–12 Гц.

Анализ полученных результатов позволяет предположить, что отклонение падения капли от вертикали происходит в случае, когда капля начинает деформироваться под воздействием поля. Как известно [4], величина деформации капли в магнитном поле и критическое значение напряженности поля ее развития зависят как от напряженности поля, так и от величины межфазного натяжения на границе капля–среда. В связи с этим были проведены эксперименты, аналогичные выше описанным, но при уменьшении межфазного натяжения на гра-

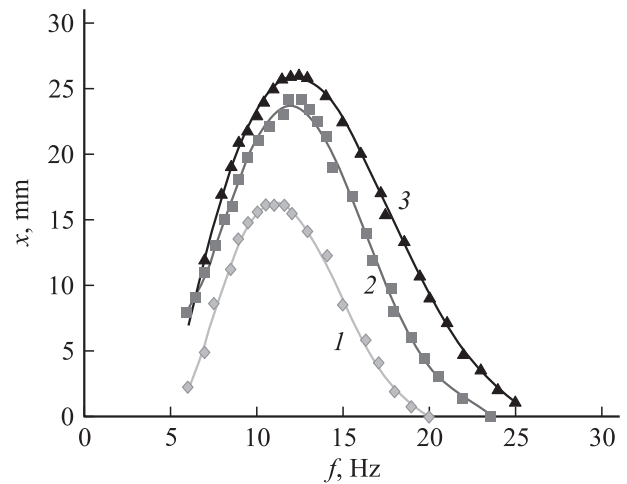


Рис. 3. Зависимость величины отклонения капли от частоты вращения поля при движении капли в воде в полях величиной: 1 —  $H = 4$ , 2 — 4.64, 3 — 5.12 кА/м.

нице капли, которое осуществлялось путем добавления в воду некоторого количества поверхностно-активного вещества (ПАВ). На рис. 4 и 5 представлены полевые и частотные зависимости величины отклонения капли в такой среде.

Сравнительный анализ представленных кривых позволяет говорить о том, что характер исследуемых зависимостей при добавлении в воду ПАВ сохраняется. Однако минимальные отклонения капли от вертикали в этом случае наблюдаются в полях величиной уже порядка 800 А/м. Кроме того, величина отклонения капли во второй серии исследований оказывается значительно большей, а положение экстремума частотной зависимости смещается в область меньших частот.

По всей видимости, обнаруженные особенности движения капли магнитной жидкости во вращающемся магнитном поле обусловлены проявлением эффекта Магнуса. Действительно, появление поперечной силы, приводящей к отклонению капли от вертикали, может быть связано с увлечением вращающейся капли окружающей ее воды. При этом капля начинает вращаться только при нарушении сферичности ее формы, т. е. при ее трансформации под воздействием поля в эллипсоид вращения. Этим может быть объяснено наличие критического значения напряженности поля, начиная с которого происходит отклонение движения капли от вертикали. Понижение межфазного натяжения на границе капля–среда приводит к уменьшению критической напряженности поля, соответствующей началу деформации, а также увеличению ее степени при заданном значении напряженности поля, что может служить объяснением отличия результатов первой и второй серий экспериментов, в последней из которых было уменьшено межфазное натяжение.

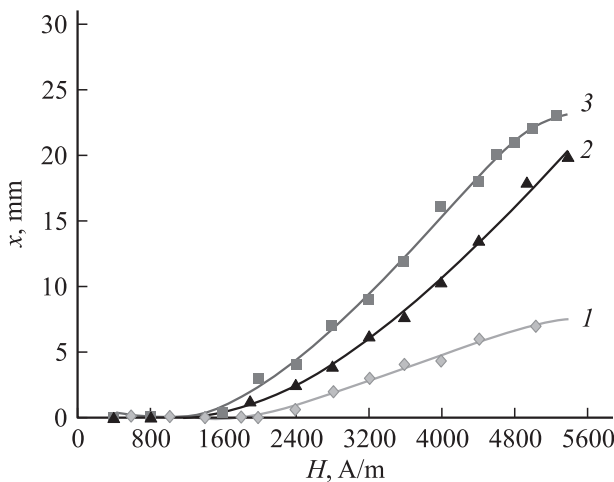
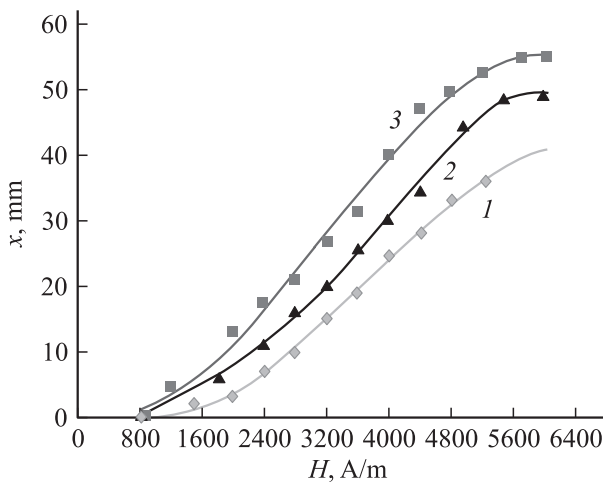
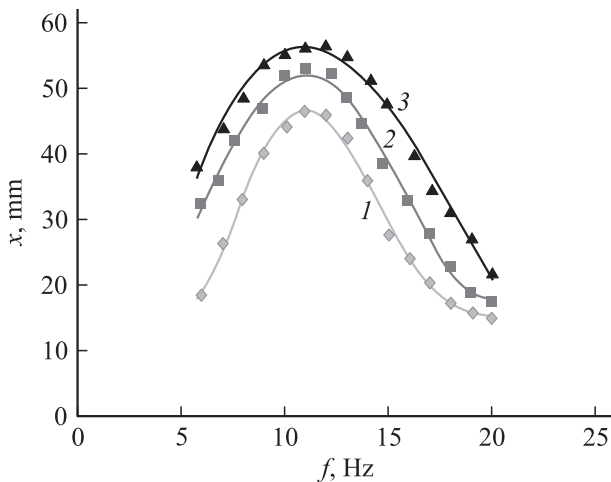


Рис. 2. Зависимость величины отклонения капли от напряженности поля при движении капли в воде при частотах вращения поля: 1 —  $f = 5$ , 2 — 5, 3 — 10 Гц.



**Рис. 4.** Зависимость величины отклонения капли от напряженности поля при движении капли в воде с добавлением ПАВ при частотах вращения поля: 1 —  $f = 5$ , 2 — 15, 3 — 10 Hz.



**Рис. 5.** Зависимость величины отклонения капли от частоты вращения поля при движении капли в воде с добавлением ПАВ в полях величины: 1 —  $H = 4$ , 2 — 4.64, 3 — 5.12 kA/m.

Природа наблюдаемых экстремумов на зависимостях отклонения капли от вертикали от частоты вращения поля может быть объяснена, по всей видимости, тем, что с ростом частоты вращения магнитного поля возрастает скорость вращения капли, в результате чего возрастает величина поперечной силы, обусловленной проявлением эффекта Магнуса. При дальнейшем увеличении скорости вращения капли, в результате проявления вязких сил окружающей среды, большая ось капли отстает на некоторый угол от вектора напряженности магнитного поля. При этом составляющая магнитного поля вдоль большой оси капли уменьшается, и эксцентриситет капли убывает, стремясь к нулю при частотах порядка 20–25 Hz, о чем свидетельствует анализ полученных видеозаписей. В результате величина поперечной силы убывает, и угол отклонения капли уменьшается до нуля.

## Теоретическая интерпретация результатов

Уравнение движения капли в горизонтальном направлении может быть представлено в виде

$$F_m - F_s = m \frac{dv_x}{dt}, \quad (1)$$

где  $F_m$  — сила Магнуса,  $F_s$  — сила сопротивления окружающей среды,  $m$  — масса капли,  $v_x$  — скорость капли в горизонтальном направлении.

Величина силы Магнуса определяется на основании теоремы Жуковского [5]

$$F_m = \rho v_\infty h_0 \oint_L (v d\mathbf{l}), \quad (2)$$

где  $\rho$  — плотность окружающей среды,  $v_\infty$  — скорость среды на бесконечности (скорость набегающего потока),  $h_0$  — параметр, определяемый размерами и формой тела (малая полуось капли),  $\oint_L (v d\mathbf{l})$  — циркуляция.

Определение величины силы Магнуса в условиях данного эксперимента осуществляется численным путем. Для этого мысленно разобьем каплю на бесчисленное множество бесконечно малых фрагментов секущей плоскостью, параллельной плоскости вращения капли. Тогда каждый фрагмент такого разбиения будет представлять собой эллиптический цилиндр высотой  $h_i$  с большой и малой полуосями основания  $a_i$  и  $b_i$  соответственно. Это позволяет рассматривать вращение капли как синхронное вращение эллиптических цилиндров, на каждый из которых действует элементарная сила Магнуса

$$\Delta F_{mi} = \rho v_\infty h_i \oint_L v_i d\mathbf{l},$$

где  $v_i$  — линейная скорость вращения капли.

Так как  $v_i = \omega r_i$  и  $d\mathbf{l} = r_i d\varphi$ , где  $\omega$  — циклическая частота вращения капли,  $r_i$  — радиус-вектор точек поверхности элемента разбиения, а  $\varphi$  — угол поворота радиуса-вектора  $r_i$ , то

$$\Delta F_{mi} = \rho v_\infty h_i v \omega \int_0^{2\pi} r^2(\varphi) d\varphi.$$

Как следует из рис. 6, на котором схематично показана капля эллипсоидальной формы (вид вдоль большой оси), и из геометрических соображений, для величины  $h_i$  получим

$$h_i = h_0 (\cos \gamma_i - \cos \gamma_{i+1}),$$

где  $\gamma = 0 - \pi$ ,  $h_0$  — малая полуось капли.

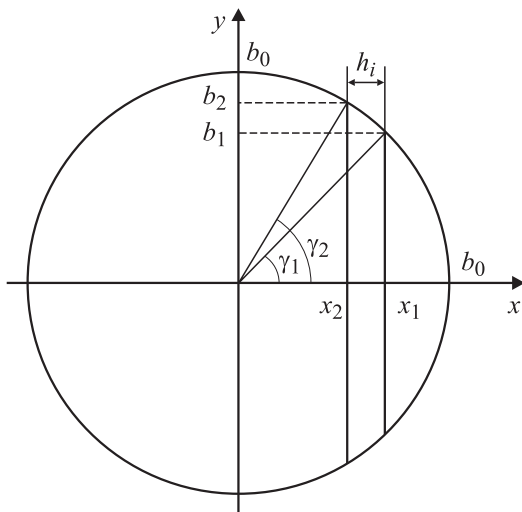


Рис. 6. К определению высоты цилиндрического элемента разбиения.

Тогда для силы Магнуса, действующей на элемент разбиения, окончательно получим

$$\begin{aligned} \Delta F_{mi} &= \rho v_m h_i \oint v dl \\ &= \rho v_\infty v \omega b_0 (\cos \gamma_i - \cos \gamma_{i+1}) \int_0^{2\pi} r^2(\varphi) d\varphi. \end{aligned}$$

Таким образом, сила Магнуса, действующая на каплю, может быть представлена в виде скалярной суммы

$$F_m = \sum_i \Delta F_{mi}. \quad (3)$$

Путем несложных математических операций получим

$$r^2(\varphi) = \left( \frac{\cos^2 \varphi}{a_i^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{b_i^2} \right)^{-1}.$$

Величины  $a_i$ ,  $b_i$  и  $h_i$  могут быть определены из геометрических соображений

$$a_i = \sin \gamma \sqrt{\left( \frac{\cos^2 \gamma}{b_0^2} + \frac{\sin^2 \gamma}{a_0^2} \right)^{-1}}, \quad b_i = b_0 \sin \gamma. \quad (4)$$

Тогда окончательно

$$\begin{aligned} F_m &= \rho v_\infty v \omega b_0 \sum_{\gamma=0}^{\pi/2} \sum_{\varphi=0}^{2\pi} \left[ \Delta\varphi (\cos \gamma_i - \cos \gamma_{i+1}) \right. \\ &\quad \left. \times \left( \frac{\cos^2 \varphi}{a_i^2} + \frac{\sin^2 \varphi}{b_i^2} \right)^{-1} \right]. \quad (5) \end{aligned}$$

Зависимость величины силы Магнуса от напряженности магнитного поля найдем из следующих соображений. Очевидно, что величина силы  $F_m$  определяется эксцентриситетом капли, который связан с напряженностью

магнитного поля выражением вида:

$$\begin{aligned} H^2 &= \frac{3\sigma(1 + \frac{\chi}{3})}{\mu_0 \chi^2 R} \\ &\times \frac{\left[ \frac{(1-e^2)^{1/3}}{2} \left( 1 + \frac{\arcsin e}{e(1-e^2)^{1/2}} \right) - 1 \right] \left[ 1 + \chi \frac{1-e^2}{2e^3} (\ln \frac{1+e}{1-e} - 2e) \right]}{\frac{1}{3} - \frac{1-e^2}{2e^3} (\ln \frac{1+e}{1-e} - 2e)}. \quad (6) \end{aligned}$$

Решение этого уравнение относительно эксцентриситета осуществлялось численно методом половинного деления отрезка [6].

Величину силы сопротивления окружающей среды определим формулой Адамара–Рыбчинского, учитывающей вязкие свойства как окружающей среды, так и капли

$$F_s = 6\pi\eta_0 R_e v_x \frac{1 + \frac{2}{3} \frac{\eta_0}{\eta}}{1 + \frac{\eta_0}{\eta}}, \quad (7)$$

где  $\eta_0$  — коэффициент вязкости внешней среды,  $\eta$  — коэффициент вязкости магнитной жидкости,  $v_x$  — скорость капли в горизонтальном направлении,  $R_e$  — эквивалентный радиус капли.

Очевидно, что в условиях данного эксперимента величина эквивалентного радиуса является функцией угла поворота капли  $\alpha$  и может быть представлена выражением вида

$$R_e = \frac{R_{\min} - R_{\max}}{2} \cos 2\alpha + \frac{R_{\min} + R_{\max}}{2}. \quad (8)$$

Здесь величины  $R_{\min}$  и  $R_{\max}$  определяются известными выражениями [7,8]:

$$\left. \begin{aligned} R_{\min} &= \frac{1}{3} \frac{8b_0}{\frac{-2\beta}{\beta^2-1} + \frac{2\beta^2-1}{(\beta^2-1)^{3/2}} \ln \frac{\beta + \sqrt{\beta^2-1}}{\beta - \sqrt{\beta^2-1}}} \\ R_{\max} &= \frac{1}{3} \frac{8a_0}{\frac{\beta}{\beta^2-1} + \frac{2\beta^2-3}{(\beta^2-1)^{3/2}} \ln \beta + \sqrt{\beta^2-1}} \end{aligned} \right\},$$

где  $\beta = a_0/b_0$ .

Таким образом, решая уравнение (1), окончательно получим

$$v_x = \frac{F_m}{6\pi\eta_0 R_e} \frac{1 + \frac{\eta_0}{\eta}}{1 + \frac{2}{3} \frac{\eta_0}{\eta}} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_0}\right) \right], \quad (9)$$

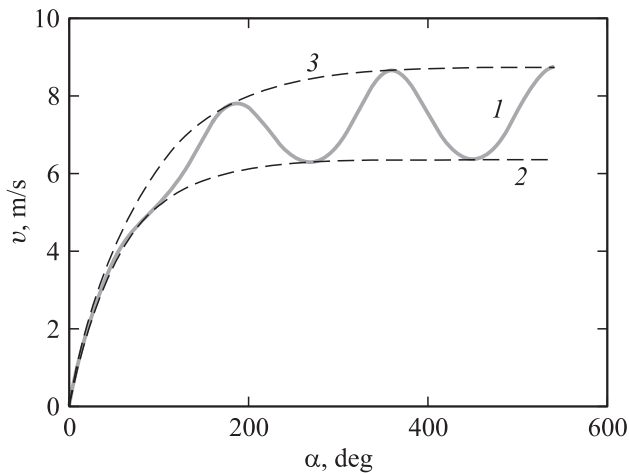
где

$$\tau_0 = \frac{m}{6\pi\eta_0 R_{eq}} \frac{1 + \frac{\eta_0}{\eta}}{1 + \frac{2}{3} \frac{\eta_0}{\eta}} \quad (10)$$

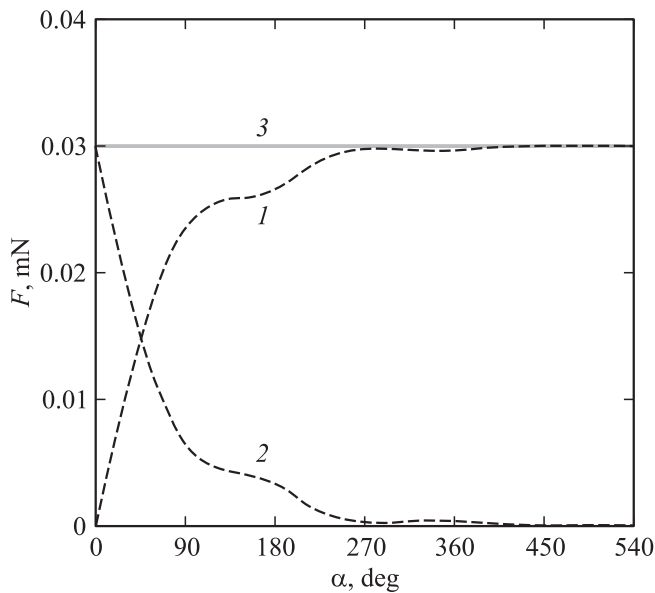
представляет собой время установления скорости движения капли.

Зависимость координаты  $x$  центра капли от времени определится интегралом

$$x = \int_0^t v_x dt = \frac{F_m}{6\pi\eta_0 R_e} \frac{1 + \frac{\eta_0}{\eta}}{1 + \frac{2}{3} \frac{\eta_0}{\eta}} \left[ t + \tau_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_0}\right) \right] + C. \quad (11)$$



**Рис. 7.** Зависимость горизонтальной составляющей скорости капли от угла поворота большой оси.



**Рис. 8.** Зависимость силы сопротивления среды (кривая 1) и равнодействующей силы (кривая 2) от угла поворота капли. Прямая 3 — сила Магнуса.

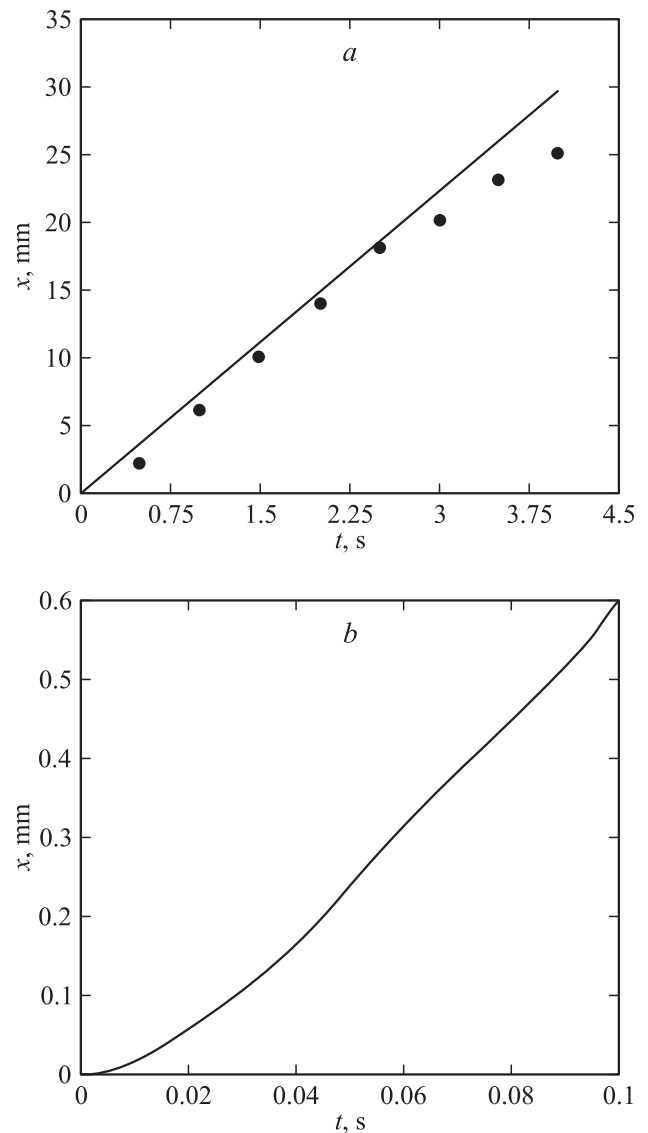
На рис. 7 кривая 1 представляет зависимость горизонтальной составляющей скорости капли от угла  $\alpha$  поворота ее большой оси. Кривые 2 и 3 отражают зависимость  $v = f(\alpha)$  при  $R_e = R_{\min}$  и  $R_e = R_{\max}$  соответственно.

На рис. 8 графически представлены зависимости силы сопротивления среды (кривая 1) и равнодействующей силы  $F_p$  (кривая 2) от угла  $\alpha$  поворота капли. Прямая 3 соответствует величине силы Магнуса, не зависящей от угла  $\alpha$ . Как следует из представленных кривых, сила сопротивления среды с течением времени возрастает, стремясь к величине силы Магнуса. При этом равнодействующая сила убывает, стремясь к нулю. Поскольку, согласно (8), эквивалентный радиус капли является гармонической функцией, то в любой момент времени

$F_s \neq F_m$ ,  $F_p \neq 0$ , и капля на протяжении всего времени падения движется с переменной скоростью.

На рис. 9, а представлена временная зависимость горизонтальной координаты центра капли  $x = f(t)$ . Точками показаны экспериментальные данные, сплошная линия — результат вычислений по формуле (11). Наблюдаемые на конечном участке траектории расхождения результатов эксперимента с теоретической зависимостью, по всей видимости, могут быть связаны с изменением условий эксперимента вследствие приближения капли к дну кюветы.

На рис. 9, б приведена та же зависимость  $x = f(t)$ , соответствующая начальному участку траектории капли. Как следует из рисунков, на протяжении всего времени падения капли изменение ее координаты в горизон-



**Рис. 9.** а — зависимость горизонтальной координаты центра капли от времени: сплошная линия — теоретическая зависимость, точки — экспериментальные данные; б — зависимость горизонтальной координаты центра капли от времени (начальный участок пути).

тальном направлении можно считать происходящим по линейному закону, что удовлетворительно согласуется с анализом полученных в ходе эксперимента видеозаписей. Однако на начальном участке траектории координата капли в горизонтальном направлении изменяется по нелинейному закону, что, по всей видимости, обусловлено процессом установления скорости в этом направлении. Поскольку временной интервал, соответствующий нелинейному участку траектории капли, весьма мал, то обнаружить экспериментально отклонение зависимости  $x = f(t)$  от линейного закона путем анализа видеозаписей оказалось невозможным.

Таким образом, проведенный анализ полученных экспериментальных результатов позволяет объяснить обнаруженные особенности падения капли магнитной жидкости возникновением поперечной силы (силы Магнуса) вследствие вращения капли за счет воздействия вращающегося магнитного поля. При этом вращение капли реализуется только в случае ее деформации, величина которой зависит от напряженности магнитного поля и частоты его вращения.

## Список литературы

- [1] Баишовой В.Г., Берковский Б.М., Вислович А.Н. Введение в термодинамику магнитных жидкостей. М.: Институт высоких температур АН СССР, 1985. 188 с.
- [2] Диканский Ю.И., Киселев В.В. // Магнитная гидродинамика. 1998. Т. 34. № 3. С. 263–266.
- [3] Копылова О.С. Особенности движения микрокапель магнитной жидкости в магнитном и электрическом полях: Автореф. канд. дис. физ.-мат. наук. Ставрополь, 2006. 150 с.
- [4] Блум Э.Я., Майоров М.М., Цеберс А.О. Магнитные жидкости. Рига: Зинатне, 1989. 386 с.
- [5] Прандтль Л. // УФН. 1925. Т. 5. Вып. 1–2. С. 1–27.
- [6] Тихонов А.Н., Костомаров Д.П. Вводные лекции по прикладной математике. М.: Наука, 1984. 192 с.
- [7] Хаппель Дж., Бренер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976. 630 с.
- [8] Фукс Н.А. Механика аэрозолей. М.: Изд-во АН СССР, 1955. 351 с.