11

Квазиоптическая теория релятивистских генераторов поверхностной волны коаксиальной и цилиндрической геометрии

© Н.С. Гинзбург,[1,2] В.Ю. Заславский,[1,2] А.М. Малкин,[1] А.С. Сергеев[1]

[1] Институт прикладной физики РАН,
603950 Нижний Новгород, Россия
[2] Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,
603950 Нижний Новгород, Россия
e-mail: ginzburg@appl.sci-nnov.ru

(Поступило в Редакцию 1 июня 2012 г.)

В рамках квазиоптического подхода построена нелинейная нестационарная теория генераторов поверхностной волны — многоволновых черенковских генераторов (МВЧГ) коаксиальной и цилиндрической геометрии, запитываемых трубчатыми электронными пучками большого диаметра. Малая кривизна стенок волновода позволяет существенно упростить задачу анализа динамики МВЧГ путем введения квазиплоской модели, в рамках которой локально вблизи гофрированной цилиндрической стенки поверхностные поля близки к полям плоскости, гофрированной с той же глубиной и периодом, а цилиндрическая геометрия системы учитывается введением условий азимутальной цикличности. Результаты, получаемые в рамках усредненного подхода, сопоставляются с результатами прямого численного PIC (particle in cell)-моделирования и экспериментальных исследований МВЧГ. Интересной особенностью PIC-моделирования является демонстрация существования при достаточно больших периметрах одночастотных режимов генерации, в которых имеет место самосинхронизация различных азимутальных мод. В результате формируется азимутально-несимметричное стационарное распределение поля, которое можно отнести к известным в теории автоколебательных систем диссипативным структурам.

Введение

Релятивистские генераторы поверхностной волны являются одними из наиболее мощных источников когерентного излучения сантиметрового и миллиметрового диапазонов. Проведено достаточно большое число экспериментальных исследований этого класса генераторов [1–9]. Указанные обстоятельства обусловливают актуальность теоретического анализа генераторов поверхностной волны, включая формирование самосогласованной структуры поля. В случае достаточно высоких энергий частиц, когда для организации взаимодействия черенковского типа требуется относительно небольшое замедление волны и соответственно относительно небольшая глубина гофра, для описания нелинейной динамики генераторов поверхностной волны планарной геометрии может быть использован квазиоптический подход [10,11]. В рамках такого подхода поле излучения представляется в виде двух встречных квазиоптических волновых пучков, связанных на гофрированной поверхности.

В настоящей работе квазиоптический подход развивается применительно к генераторам поверхностной волны коаксиальной и цилиндрической геометрии, запитываемым трубчатыми электронными пучками большого диаметра [12]. В условиях, когда диаметры пучка и электродинамической системы значительно превосходят длину волны, генераторы подобного типа принято также называть многоволновыми черенковскими генераторами (МВЧГ) [1–6]. Малая кривизна стенок волновода позволяет существенно упростить задачу анализа динамики МВЧГ путем перехода к квазиплоской модели. В рамках такой модели локально в окрестности гофрированной цилиндрической стенки поверхностные поля близки к полям плоскости, гофрированной с той же глубиной и периодом, а цилиндрическая геометрия системы учитывается введением условий азимутальной цикличности. Результаты, получаемые в рамках приближенных моделей, сопоставляются с результатами прямого численного PIC (particle in cell)-моделирования в рамках кода CST STUDIO SUITE.

1. Поверхностные моды в коаксиальных и полых цилиндрических волноводах с азимутально-симметричной гофрировкой

Рассмотренные в работе модели генераторов поверхностной волны на основе коаксиальных и полых цилиндрических волноводов показаны на рис. 1, *a, b*. Предположим, что на внутреннюю поверхность внешнего цилиндра на участке длины l_z нанесена неглубокая синусоидальная осесимметричная гофрировка

$$r(z) = r_1 \cos(\bar{h}z), \tag{1}$$

где r_1 — амплитуда гофра, d — его период, $\bar{h} = 2\pi/d$.

Анализ удобно начать с исследования коаксиальной модели (рис. 1, *a*). Если коаксиальный волновод имеет малую кривизну, т. е. средний радиус волновода r_0 существенно превосходит длину волны λ, то можно ввести

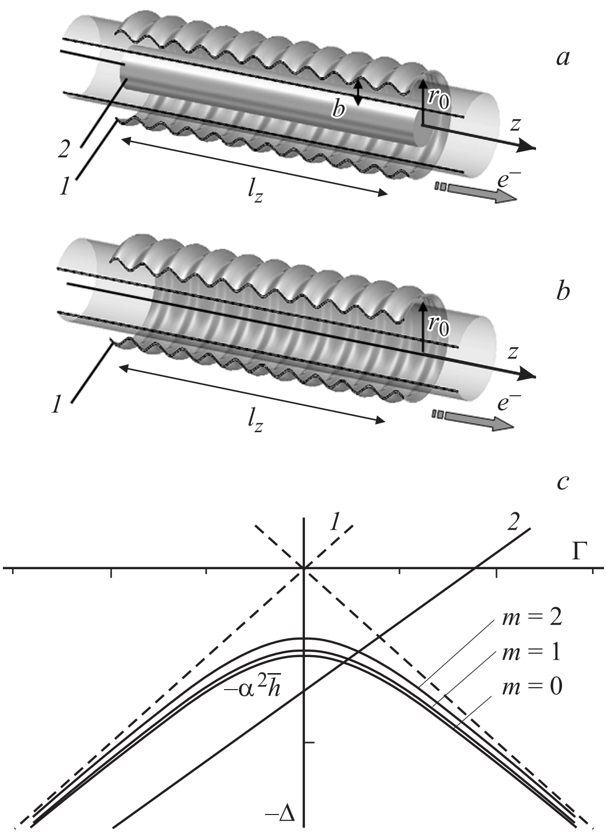


Рис. 1. Схемы генераторов поверхностной волны (a) коаксиальной и (b) цилиндрической геометрии, запитываемых трубчатым электронным потоком: *1* — внешний гофрированный проводник, *2* — внутренний регулярный проводник. c — дисперсионные кривые нормальных поверхностных мод с различным азимутальным индексом m, штрихи — собственная волна прямолинейного электронного потока.

координату $x = r_0\varphi$ вдоль азимута волновода, а для описания распространения волн использовать квазиплоскую модель. В рамках такой модели, следуя [10,11], поле над гофрированной поверхностью можно представить в виде суммы двух встречно распространяющихся квазиоптических волновых пучков ТМ-поляризации, магнитное поле которых может быть записано в виде

$$H_x = \mathrm{Re}\left[C_+(z,x,y,t)e^{i(\omega t - kz)} + C_-(z,x,y,t)e^{i(\omega t + kz)}\right], \qquad (2)$$

$k = \frac{\omega}{c}$, амплитуды $C_\pm$ медленно меняются в масштабе длины волны по z и периода по времени. В рассматриваемой геометрии координата y отсчитывается по нормали от поверхности внешнего гофрированного проводника. Электрическое поле в соответствии с уравнением $\mathbf{E} = -\frac{ic}{\omega}\,\mathrm{rot}\mathbf{H}$ может быть представлено в виде

$$E_y = -\mathrm{Re}\left[C_+e^{i(\omega t - kz)} - C_-e^{i(\omega t + kz)}\right],$$

$$E_z = -\mathrm{Re}\,\frac{i}{k}\left[\frac{\partial C_+}{\partial y}\,e^{i(\omega t - kz)} + \frac{\partial C_-}{\partial y}\,e^{i(\omega t + kz)}\right]. \qquad (3)$$

В исходных физических переменных H_x соответствует азимутальной компоненте магнитного поля, E_y и E_z — радиальной и продольной компонентам электрического поля соответственно.

Предполагая выполненными условия брэгговского резонанса

$$\bar{h} \approx 2k, \qquad (4)$$

связь встречных волновых потоков (2) будем описывать системой двух параболических уравнений

$$\frac{\partial C_+}{\partial z} + \frac{\partial C_+}{c\partial t} + i\,\frac{\partial^2 C}{h\partial y^2} + i\,\frac{\partial^2 C_+}{h\partial x^2} = i\alpha C_-\delta(y),$$

$$-\frac{\partial C_-}{\partial z} + \frac{\partial C_-}{c\partial t} + i\,\frac{\partial^2 C_-}{h\partial y^2} + i\,\frac{\partial^2 C_-}{h\partial x^2} = i\alpha C_+\delta(y), \qquad (5)$$

где $\delta(y)$ — дельта-функция, $\alpha = \bar{h}r_1/4$ — коэффициент связи волн. Операторы параболического типа в левых частях уравнений (5) описывают дифракционное расплывание волновых потоков в свободном пространстве по радиальной (y) и азимутальной (x) координатам. При выводе (5) использовалась концепция эквивалентных поверхностных магнитных токов [13], наводимых за счет гофрировки на стенке регулярного волновода сравнения $y = 0$. Заметим также, что в качестве несущей в (5) выбрана брэгговская частота $\omega_0 = \bar{h}c/2$.

В рассматриваемой коаксиальной геометрии уравнения (5) должны быть дополнены граничными условиями

$$\left.\frac{\partial \hat{C}_\mp}{\partial y}\right|_{y=b} = 0, \qquad (6)$$

которые задаются на внутреннем, не имеющем гофрировки проводнике. Здесь b — зазор между проводниками. Очевидно, условие (6) соответствует обращению в ноль продольной компоненты электрического поля.

Принимая во внимание коаксиальную геометрию задачи, необходимо ввести условие цикличности решений уравнений (5) по азимутальной координате

$$C_\pm(x + l_x, z, y, t) = C_\pm(x, z, y, t), \qquad (7)$$

где $l_x = 2\pi r_0$ — периметр системы. Это позволяет разложить поля в ряд Фурье

$$C_\pm(x,z,y,t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C^m_\pm(z,y,t)e^{2\pi i m x/l_x}, \qquad (8)$$

рассматривая каждую гармонику как моду с азимутальным индексом m, для описания которой из уравнений (5) получим

$$\frac{\partial C^m_+}{\partial z} + \frac{\partial C^m_+}{c\partial t} + i\,\frac{\partial^2 C^m_+}{h\partial y^2} + ip^2m^2C^m_+ = i\alpha C^m_-\delta(y),$$

$$-\frac{\partial C^m_-}{\partial z} + \frac{\partial C^m_-}{c\partial t} + i\,\frac{\partial^2 C^m_-}{h\partial y^2} + ip^2m^2C^m_- = i\alpha C^m_+\delta(y), \qquad (9)$$

где $p = 2\pi/l_x$.

Предполагая, что зазор между проводниками достаточно велик в масштабе декремента поперечного спадания поверхностной волны, для безграничной в продольном направлении системы представим решение уравнений (9) в области $y > 0$ в виде

$$C_{\pm} \sim \exp i(\Omega t - \Gamma z - g_{\pm y}), \tag{10}$$

где

$$g_{\pm}^{m} = i\sqrt{-\bar{h}\left(\frac{\Omega}{c} \mp \Gamma + \frac{p^2m^2}{h}\right)} \tag{11}$$

— поперечные волновые числа. Тогда с учетом вытекающих из уравнений (9) граничных условий на гофрированной поверхности

$$\left(\frac{\partial C_{\pm}}{\partial y} - \alpha\bar{h}C_{\mp}\right)\bigg|_{y=0} = 0$$

получим дисперсионное уравнение для нормальных волн

$$g_{+}^{m}g_{-}^{m} = -\bar{h}^2\alpha^2 \quad \text{или} \quad \frac{\left(\Omega + p^2m^2c/\bar{h}^2\right)}{c^2} - \Gamma^2 = \frac{\bar{h}^2\alpha^4}{4}. \tag{12}$$

Как видно из рис. 1, c, дисперсионные кривые нормальных волн с различным азимутальным индексом подобны и лежат ниже светового конуса ($\Omega < 0$, $|\Omega| < |\Gamma|$), т.е. волны являются замедленными. Соответственно поперечные волновые числа $g_{\pm}^{m}$ — чисто мнимые, т.е. поля волн прижаты к периодической структуре, а их амплитуда спадает по экспоненциальному закону. При $\Gamma = \frac{p^2m^2}{h}$ декременты поперечного спадания всех азимутальных мод одинаковы и равны $|g_{\pm}^{m}| = \bar{h}^2 r_1/4$.

В случае гофрировки конечной длины l_z граничные условия к уравнениям для амплитуд волновых пучков (2) соответствуют отсутствию потоков электромагнитной энергии извне

$$C_{+}\big|_{z=0} = 0, \qquad C_{-}\big|_{z=l_z} = 0.$$

Для определения продольной и радиальной структур мод, а также их собственных частот решение (9) представим в виде $C_{\mp}^{m} \sim \exp(i\Omega^m t)$, где $\Omega^m = \omega^m - \omega_0$ — отстройка частоты m-й азимутальной моды от несущей брэгговской частоты

$$\frac{\partial C_{+}^{m}}{\partial z} + i\,\frac{\partial^2 C_{+}^{m}}{h\partial y^2} + i\,\frac{\Omega^m\bar{h} + p^2m^2c}{ch}\,C_{+}^{m} = i\alpha C_{-}^{m}\delta(y),$$

$$-\frac{\partial C_{-}^{m}}{\partial z} + i\,\frac{\partial^2 C_{-}^{m}}{h\partial y^2} + i\,\frac{\Omega^m\bar{h} + p^2m^2c}{ch}\,C_{-}^{m} = i\alpha C_{+}^{m}\delta(y). \tag{13}$$

Для азимутально-симметричной моды $m = 0$ задача определения продольной и радиальной структур полей, очевидно, сводится к рассмотренной в [10] задаче о собственных поверхностных модах, формирующихся над гофрированной плоскостью. Типичная структура поля моды с одной продольной вариацией поля показана на рис. 2. Отстройка частоты

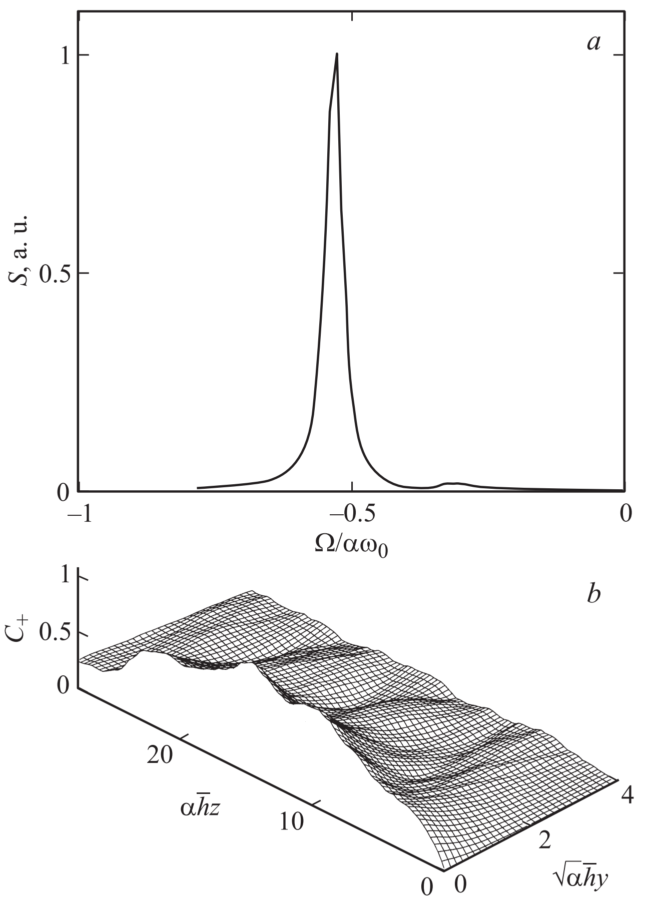


Рис. 2. Моделирование возбуждения начальным электромагнитным импульсом периодической коаксиальной структуры конечной длины в рамках метода связанных волн ($L_z = \alpha\bar{h}l_z = 28$). a — спектр поля при выделении основной поверхностной моды; b — пространственная структура указанной моды.

моды от несущей брэгговской частоты в исследуемом варианте равна $\mathrm{Re}(\Omega^0) \approx 0.5\omega_0\alpha$, а декремент затухания $\mathrm{Im}(\Omega^0) \approx 0.03\omega_0\alpha$. Из уравнений (13) следует, что в рассматриваемой квазиплоской модели азимутально-несимметричные моды $m \neq 0$ имеют декременты затухания и пространственные структуры, совпадающие с декрементами и структурами симметричной моды. Единственное отличие в сдвиге частоты: $\mathrm{Re}\Omega^m = \mathrm{Re}\Omega^0 + \frac{p^2m^2c}{h}$. Таким образом, в указанном приближении добротности мод с различным числом азимутальных вариаций совпадают.

Выше рассматривались поверхностные волны в коаксиальном сверхразмерном волноводе. Такие волны экспоненциально спадают по радиусу при удалении от внешнего проводника, на который нанесена гофрировка (1). В результате при достаточно большом зазоре (когда выполнено условие $b|g_{\pm}| \gg 1$) положение второго внутреннего проводника не оказывает влияния на структуры и добротности поверхностных мод. Следовательно, при определенных условиях внутренний проводник может быть удален, а развиваемая здесь модель может быть использована для описания поверхностных волн в полых цилиндрических волноводах, радиус которых существенно превышает длину волны и масштаб спадания поля.

2. Возбуждение поверхностных волн прямолинейным электронным потоком (квазиоптическая модель)

Допустим далее, что прямолинейный электронный поток движется над гофрированной поверхностью строго вдоль направления ведущего магнитного поля $\mathbf{H}_0 = H_0\mathbf{z}_0$ с поступательной скоростью $v = \beta c$. В условиях взаимодействия черенковского типа группировка частиц происходит под действием продольной компоненты электрического поля попутного волнового потока:

$$E_z = -\mathrm{Re}\,\frac{i}{k_0}\left[\frac{\partial C_+}{\partial y}\,e^{i(\omega_0 t - k_0 z)}\right], \tag{14}$$

$k_0 = \omega_0/c$. Соответственно возбуждение попутной компоненты C_+ обусловлено синхронной гармоникой объемного электронного тока $j_z^e = \mathrm{Re}[j^\omega e^{i(\omega_0 t - k_0 z)}]$. После нормировки самосогласованная система уравнений релятивистского генератора поверхностной волны может быть приведена к виду

$$\frac{\partial \hat{C}_+}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{C}_+}{\partial \tau} + i\,\frac{\partial^2 \hat{C}_+}{\partial Y^2} + i\,\frac{\partial^2 \hat{C}_+}{\partial X^2} = i\hat{\alpha}\hat{C}_-\delta(Y) - \frac{1}{B_e}\,\frac{\partial}{\partial Y}(JF(Y)),$$

$$-\frac{\partial \hat{C}_-}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{C}_-}{\partial \tau} + i\,\frac{\partial^2 \hat{C}_-}{\partial Y^2} + i\,\frac{\partial^2 \hat{C}_-}{\partial X^2} = i\hat{\alpha}\hat{C}_+\delta(Y). \tag{15}$$

Здесь $F(Y)$ — функция, описывающая невозмущенное распределение плотности электронного потока, $B_e = \int\limits_0^B F(Y)dY$ — его эффективная ширина. Амплитуда высокочастотного тока j^ω находится стандартным переходом к интегрированию по моментам влета (начальным фазам) электронов и задается безразмерным фактором $J = 1/\pi \int\limits_0^{2\pi} e^{-i\theta}d\theta_0$, который вычисляется на основании уравнений движения частиц. В приближении малого относительного изменения энергии указанные уравнения могут быть представлены в виде

$$\left(\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_0^{-}\,\frac{\partial}{\partial \tau}\right)^2 \theta = \mathrm{Re}\left[\frac{\partial \hat{C}_+}{\partial Y}\,e^{i\theta}\right]. \tag{16}$$

Граничные условия к этим уравнениям имеют вид

$$\theta\big|_{Z=0} = \theta_0 \in [0, 2\pi), \qquad \left(\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_0^{-1}\,\frac{\partial}{\partial \tau}\right)\theta\bigg|_{Z=0} = -\Delta. \tag{17}$$

Здесь $\theta = \omega_0(t - z/c)$ — фаза электронов относительно попутной волны, $\Delta = (1-\beta_0)/\beta_0 G$ — расстройка синхронизма, которая принимает отличное от нуля положительное значение $\Delta > 0$. Синхронное взаимодействие с прямолинейным электронным потоком возникает только с учетом описываемой уравнениями (16) связи волн и формирования прижатой замедленной волны.

При записи системы уравнений (15)–(17) проведена следующая нормализация:

$$Z = Gk_0 z, \quad Y = \sqrt{2G}k_0 y, \quad X = \sqrt{2G}k_0 x,$$

$$\tau = G\omega_0 t, \quad \hat{C}_\pm = \frac{eC_\pm\mu}{mc\omega_0\gamma_0 G^{3/2}}, \quad \hat{\alpha} = \alpha\sqrt{2/G},$$

$G = \left(2\,\frac{eI_0}{mc^3}\,\frac{\mu}{\gamma}\,\lambda\right)^{2/3}$ — параметр усиления (аналог параметра Пирса), I_0 — погонный ток пучка, $\mu \approx \approx \gamma_0^{-2}\beta_0^{-3}$ — параметр инерционной группировки электронов, $\gamma_0 = (1-\beta_0^2)^{-1/2}$ — релятивистский масс-фактор.

В нормированных переменных электронный КПД в стационарном режиме генерации $\hat{C}_\pm \sim \exp(i\hat{\Omega}\tau)$ ($\hat{\Omega} = (\omega - \omega_0)/G\omega_0$ — отстройка частоты генерации от несущей брегговской частоты) определяется соотношениями

$$\eta = \frac{G\hat{\eta}}{\mu(1-\gamma_0^{-1})},$$

$$\hat{\eta} = \frac{1}{2\pi\beta}\int\limits_0^{L_x}\int\limits_0^{B}\int\limits_0^{2\pi}\left(-\Delta + \frac{\partial\theta}{\partial Z}\right)\bigg|_{Z=L_z} F(Y)d\theta_0 dY dX, \tag{18}$$

где $L_{z,x} = G\bar{h}l_{z,x}$ — нормированные длина и периметр гофрированной поверхности.

Представляя решение уравнений (15) в виде

$$C_\pm(X, Z, Y, \tau) = C_\pm^m(Z, Y, \tau)e^{imPX},$$

где $P = 2\pi/L_x$, получим уравнения, описывающие возбуждение электронным пучком одной моды с азимутальным индексом m

$$\frac{\partial \hat{C}_+^m}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{C}_+^m}{\partial \tau} + i\,\frac{\partial^2 \hat{C}_+^m}{\partial Y^2} + iP^2m^2\hat{C}_+^m = i\hat{\alpha}\hat{C}_-^m\delta(Y) - \frac{1}{B_e}\,\frac{\partial}{\partial Y}(JF(Y)),$$

$$-\frac{\partial \hat{C}_-^m}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{C}^m}{\partial \tau} + i\,\frac{\partial^2 \hat{C}_-^m}{\partial Y} + iP^2m^2\hat{C}_-^m = i\hat{\alpha}\hat{C}_+^m\delta(Y), \tag{19}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_0^{-1}\,\frac{\partial}{\partial \tau}\right)^2 \theta = \mathrm{Re}\left[\frac{\partial \hat{C}_+^m}{\partial Y}\,e^{i(\theta + mPX)}\right].$$

Очевидно, что путем замены переменных

$$\hat{C}'^m_\pm = \hat{C}_\pm^m e^{iP^2m^2\tau}, \qquad \theta' = \theta - P^2m^2\tau + PmX$$

самосогласованные уравнения для высоких азимутальных мод сводятся к уравнениям для азимутально-симметричной моды с эффективной расстройкой синхронизма

$$\Delta_m = \Delta + P^2m^2.$$

С учетом условий азимутальной цикличности (7), а также граничного условия (6) на внутреннем (не имеющем гофрировки) проводнике для базовой коаксиальной модели решение уравнений (19) может быть представлено в виде рядов

$$\hat{C}_{\pm} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \hat{C}_{\pm}^{mn}(Z,\tau) e^{imPX} \cos(SnY).$$

где $S = \pi/B$. Это позволяет трансформировать систему уравнений (19) к виду, который используется далее для моделирования нелинейной динамики

$$\frac{\partial \hat{C}_{+}^{mn}}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{C}_{+}^{mn}}{\partial \tau} - iS^2n^2\hat{C}_{+}^{mn} + iP^2m^2\hat{C}_{+}^{mn} = \frac{1}{B}\sum_{n'=0}^{\infty} \frac{2i\hat{\alpha}\hat{C}_{-}^{mn'}}{1+\delta_{0n}} + \frac{\pi}{B^2} J_{mn}$$

$$-\frac{\partial \hat{C}_{-}^{mn}}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{C}_{-}^{mn}}{\partial \tau} - iS^2n^2\hat{C}_{-}^{mn} + iP^2m^2\hat{C}_{-}^{mn} = \frac{1}{B}\sum_{n'=0}^{\infty} \frac{2i\hat{\alpha}\hat{C}_{+}^{mn'}}{1+\delta_{0n}}, \qquad (20)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_0^{-1}\frac{\partial}{\partial \tau}\right)^2 \theta = -\frac{\pi}{B}\,\mathrm{Re}\left[\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-\infty}^{\infty} n\hat{C}_{+}^{mn} e^{imPX} \sin(SnY) e^{i\theta}\right].$$

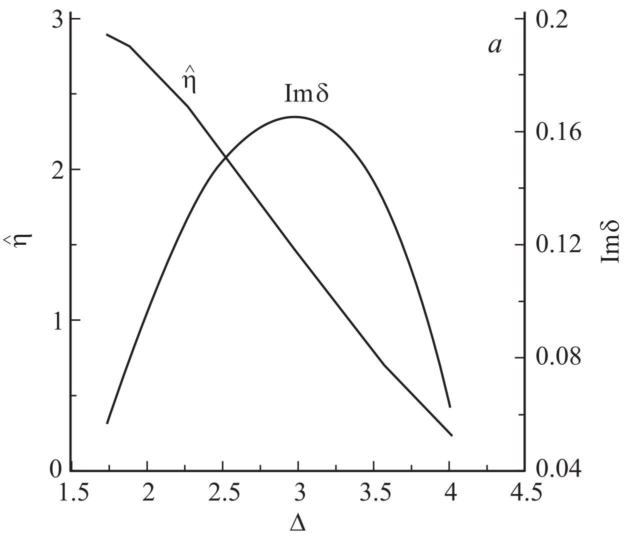
Здесь δ_{0n} — символ Кронекера,

$$J_{mn}(Z,\tau) = \frac{2}{\pi L_x B_e} \times \int_0^{L_x}\int_0^{B}\int_0^{2\pi} F(Y) e^{-imPX} \sin(SnY) e^{-i\theta} dX\,dY\,d\theta_0.$$

Как видно из уравнений (20), связь мод с различными азимутальными индексами происходит исключительно через взаимодействие с электронным пучком.

3. Результаты моделирования нелинейной динамики МВЧГ в рамках усредненных уравнений

Моделирование МВЧГ на основе уравнений (20) проводилось при различных значениях радиуса системы. В качестве опорных параметров для оценок были выбраны значения, близкие к экспериментально реализованным в [6]. В этом эксперименте в диапазоне длин волн 3 cm на основе трубчатого электронного пучка был реализован генератор гигаваттного уровня мощности с цилиндрическим резонатором (рис. 1, *b*): энергия частиц 500 keV, погонная плотность тока 100 A/cm, период гофра 1.4 cm, глубина гофра 0.7 cm, длина гофрированного участка 19 cm. При выбранных физических параметрах параметр усиления составлял $G = 0.045$, коэффициент связи волн — $\hat{\alpha} \approx 2$, нормированная длина пространства взаимодействия — $L_z = 1.9$, параметр расстройки — $\Delta = 3.4$.



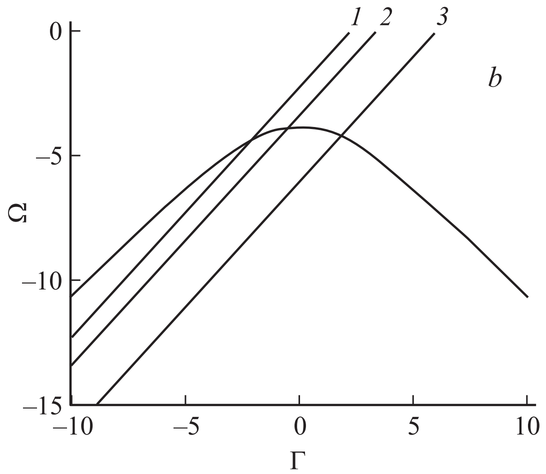


Рис. 3. Моделирование генератора поверхностной волны. *a* — зависимость нормированного КПД и инкремента от расстройки синхронизма Δ при возбуждении азимутально-симметричной моды $m = 0$. *b* — характерные точки пересечения дисперсионной кривой указанной моды с пучковой волной при различных расстройках: *1* — $\Delta = 2.3$, *2* — 3.4, *3* — 4 ($L_z = 1.9$, $\hat{\alpha} = 2$, $B_e = 0.5$, $B = 2.8$).

На рис. 3, *a* показана зависимость временного инкремента и электронного КПД от расстройки Δ, найденная в результате моделирования уравнений (20) при возбуждении одной азимутальной моды. Очевидно, максимальное значение инкремента и минимальный стартовый ток реализуются при значении расстройки $\Delta \approx 3$. Таким образом, согласно нашим расчетам, значение расстройки в описанном выше экспериментальном макете генератора близко к оптимальному значению. По мере увеличения расстройки Δ инкремент падает, и соответственно стартовый ток растет. Это означает, что азимутально-несимметричные моды $m \neq 0$ имеют меньшие инкременты и соответственно большие стартовые токи по сравнению с азимутально-симметричной модой $m = 0$. Однако по мере увеличения сверхразмерности параметр P уменьшается, и разница в инкрементах и стартовых токах нивелируется. В таких условиях на нелинейной стадии должна возникать конкуренция мод с различными азимутальными индексами.

На рис. 4 представлены результаты моделирования многомодовой динамики при экспериментально реализованном радиусе $r_0 = 4.5\,\mathrm{cm}$, которому соответствует нормированный периметр $L_x \approx 16$. В качестве начальных условий $\widehat{C}^m_{\pm}\big|_{\tau=0} = \widehat{C}^m_0$ задавались небольшие затравочные значения, одинаковые для различных мод. Как следует из указанного рисунка, имеет место установление стационарного режима генерации на азимутально-симметричной моде. Для других (азимутально-несимметричных) мод в соответствии с рис. 3 инкремент при заданной сверхразмерности несколько меньше инкремента симметричной моды. В результате несимметричные моды подавляются на этапе нелинейной конкуренции и устанавливается стационарный режим генерации с возбуждением симметричной моды. Соответственно в стационарном режиме пространственное распределение амплитуд парциальных волн $C_{\pm}$ однородно по азимутальной координате X. Относительно продольной (Z) и радиальной (Y) координат указанное распределение показано на рис. 5. Данный рисунок демонстрирует формирование поверхностной моды, близкой к моде холодной структуры (рис. 2, *b*). Заметим, что быстрое радиальное спадание поля позволяет использовать коаксиальную модель (20) при описании процессов взаимодействия в экспериментальном макете реализованного в [6] генератора, где использовался полый цилиндрический волновод.

Электронный КПД в стационарном режиме генерации $\hat{\eta} \approx 1$ соответствует полной мощности излучения на уровне 350 MW, что согласуется с экспериментальными данными. Тем не менее уже при исследуемом относительно малом периметре $L_x \approx 16$ имеет место зависимость стационарного режима генерации от начальных условий. Так, если в качестве начального условия задать затравку только для мод с азимутальным индексом $m = 1$ или $m = 2$, то установится стационарный режим генерации именно на этих модах (рис. 4, *b*).

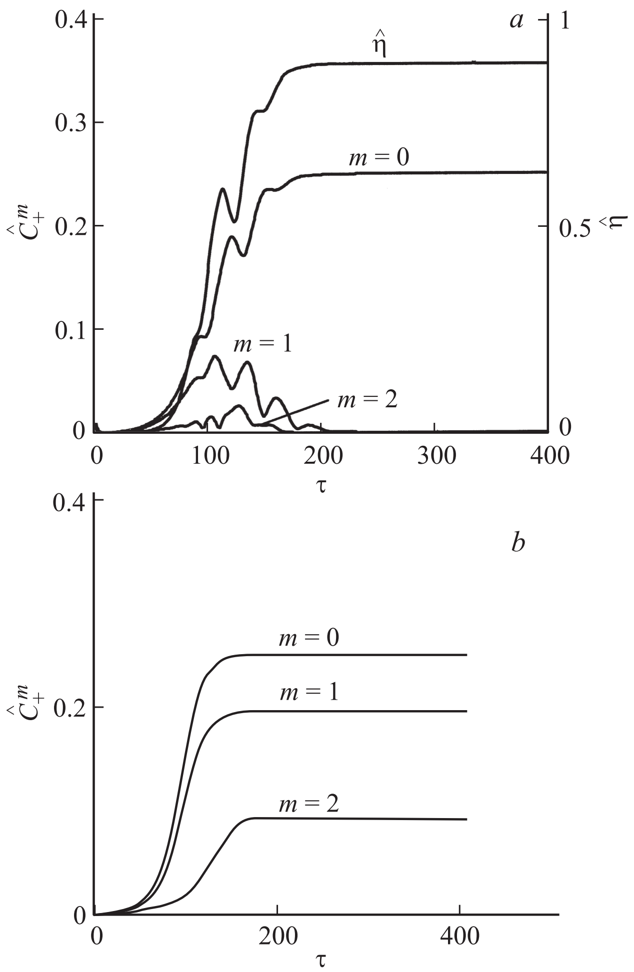


Рис. 4. Моделирование многомодовой нелинейной динамики в рамках метода связанных волн. Временны́е зависимости амплитуд мод с различными азимутальными индексами при периметре $L_x = 16$. *a* — начальные условия для всех азимутальных мод одинаковы; *b* — начальные условия заданы по отдельности для мод $m = 0$, $m = 1$, $m = 2$; $\hat{\alpha} = 2$, $\Delta = 3.4$, $L_z = 1.9$, $B_e = 0.5$, $B = 2.8$.

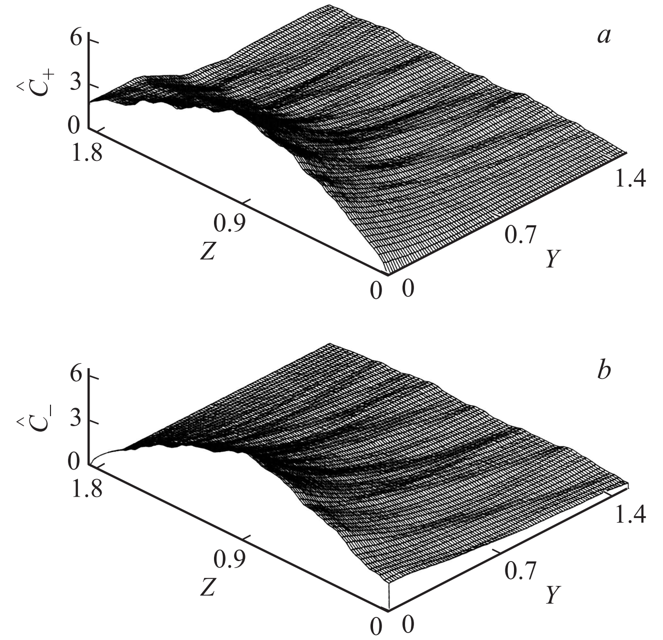


Рис. 5. Пространственное распределение полей (*a*) $\hat{C}_+$ и (*b*) $\hat{C}_-$ в стационарном режиме генерации на азимутально-симметричной моде $\hat{\alpha} = 2$, $\Delta = 3.4$, $L_z = 1.9$, $B_e = 0.5$, $B = 2.8$.

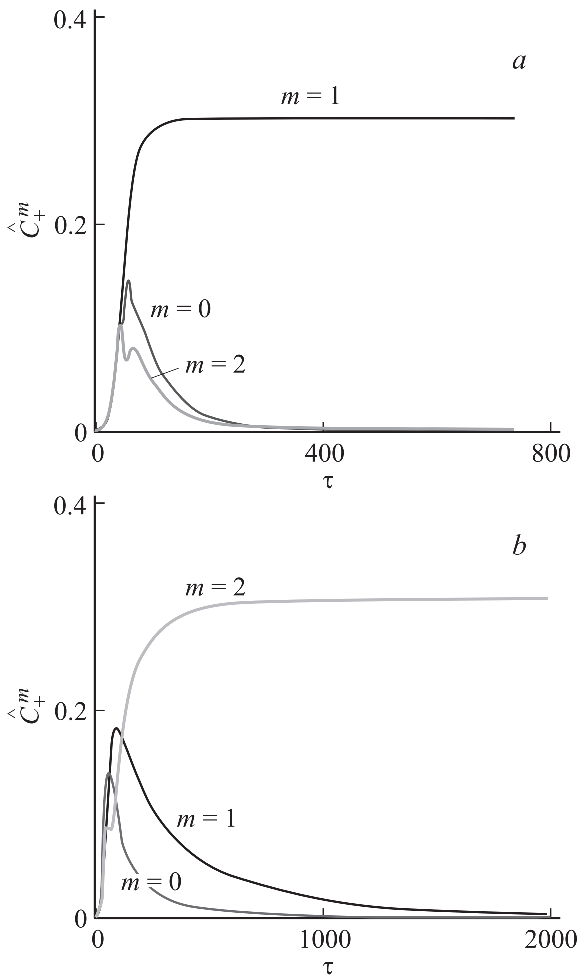


Рис. 6. То же, что на рис. 4, *a*, но при увеличенном периметре. (*a*) $L_x = 32$ и (*b*) $L_x = 80$. Начальные условия для всех азимутальных мод одинаковы.

Рассмотрим теперь возможности дальнейшего увеличения мощности излучения в исследуемой модели генератора при увеличении радиуса пучка с сохранением погонной плотности тока неизменной. Как следует из рис. 3, *a*, при достаточно больших радиусах пучка и электродинамической системы значения инкрементов возбуждения мод с различными азимутальными индексами практически совпадают. Номер азимутальной моды, побеждающей в процессе нелинейной конкуренции в ситуации, когда задаются одинаковые начальные условия для всех мод, увеличивается с ростом периметра. Так, при нормированном периметре $L_x \approx 32$ устанавливается генерация на моде с индексом $m = 1$ (рис. 6, *a*), а при $L_x \approx 64$ с индексом $m = 2$ (рис. 6, *b*).

4. PIC-моделирование нелинейной динамики МВЧГ

Результаты моделирования динамики МВЧГ в рамках метода связанных волн могут быть дополнены прямым PIC-моделированием на основе кода CST. Здесь, как и в предшествующем разделе, будем ориентироваться на указанные выше параметры эксперимента [6], в котором генератор с полым цилиндрическим волноводом запитывался сильноточным магнитонаправляемым трубчатым РЭП. В соответствии с экспериментальным макетом замедляющая система задавалась в виде отрезка периодической структуры, элементарная ячейка которой представляла собой комбинацию прямоугольника и полуокружности. На катодном конце пространства взаимодействия был подобно [6] установлен отражатель. В выходной, коллекторной части генератора ставились „излучательные“ граничные условия, соответствующие полностью согласованной открытой системе. Анализировалась эволюция поля внутри пространства взаимодействия. Кроме того, в выходном сечении генератора полное поле раскладывалось по модам полого регулярного цилиндрического волновода и вычислялась величина мощности, переносимой каждой модой.

Рис. 7 иллюстрирует динамику генератора при периметре, который точно соответствует экспериментальному значению $r_0/\lambda = 1.3$ (полный ток 3 kA). Видно установление стационарного режима генерации на частоте ~ 8 GHz с выходной мощностью излучения 300 MW и КПД 20%, что хорошо согласуется с экспериментально измеренными величинами. В разложении выходного сигнала по модам регулярного цилиндрического волновода представлены азимутально-симметричные TM_{0n}-моды, формирующие поверхностную волну. Уровень азимутально-несимметричных мод в спектре излучения пренебрежимо мал. При этом указанный режим устойчив к изменению начальных условий для различных азимутальных мод.

В то же время моделирование показывает, что исследуемый вариант МВЧГ имеет значительные ограничения по возможности дальнейшего увеличения степени сверхразмерности. Если при сохранении погонной плотности тока и параметров замедляющей системы (т. е. при поддержании уровня надпороговости) увеличить радиус примерно в два раза до значений $r_0 \approx 2.6\,\lambda$ (полный ток 6 kA), то режим одночастотной генерации сохраняется, но наряду с азимутально-симметричными TM_{0n}-модами происходит возбуждение азимутально-несимметричных мод. На нелинейной стадии возникает самосинхронизация мод с различными азимутальными индексами. В результате формируется азимутально-несимметричное квазистационарное распределение поля, которое можно отнести к известным в теории автоколебательных систем диссипативным структурам [14]. На рис. 8 показана эволюция амплитуд азимутальных мод во времени и спектры, вычисленные на линейной и на нелинейной стадиях. На линейной стадии моды с различными азимутальными индексами стартуют на собственных частотах, а затем в стационарном режиме генерации переходят на частоту супермоды.

При дальнейшем увеличении степени сверхразмерности число азимутальных мод, возбуждаемых электрон-

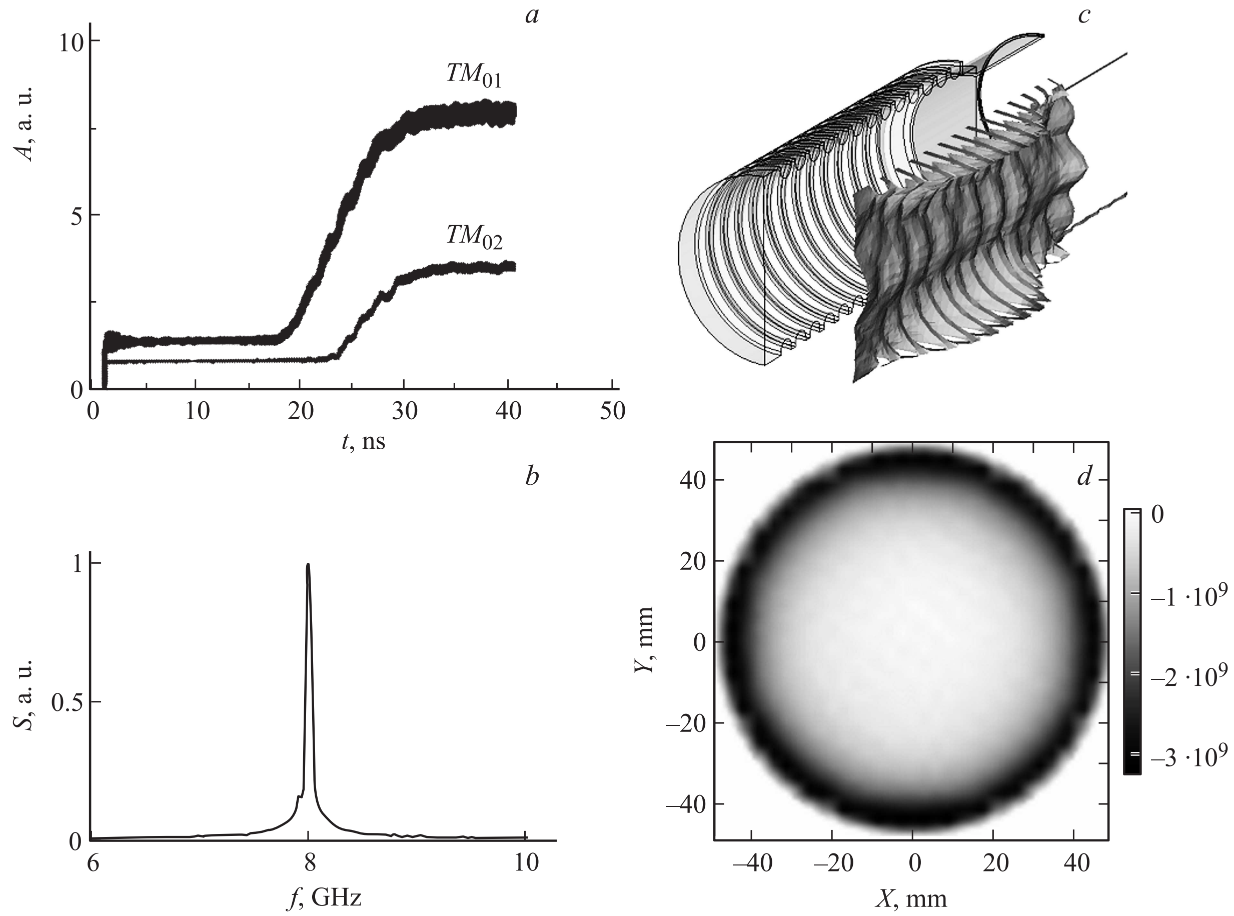


Рис. 7. PIC-моделирование МВЧГ, экспериментально реализованного в [6] ($I = 3\,\mathrm{kA}$, $U \approx 500\,\mathrm{kV}$, $l_z = 19\,\mathrm{cm}$, $2r_1 \approx 0.7\,\mathrm{cm}$, $R/\lambda \approx 1.3$). *a* — разложение выходного излучения по модам регулярного цилиндрического волновода (в стационарном режиме генерации поверхностная волна формируется азимутально-симметричными TM_{0n}-модами); *b* — спектр излучения, соответствующий одночастотному режиму генерации; *c, d* — пространственные структуры полей в различных сечениях.

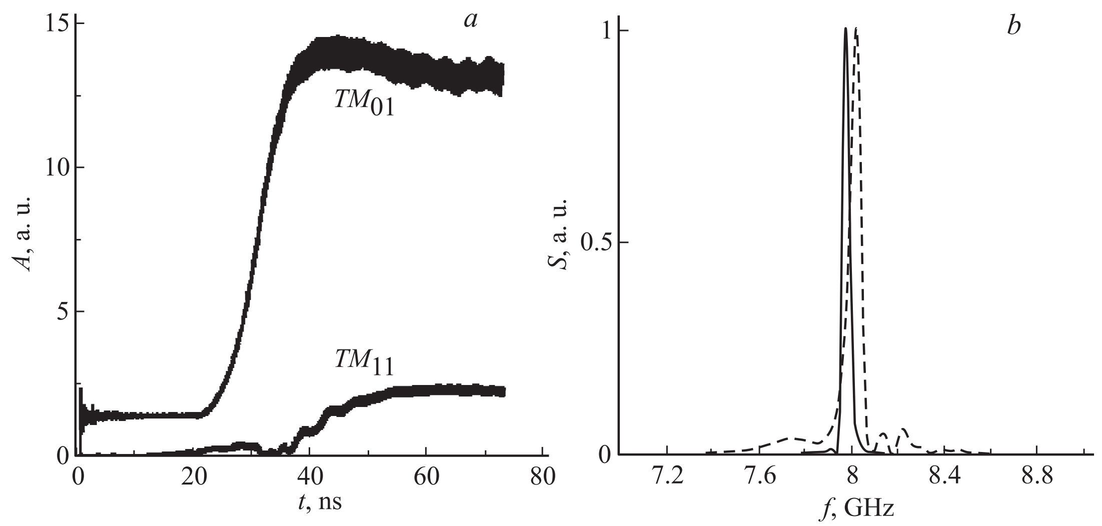


Рис. 8. PIC-моделирование МВЧГ при увеличении радиуса до $R/\lambda \approx 2.6$, но сохранении погонной плотности тока (полный ток $I = 6\,\mathrm{kA}$). *a* — временные зависимости амплитуд азимутально-симметричной TM_{01}- и азимутально-несимметричной TM_{11}-мод; *b* — спектр излучения при установлении режима одночастной генерации $t > 40\,\mathrm{ns}$ (спектр вычислен по H_φ-компоненте магнитного поля). Штрихами показан спектр, вычисленный для азимутально-несимметричной TM_{11}-моды на начальном этапе переходного процесса $t < 40\,\mathrm{ns}$. Указанная мода на начальном линейном этапе возбуждается на своей частоте, затем затухает (*a*), а далее нарастает вновь, но уже на частоте, совпадающей с частотой симметричных TM_{0n}-мод.

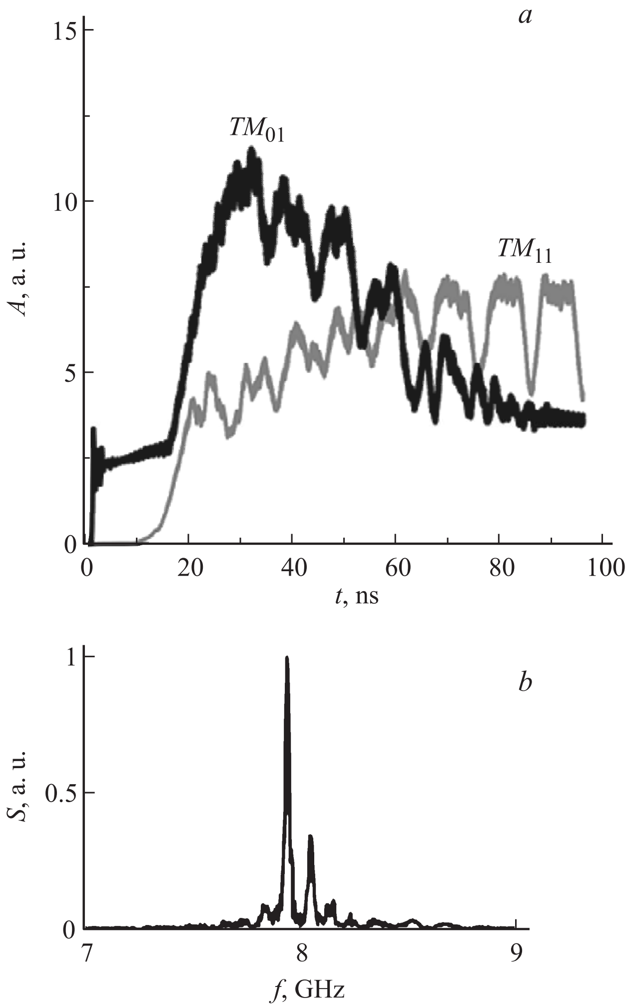


Рис. 9. PIC-моделирование МВЧГ при увеличении радиуса до $R/\lambda \approx 3.25$ (полный ток $I = 7.5\,\mathrm{kA}$). a — временные зависимости амплитуд различных азимутальных мод, b — спектр излучения в многочастотном режиме генерации.

ным потоком, растет, и при радиусе системы $r_0 \approx 3.5\,\lambda$ и полном токе 7.5 kA в моделировании наблюдались многочастотные режимы генерации (рис. 9). Однако, если при указанной сверхразмерности ток пучка уменьшался до 4 kA, т. е. имело место приближение к порогу генерации, то реализовался одночастотный режим на комбинации мод с различными азимутальными индексами — TM_{01}, TM_{11}, TM_{21}. При этом доминировали азимутально-несимметричные моды (рис. 10).

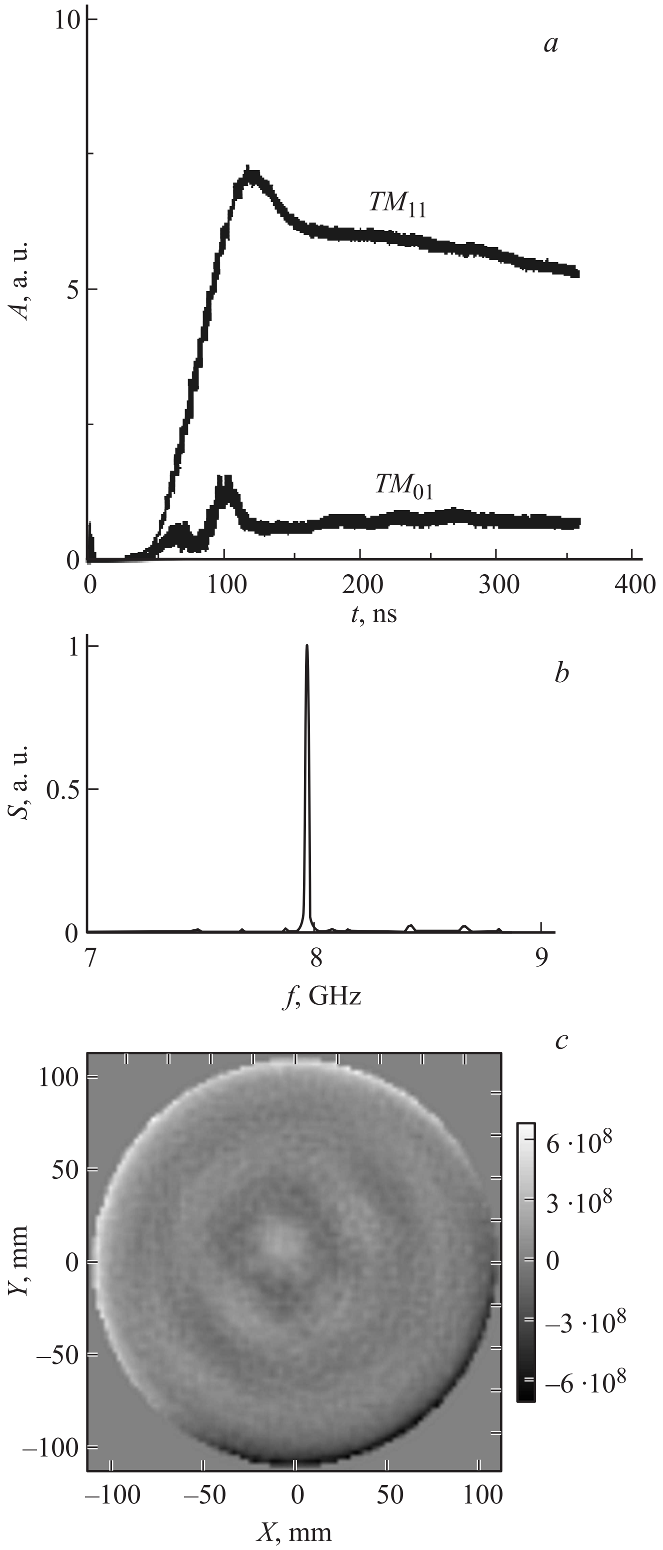


Рис. 10. PIC-моделирование МВЧГ при радиусе $R/\lambda \approx 3.25$, но токе пучка, уменьшенном до $I = 4\,\mathrm{kA}$. a — временные зависимости амплитуд различных азимутальных мод, b — спектр генерации, соответствующий режиму одночастотной генерации со взаимной синхронизацией мод, c — азимутально-неоднородная пространственная структура поля в сечении: $z = 9\,\mathrm{cm}$.

Заключение

Таким образом, в работе для описания генераторов поверхностной волны — МВЧГ коаксиальной и цилиндрической геометрии, запитываемых трубчатыми электронными пучками большого диаметра, развит квазиоптический подход. Сопоставление с результатами экспериментальных исследований, а также прямого PIC-моделирования показывает адекватность использования указанного подхода для анализа характеристик стационарных режимов генерации. В частности, как усредненный квазиоптический подход, так и PIC-моделирование демонстрируют установление одночастотного режима генерации при умеренной сверхразмерности (в условиях эксперимента [6] до $r_0/\lambda = 1.3$) с возбуждением азимутально-симметричной поверхностной моды. При увеличении степени сверхразмерности оба подхода показывают потерю устойчивости генерации на указанной моде. Однако если в рамках квазиоптического подхода реализуются одночастотные режимы генерации на модах с более высоким азимутальным индексом, то для PIC-моделирования более характерны режимы самосинхронизации различных азимутальных мод, в которых спектр генерации одночастотный, но тем менее распределение поля на выходе генератора имеет сложную азимутальную структуру.

В этой связи целесообразно отметить, что аналогичные проблемы хорошо известны в широкоаппертурных лазерах, где искажения (филаментацию) поля излучения, в частности, связывают с развитием самофокусировочной неустойчивости (см., например, [15]). Применительно к электронным генераторам эффективным методом обеспечения азимутальной однородности поля является использование двумерно-периодических структур коаксиальной и цилиндрической геометрии [16].

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 10-02-01395, гранта президента РФ № МК-5530.2011.2, а также Федеральной целевой программы „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009–2013 гг.

Список литературы

[1] *Бугаев С.П., Канавец В.И., Кошелев В.И., Черепенин В.А.* Релятивистские многоволновые СВЧ-генераторы. Новосибирск: Наука. 1991. 296 с.
[2] *Бугаев С.П., Канавец В.И., Климов А.И.* и др. // ДАН СССР. 1984. Т. 276. № 5. С. 1102–1104.
[3] *Бугаев С.П., Канавец В.И., Кошелев В.И.* и др. // Радиотехника и электроника. 1989. Т. 34. № 2. С. 400–408.
[4] *Bugaev S.P., Cherepenin V.A., Kanavets V.I.* et al. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1990. Vol. 18. P. 525–536.
[5] *Черепенин В.А.* // УФН. 2006. Т. 176. № 10. С. 1124–1130.
[6] *Vlasov A.N., Shkvarunets A.G., Rodgers J.S.* et al. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2000. Vol. 28. P. 235–245.
[7] *Bratman V.L., Denisov G.G., Ofitserov M.M.* et al. // IEEE Trans. Plasma Sci., 1987. Vol. 15. P. 2–15.
[8] *Urata J., Goldstein M., Kimmitt M.F.* et al. // Phys. Rev. Lett. 1998. Vol. 80. P. 516–520.
[9] *Shin Y.M., So J.K., Jang K.H.* et al. // Phys. Rev. Lett. 2007. Vol. 99. P. 147 402.
[10] *Гинзбург Н.С., Заславский В.Ю., Малкин А.М., Сергеев А.С.* // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37. Вып. 13. С. 31–39.
[11] *Ginzburg N.S., Malkin A.M., Sergeev A.S., Zaslavsky V.Yu.* // Appl. Phys. Lett. 2011. Vol. 99. P. 121 505.
[12] *Бастриков А.Н., Бугаев С.П., Киселев И.Н.* и др. // ЖТФ. 1988. Т. 55. Вып. 3. С. 483–487.
[13] *Каценеленбаум Б.З.* Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. М.: АН СССР, 1961. 218 с.
[14] *Николис Г., Пригожин И.* Самоорганизация в неравновесных системах: от диссипативных структур к упорядоченности через флуктуации. М.: Мир, 1979. 512 с.
[15] *Богатов А.П., Дракин А.Е., Стратоников А.А.* и др. // Квант. электрон. 2000. Т. 30. № 5. С. 401–405.
[16] *Гинзбург Н.С., Заславский В.Ю., Малкин А.М., Сергеев А.С.* // Письма в ЖТФ. 2012. Т. 38. Вып. 4. С. 66–71.