

03
К определению размеров кавитационной полости в воде за движущимся с высокой скоростью цилиндрическим телом

© С.В. Федоров, В.А. Велданов

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,
105005 Москва, Россия
e-mail: sm4@sm.bmstu.ru

(Поступило в Редакцию 10 января 2012 г.)

На основе численного моделирования в рамках двумерной осесимметричной задачи гидродинамики идеальной сжимаемой жидкости исследована динамика формирования кавитационной полости за движущимися в воде цилиндрическими телами с различной формой головной части при скоростях движения от 400 до 2000 м/с. С учетом результатов расчетов и экспериментальных данных предложена простая модель исследуемого процесса, базирующаяся на задаче об инерционном расширении сферической полости в идеальной несжимаемой жидкости. Показано, что захлопывание кавитационной полости при движении тела в жидкости с противодавлением может сопровождаться кумулятивными явлениями с формированием высокоскоростной струи жидкости, направленной вдогон тела.

При движении с высокой скоростью в воде за телом образуется кавитационная полость (каверна), определенные формы, размеров и динамики расширения которой имеет важное прикладное значение. За счет взаимодействия со стенками каверны элементов конструкции могут обеспечиваться устойчивость движения высокоскоростного подводного аппарата и управление им. Применение в таких аппаратах кавитаторов (специальных вынесенных вперед элементов конструкции для формирования каверны необходимых размеров) позволяет исключить взаимодействие с жидкостью основного модуля и снизить силу сопротивления [1].

В настоящей работе расчетно-теоретическим путем исследовалось формирование каверны за цилиндрическими осесимметричными абсолютно жесткими телами с различной формой головной части (плоский торец, конусы с различными углами раствора, полусфера) при их движении в воде без угла атаки с постоянной скоростью v_0 . Помимо формы головной части рассматривалось также влияние на параметры образующейся каверны скорости движения (в диапазоне от 400 до 2000 м/с) и противодавления p_e в жидкости (гидростатического давления при движении тела на достаточно большой глубине). Для верификации результатов расчетов использовались экспериментальные данные [2].

Наиболее полное описание поля течения жидкости для рассматриваемых условий движения можно получить на основе численного моделирования в рамках двумерной осесимметричной задачи гидродинамики [3]. В сформулированной задаче для воды использовалась модель идеальной сжимаемой жидкости с уравнением состояния в виде баротропной зависимости в форме Тэта [4,5]. Задача решалась в обращенной постановке: предполагалось, что цилиндрическое тело радиусом R_0 покоится, а на него натекает поток жидкости, имеющий на достаточно большом удалении от головной части тела скорость v_0 . На участке контакта головной части с жидкостью полагалась отсутствующей нормальная компонента вектора скорости частиц жидкости, на боковой

и тыльной границах расчетной области ставились граничные условия свободного вытекания жидкости [6], на поверхности образующейся каверны давление считалось нулевым. Система уравнений, описывающих течение жидкости при сформулированных условиях, интегрировалась численно с использованием вычислительного алгоритма, основанного на методе свободных лагранжевых точек [7,8].

Решение задачи получалось с использованием метода установления [6]. В начальный момент времени предполагалось, что тело начинает взаимодействовать со свободной поверхностью набегающего на него потока жидкости (в расчетах без учета противодавления). Расчет проводился до тех пор, пока жидкость не начинала вытекать через тыльную границу расчетной области и параметры потока (в том числе, и параметры образующейся при обтекании тела полости) не выходили на стационарный уровень. Протяженность расчетной области вдоль оси тела от вершины его головной части до тыльной границы (участок, на котором определялись параметры каверны), составляла $(16-18)R_0$.

Как показало численное моделирование, в системе отсчета, связанной с движущимся телом, форма образующейся за ним каверны (определяемая зависимостью радиуса r_c различных поперечных сечений от их осевой координаты z , отсчитываемой от вершины головной части) в отсутствие противодавления практически не зависит от скорости движения тела (рис. 1). Данный результат является достаточно очевидным — с увеличением скорости движения тела соответственно возрастает и скорость радиального „разбегания“ жидкости. Поэтому при фиксированном осевом смещении тела независимо от его скорости происходит одно и то же расширение сечений каверны, занимающих одинаковое положение относительно тела. Заслуживает дополнительного внимания тот факт, что отмеченное свойство независимости формы кавитационной полости от скорости движения тела в связанной с ним системе отсчета сохраняется

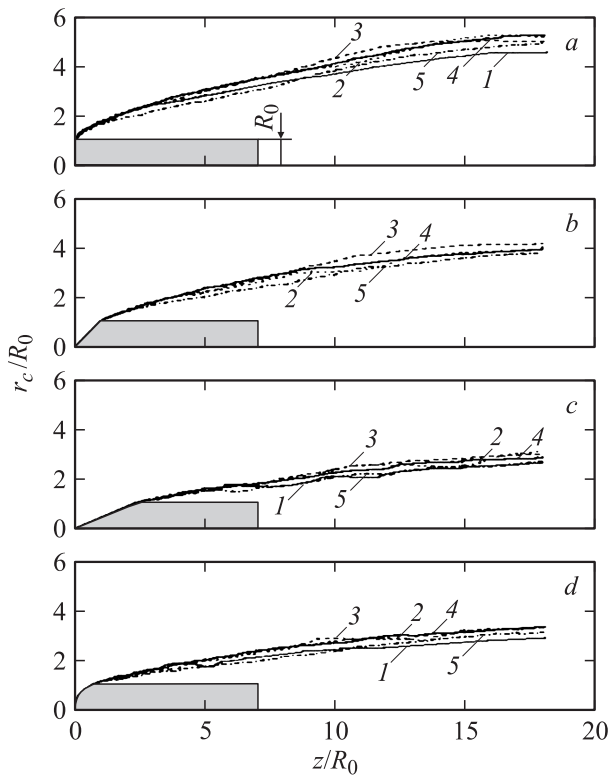


Рис. 1. Расчетная форма каверны в воде без противодействия при различных скоростях движения цилиндрических тел с различной формой головной части: *a* — плоский торец; *b* — конус с углом раствора 90°; *c* — конус с углом раствора 45°; *d* — полусфера (*1* — $v_0 = 400$, *2* — 800, *3* — 1200, *4* — 1600, *5* — 2000 м/с).

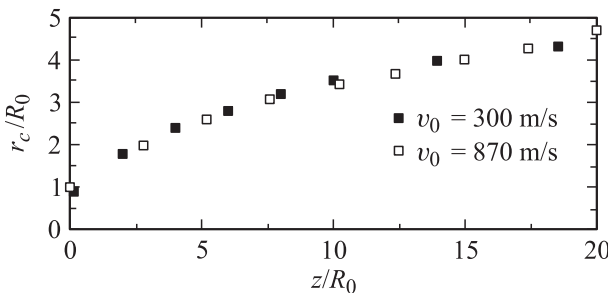


Рис. 2. Экспериментальные профили каверны в воде для цилиндра с плоским торцем.

не только при дозвуковых режимах движения (профили каверн на рис. 1, соответствующие скоростям тела 400, 800 и 1200 м/с), но и при переходе к сверхзвуковым режимам (профили каверн на рис. 1 при скоростях тела 1600 и 2000 м/с).

Результаты численного моделирования по форме каверны находятся в хорошем соответствии с экспериментальными данными. На рис. 2 показаны профили каверны в воде за цилиндром с плоским торцем при скоростях движения 300 и 870 м/с, полученные по результатам рентгенографических и оптических исследований [2].

Отклонения расчетных кривых для плоского торца на рис. 1, *a* от экспериментальных профилей не превышают 10%.

Следует отметить, что если для цилиндров с конической головной частью (рис. 1, *b, c*) отрыв потока от поверхности тела происходит в сечении основания конуса (где поперечное сечение имеет радиус R_0), то при численном моделировании обтекания полусферических головных частей (рис. 1, *d*) радиус, проведенный к точке отрыва потока от полусферы, составлял при различных скоростях угол 60–65° с осью тела (радиус поперечного сечения полусферы в данной точке равен примерно $0.9R_0$).

Анализ результатов численного моделирования в рамках двумерной осесимметричной задачи и экспериментальных данных по форме образующей за телом каверны показал, что они могут быть достаточно хорошо описаны с использованием простой модели инерционного расширения сферической полости в идеальной несжимаемой жидкости [5]. Исходной для данной модели является следующая формулировка. Рассмотрим сфери-

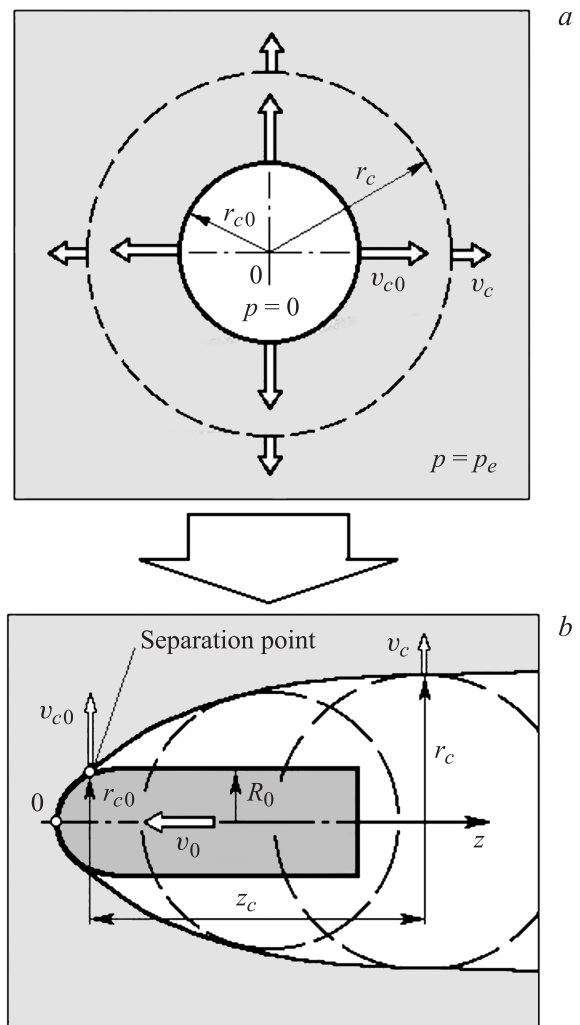


Рис. 3. Расчетная схема для простого определения параметров каверны.

ческую полость в идеальной несжимаемой жидкости с плотностью ρ_0 . В начальный момент времени полость имеет радиус r_{c0} и расширяется со скоростью движения границы v_{c0} (рис. 3, а). Давление в жидкости на достаточно большом удалении от полости равно p_e , давление в полости отсутствует.

Из уравнения неразрывности для несжимаемой среды получается радиальное распределение скорости v_r движения жидкости, окружающей полость, в виде

$$v_r = v_c \left(\frac{r_c}{r} \right)^2, \quad (1)$$

где r_c и $v_c = dr_c/dt$ — соответственно текущие радиус и скорость движения границы полости. Интегрируя уравнение сферически симметричного движения жидкости

$$\rho_0 \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r}$$

по радиальной координате r в пределах от r_c до ∞ с учетом соотношения (1) и значений давления p в жидкости при $r = r_c$ и $r \rightarrow \infty$, приходим к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка для текущего радиуса полости

$$\rho_0 \left[r_c \frac{d^2 r_c}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dr_c}{dt} \right)^2 \right] = - p_e,$$

которое после понижения порядка сводится к

$$\left(\frac{dr_c}{dt} \right)^2 = \left(\frac{r_{c0}}{r_c} \right)^3 \left(v_{c0}^2 + \frac{2}{3} \frac{p_e}{\rho_0} \right) - \frac{2}{3} \frac{p_e}{\rho_0}.$$

Вводя безразмерные радиус полости $r'_c = r_c/r_{c0}$ и время $t' = tv_{c0}/r_{c0}$, последнее соотношение перепишем в виде

$$\frac{dr'_c}{dt'} = \pm \sqrt{\frac{1 + \beta_1}{r'^3_c} - \beta_1}, \quad (2)$$

где знак „плюс“ соответствует стадии расширения полости, а знак „минус“ — стадии ее последующего захлопывания. Входящий в (2) безразмерный параметр β_1 зависит от величины противодавления p_e в жидкости и определяется как

$$\beta_1 = \frac{2}{3} \frac{p_e}{\rho_0 v_{c0}^2}.$$

Используя рассмотренную задачу о расширении в жидкости сферической полости для расчета формы образующейся за телом каверны, дополнительно примем следующие допущения [9]. Будем считать, что после отрыва потока от поверхности тела относительная скорость движения жидкости в осевом направлении равна скорости тела v_0 , а радиальное движение границы каверны в различных поперечных сечениях происходит так же, как при инерционном расширении сферической полости с начальным радиусом r_{c0} , соответствующим

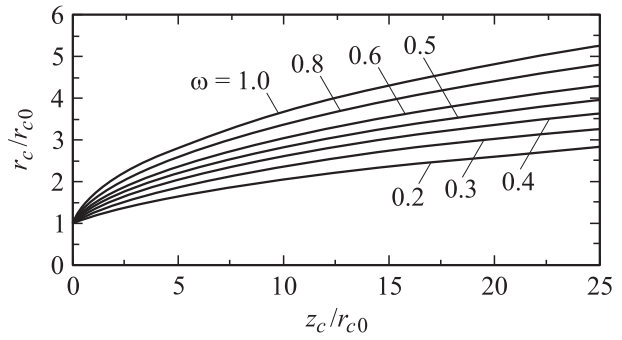


Рис. 4. Влияние на форму каверны в воде без противодавления радиальной скорости потока в точке отрыва от поверхности тела.

Значения параметра $\omega = v_{c0}/v_0$ для различных форм головной части цилиндра

ω	Плоский торец	Конус 90°	Полусфера	Конус 45°
	1	0.7	0.5	0.25

радиусу поперечного сечения тела в точке отрыва, и с начальной скоростью v_{c0} , соответствующей радиальной компоненте скорости частиц жидкости в точке отрыва (рис. 3, б). Описывая форму каверны в системе отсчета, связанной с движущимся телом, осевую координату z_c будем отсчитывать от сечения, в котором происходит отрыв потока от поверхности тела. Время эволюции каждого поперечного сечения каверны от момента начала его инерционного расширения при этом будет определяться как $t = z_c/v_0$. Переходя в уравнении (2) с учетом данной взаимосвязи от дифференцирования по t' к производной по $z'_c = z_c/r_{c0}$, получаем следующее дифференциальное соотношение, описывающее форму каверны:

$$\frac{dr'_c}{dz'_c} = \pm \sqrt{\frac{\omega^2 + \beta}{r'^3_c} - \beta}. \quad (3)$$

Входящий в него безразмерный параметр $\omega = v_{c0}/v_0$ определяется радиальной скоростью движения жидкости v_{c0} в точке отрыва (рис. 3, б), а параметр β составляет треть от соотношения противодавления p_e в жидкости и скоростного напора $\rho_0 v_0^2/2$:

$$\beta = \frac{2}{3} \frac{p_e}{\rho_0 v_0^2} = \beta_1 \omega^2.$$

Приравнявая (3) нулю, легко оценить максимальный радиус расширения каверны

$$r'_{c \max} = \sqrt[3]{\frac{\beta + \omega^2}{\beta}}. \quad (4)$$

В отсутствие противодавления ($\beta = 0$) каверна расширяется неограниченно. В этом случае уравнение (3) с

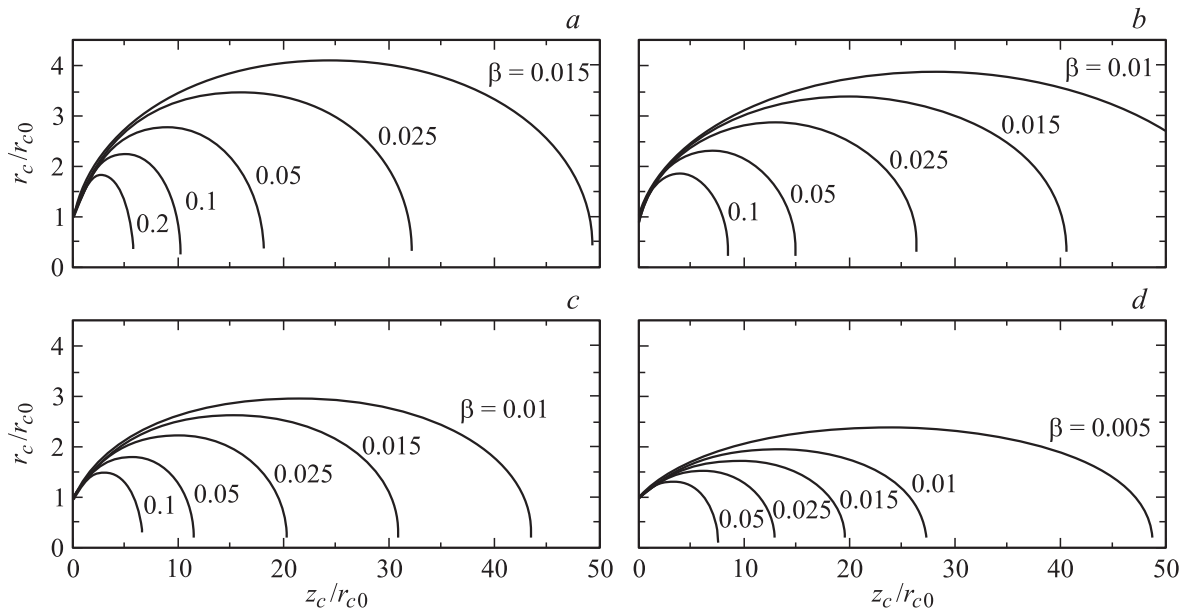


Рис. 5. Форма каверны в жидкости с противодавлением при различных значениях определяющих параметров: *a* — $\omega = 1$, *b* — 0.75, *c* — 0.5, *d* — 0.25.

начальным условием $r'_c(0) = 1$ может быть проинтегрировано до конца аналитически, и для формы каверны за телом получается степенная зависимость

$$r'_c = \left(1 + \frac{5}{2} \omega z'_c\right)^{2/5}.$$

На рис. 4 приведены профили каверны, рассчитанные на основании данной зависимости при различных значениях параметра ω . Величина ω определяется, очевидно, формой головной части тела. Анализ результатов двумерного численного моделирования по радиальной скорости жидкости в точке отрыва от поверхности тела дает для параметра ω значения, приведенные в таблице. Для цилиндра с плоским торцем $\omega = 1, 0$. Соответствующая данному значению ω кривая на рис. 4 очень мало отклоняется от профилей каверны, полученных в этом случае при численном моделировании (рис. 1, *a*) и в экспериментах (рис. 2). Таким образом, приведенная простая модель определения формы каверны вполне может быть использована для оценочных расчетов. При этом еще раз отметим, что для конических головных частей $r_{c0} = R_0$, а для полусферических — $r_{c0} \approx 0.9R_0$ (в отсутствие противодействия).

При движении тела на достаточно большой глубине, когда в жидкости существует противодействие p_e (определяемое гидростатическим давлением), под его действием происходит захлопывание каверны за телом. Практический интерес представляет максимальное расширение каверны и ее протяженность в направлении движения тела. Максимальный радиус каверны оценивается аналитически соотношением (4). Для определения формы каверны в жидкости с противодействием уравнение (3) интегрировалось численно. Результаты расчетов

формы каверны при различных значениях параметров β и ω представлены на рис. 5. На рис. 6 проиллюстрировано влияние этих параметров на длину кавитационной полости $z_{c \text{ lim}}$ (расстояние от сечения отрыва потока от поверхности тела до точки схлопывания каверны на оси симметрии). Как видно из рис. 6, практически значимое влияние противодействия в жидкости на параметры каверны начинает проявляться примерно при $\beta \geq 0.01$ (длина каверны при этом может сократиться до нескольких десятков радиусов тела в точке отрыва). При скорости движения тела $v_0 = 500 \text{ m/s}$ противодей-

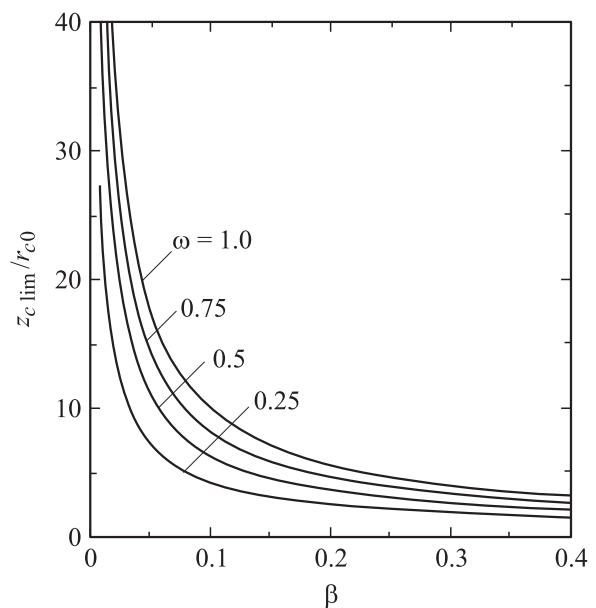


Рис. 6. Протяженность каверны за телом в жидкости с противодействием в зависимости от определяющих параметров.

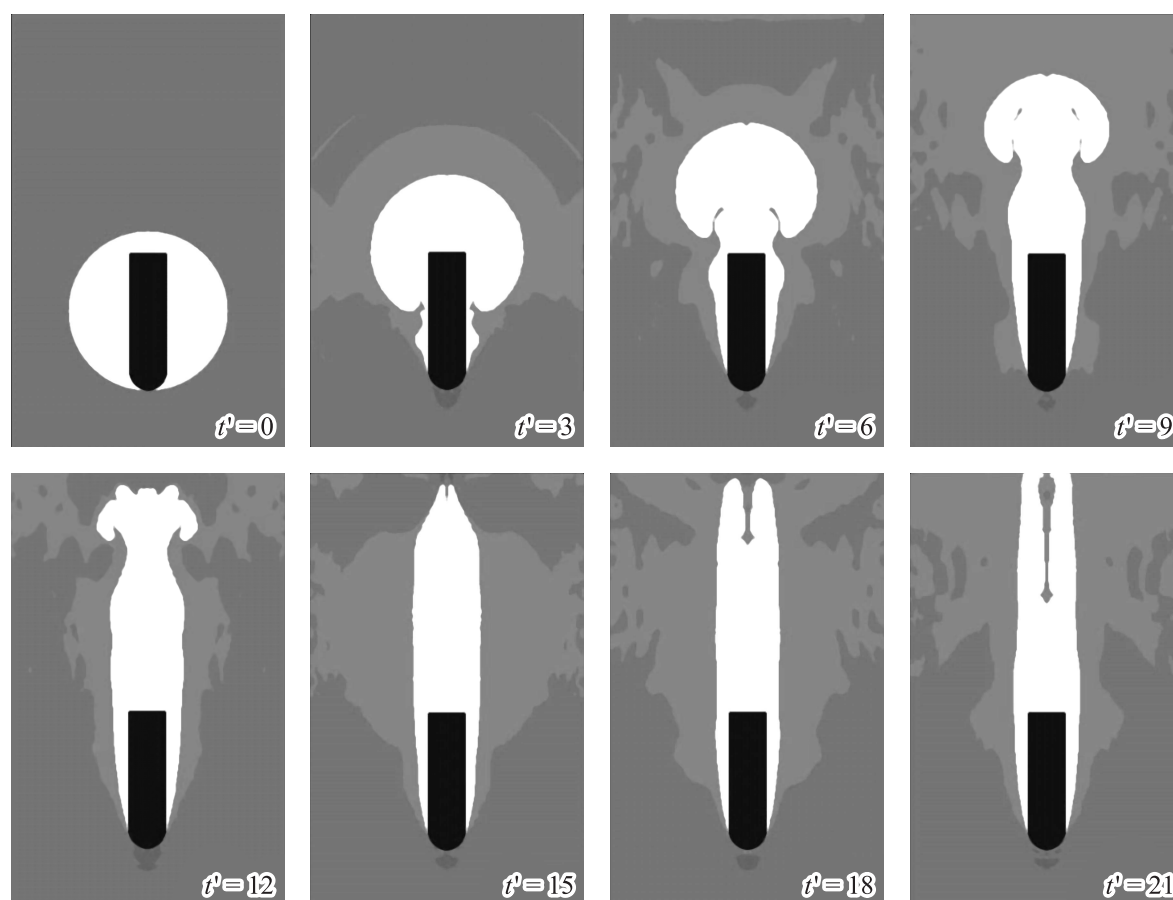


Рис. 7. Численное моделирование взаимодействия цилиндра с полусферической головной частью с водой при наличии противодействия.

ление, соответствующее данному значению β , составляет 3.75 МПа (гидростатическое давление такого уровня действует на глубине 375 м). При скоростях же движения $v_0 \leq 100$ м/с может оказаться необходимым уже учитывать давление в жидкости на уровне атмосферного (0.1 МПа).

Влияние противодействия на поле течения жидкости при движении тела рассматривалось также на основе численного моделирования в рамках двумерной осесимметричной задачи. Задача по-прежнему решалась в обращенной постановке. В начальный момент времени в жидкости с действующим в ней давлением p_e , движущейся со скоростью v_0 , задавалась сферическая полость, где размещалось неподвижное цилиндрическое тело. Давление в полости полагалось нулевым. На рис. 7 проиллюстрирована картина течения при движении цилиндра с полусферической головной частью в воде с противодействием, обеспечивающим значение параметра β на уровне 0.04 (приведены поля плотностей потока жидкости; указанное на кадрах безразмерное время определяется как $t' = tv_0/R_0$ и соответствует перемещению тела v_0t относительно своего начального положения, выраженному в радиусах тела R_0). Как видно из рис. 7, захлопывание каверны за телом может сопровождаться кумулятивными явлениями — формиро-

ванием высокоскоростной струи жидкости, движущейся вдоль оси симметрии вслед за телом. Очевидно, в определенных условиях импульсное воздействие такой струи на донную часть высокоскоростного подводного аппарата может представлять опасность для его конструкции, что необходимо иметь в виду при определении эксплуатационных нагрузок.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 11-08-01038-а).

Список литературы

- [1] Велданов В.А., Смирнов В.Е., Хаврошкин О.Б. // *Астрономический вестник*. 1999. Т. 33. № 5. С. 490–494.
- [2] Киселев Ю.Г., Копытов Г.Ф., Могилев В.А., Чепис Д.В. // *Сб. докл. II научн. конф. Волжского регионального центра РАН „Современные методы проектирования и отработки ракетно-артиллерийского вооружения“*. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2003. С. 234–238.
- [3] Лойцянский Л.Г. *Механика жидкости и газа*. М.: Наука, 1987.
- [4] Фомин В.М., Гулидов А.И., Сапожников Г.А. и др. *Высокоскоростное взаимодействие тел*. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999.

- [5] *Физика взрыва* / Под ред. Л.П. Орленко. Изд. 3-е, перераб. Т. 2. М.: Физматлит, 2002.
- [6] Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1982.
- [7] Орэн Э., Борис Дж. Численное моделирование реагирующих потоков. М.: Мир, 1990. (*Oran E., Boris J. Numerical Simulation of Reactive Flow*. NY: Elsevier, 1987.)
- [8] Велданов В.А., Марков В.А., Пусев В.И. и др. // *ЖТФ*. 2011. Т. 81. Вып. 7. С. 94–104.
- [9] Федоров С.В., Велданов В.А., Васюков В.И. // Сб. матер. III научн. конф. Волжского регионального центра РАН „Современные методы проектирования и отработки ракетно-артиллерийского вооружения“. В 2 томах. Саров: РЯЦ-ВНИИЭФ, 2004. Т. 2. С. 555–566.