

05

О влиянии геометрической формы частицы на пороговую энергию при эрозионном разрушении

© Н.А. Горбушин,¹ Г.А. Волков,^{1,2} Ю.В. Петров^{1,2}

¹ Санкт-Петербургский государственный университет,
199034 Санкт-Петербург, Россия

² Институт проблем машиноведения РАН,
199178 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: gorbushinnikolay@gmail.com, yp@YP1004.spb.edu

(Поступило в Редакцию 25 мая 2012 г.)

На основе структурно-временного подхода рассмотрен вопрос об энергии, необходимой для разрушения. Проведено сравнение поведения пороговой энергии разрушения при ударе частиц сферической и цилиндрической форм с упругим полупространством. Показано, что при использовании частиц сферической формы можно достичь минимума пороговой энергии. Построены графики зависимости пороговой энергии от продолжительности удара и радиуса частицы в рассматриваемых случаях.

Введение

В настоящее время широкое применение получило использование вибрационных процессов в различных отраслях производства. С помощью данных процессов удается улучшить качество проводимой работы и уменьшить (в некоторых случаях) затраты энергии на выполнение работ. В частности, при резке или шлифовке различных материалов используется наложение ультразвука на инструмент.

В работе [1] получено экспериментальное подтверждение того факта, что при шлифовке материала с наложением ультразвуковых вибраций на инструмент удается уменьшить силу, необходимую для данного способа обработки, а также улучшить качество обработанной поверхности материала.

При наложении ультразвука на инструмент при резании и шлифовании различных материалов удается снизить среднее значение режущей силы [2,3]. При этом возникает желание установить, при каких параметрах можно добиться минимизации значения этой силы. В работе [4] приводятся примеры того, как этого можно добиться в случае ультразвукового резания. Автор [4] отмечает, что при колебательных движениях рабочего инструмента в случае ультразвукового резания процесс колебаний при определенных условиях переходит в резонансное состояние, вследствие чего появляется возможность минимизировать значение прикладываемых усилий. Однако при данном подходе необходимо использовать соотношения классической механики и подобрать параметры, при которых происходит уменьшение режущей силы, весьма затруднительно.

В настоящей работе рассматривается задача о динамическом ударе жесткого индентора сферической и цилиндрической форм с упругим полупространством. Пренебрегая теплопередачей при ударе и возникновением волновых процессов, задача рассматривается с точки зрения механики разрушения. Также будем предполагать, что удар является квазистатическим. Это предположение позволяет использовать результаты решения

задачи о статическом внедрении штампа в упругое полупространство [5]. При аналогичном предположении было продемонстрировано решение задачи об ударе жесткого шара с упругим полупространством [6].

1. Удар сферической частицы

Рассмотрим удар жесткой частицы сферической формы об упругое полупространство. При решении задачи Герца о контакте шара с полупространством было получено следующее соотношение [5]:

$$P(t) = kh^{3/2}(t), \quad (1)$$

где P — контактная сила, h — сближение. В данном случае под сближением понимается расстояние, на которое внедрится частица при контакте с полупространством. Величина k определяется следующим образом: $k = 4\sqrt{RE}/3(1 - \nu^2)$, где E — модуль Юнга полупространства, ν — коэффициент Пуассона полупространства, R — радиус сферической частицы.

Если скорость частицы равна V , а масса m , то можно записать уравнение движения аналогично [6]

$$m \frac{d^2h(t)}{dt^2} = -P(t). \quad (2)$$

Решение дифференциального уравнения (2) с высокой точностью можно аппроксимировать выражением [6]

$$h(t) = h_0 \sin\left(\frac{\pi t}{t_0}\right), \quad (3)$$

где

$$h_0 = \left(\frac{5}{4k} mV^2\right)^{2/5}, \quad (4)$$

$$t_0 = 2.94 \frac{h_0}{V} \approx 3.2 \left(\frac{m^2}{Vk^2}\right)^{1/5}. \quad (5)$$

Здесь h_0 — максимальное сближение, t_0 — время контакта.

При решении задачи Герца также были получены следующие соотношения для напряжений, возникающих на поверхности полупространства [5]:

$$\sigma_r(t) = -\sigma_\theta(t) = \frac{1-2\nu}{2} \frac{P(t)}{\pi a^2(t)}, \quad (6)$$

$$a(t) = \left(3P(t)(1-\nu^2) \frac{R}{4E} \right)^{1/3} = \left(P(t) \frac{R^{3/2}}{k} \right)^{1/3}. \quad (7)$$

Величина a определяет контактный радиус и является зависящей от времени контакта. Величины σ_r и σ_θ соответствуют максимальным значениям главных напряжений, записанных в цилиндрических координатах.

При рассмотрении вопроса о разрушении материала учитывается тот факт, что оно происходит, как правило, за счет растягивающих напряжений, возникающих в материале. В связи с этим далее будем рассматривать только радиальную составляющую напряжения σ_r , поскольку именно она соответствует растягивающим напряжениям в отличие от σ_θ . Далее σ_r будет обозначаться σ .

Используя соотношения (1)–(7), можно получить пороговое значение энергии сферической частицы, под которой понимается минимальная энергия, необходимая для разрушения полупространства. Для этого будем исходить из критерия инкубационного времени [7–16], определяющего разрушения материала:

$$\frac{1}{\tau} \max_t \int_{t-\tau}^t \sigma(R, V, s) ds = \sigma_{cr}. \quad (8)$$

Под σ_{cr} понимается статическая прочность материала при растяжении. Данная величина является постоянной для материала и может быть определена с помощью эксперимента. Параметр τ соответствует инкубационному времени разрушения. Инкубационное время характеризует продолжительность подготовки среды к разрушению или фазовому переходу и является константой материала. Инкубационное время определяется экспериментально или расчетно-экспериментальным путем. В работе [7] приведены различные интерпретации инкубационного времени в зависимости от решаемой задачи. Для данной задачи в работе [8] были вычислены значения данного параметра для некоторых материалов.

Использование критерия разрушения (8) основано на том, что он учитывает динамику процесса. В случаях, когда значение инкубационного времени по порядку совпадает со значением продолжительности нагружения, проявляются динамические прочностные свойства материала [9]. При продолжительности нагружения, значительно превосходящей инкубационное время ($\lesssim 10\tau$), среда определяется своими статическими прочностными свойствами.

В работе [7] также был использован данный критерий для вычисления пороговой скорости при эрозии и проведено сравнение с результатами применения классического критерия критического напряжения.

Подставляя выражения (1), (3), (7) в соотношение для растягивающих напряжений (6), критерий разрушения (8) примет вид

$$\frac{1-2\nu}{2\pi} \frac{k}{R} \sqrt{h_0} \max_t \int_{t-\tau}^t \sqrt{\sin\left(\frac{\pi s}{t_0}\right)} ds = \tau \sigma_{cr}. \quad (9)$$

Интеграл в выражении (9) примет максимальное значение при $t = (t_0 + \tau)/2$.

Приведем продолжительность удара, скорость шара и его радиус к безразмерному виду

$$\lambda = \frac{\tau_0}{\tau}, \quad R_d = \frac{R}{c_p \tau}, \quad V_d = \frac{V}{c_p}. \quad (10)$$

Здесь и далее $c_p = \sqrt{E(1-\nu)/\rho_m(1+\nu)(1-2\nu)}$ — скорость распространения продольной волны в среде с плотностью ρ_m .

Тогда из принятого критерия разрушения (8) можно получить следующее выражение для определения пороговой скорости в безразмерном виде:

$$\alpha_d V_d^{2/5} \int_{\frac{\lambda-1}{2}}^{\frac{\lambda+1}{2}} \sqrt{\sin\left(\frac{\pi s}{\lambda}\right)} [H(s) - H(s-\lambda)] ds = 1, \quad (11)$$

где $\alpha_d = c_p^{2/5} (E^4 \rho)^{1/5} (2\pi \sigma_{cr})^{-1} (1-2\nu) (4/3(1-\nu^2))^{4/5} \times (5\pi/3)^{1/5}$ — безразмерный параметр, ρ — плотность материала частицы, $H(s)$ — функция Хевисайда.

Величину порогового радиуса можно найти из определения продолжительности удара:

$$\lambda = \frac{t_0}{\tau} \approx 3.2 \frac{1}{\tau} \left(\frac{\pi \rho (1-\nu^2)}{E} \right)^{2/5} \frac{R}{V^{1/5}}.$$

Тогда пороговый радиус в безразмерном виде определяется по следующей формуле:

$$R_d = \frac{\lambda}{\beta_d} V_d^{1/5}, \quad (12)$$

где $\beta_d = 3.2 (\pi (1-\nu^2) \rho c_p^2 / E)^{2/5}$ — безразмерный параметр.

Зная значения порогового радиуса (11) и скорости (12), можно вычислить значение пороговой энергии частицы:

$$W = \frac{2}{3} \pi \rho R^3 V^2. \quad (13)$$

В безразмерном виде будем иметь следующее соотношение для определения пороговой энергии:

$$W_d = \frac{W}{\omega} = R_d^3 V_d^2, \quad (14)$$

где параметр $\omega = 2\pi \rho \tau^3 c_p^5 / 3$ имеет размерность энергии и определяется константами материала. Таким образом, величина W_d определяет минимальное значение

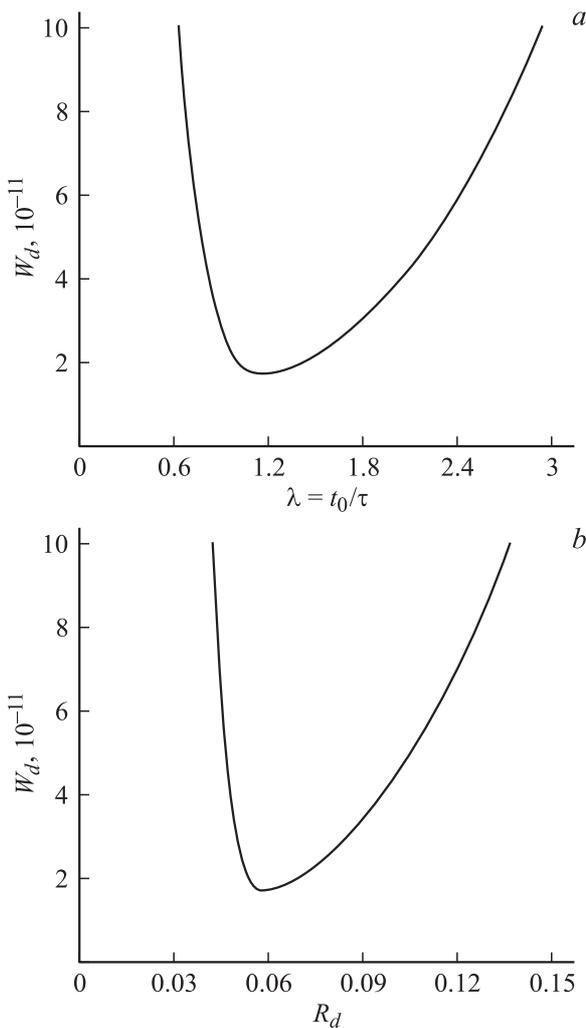


Рис. 1. График зависимости пороговой энергии сферической частицы: *a* — от продолжительности ударного импульса, *b* — от радиуса. Материал полупространства — цинк. Значение параметра $\rho = 3200 \text{ kg/m}^3$.

энергии частицы в безразмерном виде, которое необходимо ей придать для разрушения полупространства.

С помощью выражения для пороговой энергии (14) можно построить графики зависимости данной величины от продолжительности удара и радиуса частицы в безразмерном виде.

Как видно из графиков на рис. 1, значение пороговой энергии имеет ярко выраженный минимум, отличный от нуля. В силу этого, управляя такими параметрами, как радиус частицы и ее скоростью, можно добиться снижения энергии, затрачиваемой на разрушения среды.

2. Удар цилиндрической частицы

Прделаем аналогичные рассуждения для частицы цилиндрической формы с постоянным круговым сечением радиуса R и высотой H . Будем предполагать, что

высота цилиндра $H = 4R/3$ для того, чтобы соблюдалось равенство масс цилиндра и шара.

Зависимость контактной силы от сближения определяется по следующей формуле [5]:

$$P(t) = kh(t), \tag{15}$$

где P — контактная сила, h — сближение, $k = = 2RE/(1 - \nu^2)$.

В случае цилиндрической частицы может быть получено точное решение уравнения движения (2) [8]:

$$h(t) = h_0 \sin\left(\frac{\pi t}{t_0}\right), \tag{16}$$

где

$$h_0 = \sqrt{\frac{mV^2}{k}}, \tag{17}$$

$$t_0 = \pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \tag{18}$$

В рассматриваемом случае имеет место аналогичное предыдущему случаю значение максимального растягивающего напряжения [8]

$$\sigma = \frac{1 - 2\nu}{2} \frac{P(t)}{\pi R^2}, \quad r \rightarrow R + 0. \tag{19}$$

Используя критерий разрушения (8), получим, что и в этом случае время разрушения будет равно $t = (t_0 + \tau)/2$.

Как и в случае удара сферической частицы, введем безразмерные величины по формулам (10). С помощью критерия (8) и формул (15)–(18) получим соотношения для пороговой скорости в безразмерном виде

$$\alpha_d V_d \int_{\frac{\lambda-1}{2}}^{\frac{\lambda+1}{2}} \sin\left(\frac{\pi s}{\lambda}\right) [H(s) - H(s - \lambda)] ds = 1, \tag{20}$$

где $\alpha_d = (1 - 2\nu)(8E\rho c_p^2/3\pi(1 - \nu^2))^{1/2}(2\sigma_{cr})^{-1}$ — безразмерный параметр, ρ — плотность материала частицы.

Из выражения для продолжительности удара (18) можно получить значение порогового радиуса в безразмерном виде

$$R_d = \frac{\lambda}{\beta_d}, \tag{21}$$

где $\beta_d = \pi(2\rho c_p^2(1 - \nu^2)/3E)^{1/2}$ — безразмерный параметр.

Значение пороговой энергии будет вычисляться по формуле (13) и в безразмерном виде по формуле (14) с учетом значений для пороговой скорости и радиуса (20), (21).

Построим график пороговой энергии в зависимости от продолжительности удара и радиуса для случая удара цилиндрической частицы в безразмерном виде.

На рис. 2 видно, что в случае ударника цилиндрической формы пороговая энергия ведет себя как монотонно возрастающая функция и не имеет локальных экстремальных значений в отличие от случая сферической частицы.

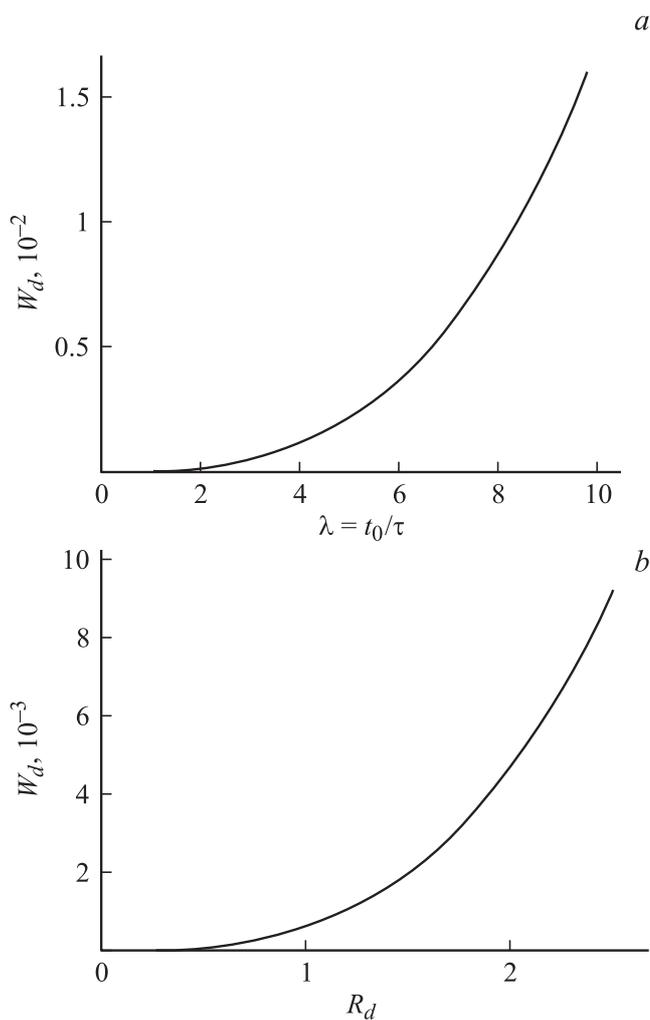


Рис. 2. Зависимость пороговой энергии цилиндрической частицы в зависимости: *a* — от продолжительности ударного импульса, *b* — от радиуса. Материал полупространства — цинк. Значение параметра $\rho = 3200 \text{ kg/m}^3$.

3. Результаты и их обсуждение

При описании различия в поведении энергии необходимо обратиться к графикам (рис. 1, 2), и данное различие можно объяснить следующим образом. Задачи для внедрения сферического и цилиндрического индентора в полупространство принципиально разные. В случае внедрения цилиндрической частицы область контакта остается неизменной на всем протяжении внедрения, в то время как контактная область сферической частицы в полупространство является переменной величиной. При внедрении частицы цилиндрической формы точки, принадлежащие границе контактной области, являются сингулярными и давление в них принимает бесконечное значение [5]. Внедрение сферы сопровождается конечными значениями напряжений во всей области контакта.

Наличие нулевого значения энергии при нулевом значении продолжительности удара и радиуса в случае цилиндра (рис. 2) объясняет тот факт, что задача о внедрении цилиндрической частицы является идеализированной. В действительности не существует идеального цилиндра с прямым углом при основании. При производстве и обработке цилиндрической частицы ее образующая не будет составлять прямой угол с ее торцом.

Проанализировав поведение пороговой энергии в случае удара сферической частицы, мы увидели присутствие локального минимума (рис. 1). Заключаем, что при удачном выборе параметров частицы можно достичь минимизации пороговой энергии. Для этого достаточно подобрать радиус частицы и скорость. В работе [10] приводится пример применения вышеизложенных рассуждений к объяснению проведения режущей силы при ультразвуковом резании материалов.

При описании какого-либо процесса, связанного с эрозией, необходимо выбрать ту или иную аппроксимацию для рабочего инструмента, например резца. Из настоящей работы следует, что выбор геометрии при моделировании очень важен с точки зрения разрушения. В особенности, если рассматривается процесс абразивной обработки материала с использованием частиц размером порядка микрометра, применение модели частицы цилиндрической формы может дать результат, отличный от практического. В работе [8] приводится сравнение критической нагрузки для частиц сферической и цилиндрической форм, где также отмечается различие при выборе геометрии.

Заключение

На основе структурно-временного подхода изучен вопрос об энергии, необходимой для возникновения разрушения при ударе недеформируемой частицы с упругим полупространством. В работе рассматривались частицы сферической и цилиндрической форм. Было показано, что в случае удара сферической частицей зависимость энергии, инициирующей разрушение, от длительности имеет локальный минимум. При ударе частицей цилиндрической формы аналогичная зависимость имеет монотонный характер и при малых длительностях нагружения стремится к нулю, в то время как для сферической частицы она возрастает. Делается вывод, что выбор геометрии частицы в задачах эрозии может сильно повлиять при описании реальных процессов, связанных с ударными воздействиями, в особенности если данные процессы предполагают использование частиц малого размера.

Работа выполнена при поддержке гранта президента РФ для поддержки молодых ученых МК-1262.2012.1.

Список литературы

- [1] Akbari J., Borzoi H., Mamduhi M.H. Study of Ultrasonic Vibration Effects on Grinding Process of Alumina Ceramic (Al_2O_3) // World Academy of Science, Engineering and Technology. 2008. N 17. P. 785–790.
- [2] Разинкин А.В. Моделирование процесса ультразвукового резания с помощью ЭВМ // Исследовано в России. 2008. Т. 11. С. 869–879.
- [3] Li Z.C., Pei Z.J., Sisco T. et al. // In: Proceedings of the ASPE 2007 Spring Topical Meeting on Vibration Assisted Machining Technology, Chapel Hill, NC, USA, 2007. P. 52–57.
- [4] Крупенин В.Л. Вестник научно-технического развития. 2009. Т. 20. Вып. 4. С. 3–32.
- [5] Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. М.: Наука, 1989. 510 с.
- [6] Колесников Ю.В., Морозов Е.М. Механика контактного разрушения. М.: Наука, 1989. 224 с.
- [7] Морозов Н.Ф., Петров Ю.В. Проблемы динамики разрушения твердых тел. СПб.: Изд-во СПбГУ, 1997. 132 с.
- [8] Smirnov V.I. // Strength of Materials. 2007. Vol. 39. N 1. P. 46–52.
- [9] Петров Ю.В., Смирнов В.И. // ЖТФ. 2010. Т. 10. Вып. 2. С. 71–76.
- [10] Волков Г.А., Зильбершмидт В.В., Бабицкий В.И. и др. // ДАН. 2010. Т. 431. Вып. 4. С. 479–481.
- [11] Петров Ю.В., Уткин А.А. // Физико-химическая механика материалов. 1989. Т. 25. № 2. С. 38–42.
- [12] Петров Ю.В. // Докл. АН СССР. 1991. Т. 321. № 1. С. 66–68.
- [13] Petrov Y.V. // Doklady Physics. 2004. Vol. 49. N 4. P. 246–249.
- [14] Petrov Y., Morozov N. // ASME Journal of Applied Mechanics. 1994. Vol. 61. Issue 3. P. 710–712.
- [15] Petrov Y.V., Morozov N.F., Smirnov V.I. // Fatigue and Fracture of Engineering Materials & Structures. 2003. Vol. 26. N 4. P. 363–372.
- [16] Morozov N., Petrov Y. Dynamics of Fracture. Berlin–Hidelberg–New York: Springer–Verlag, 2000. 170 p.