

## Отрыв электронов от отрицательных ионов водорода и лития ультракоротким лазерным импульсом

© П.А. Головинский,<sup>1,2</sup> А.А. Дробышев<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Лаборатория физических исследований, Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, 394006 Воронеж, Россия

e-mail: golovinski@bk.ru

<sup>2</sup> Московский физико-технический институт (государственный университет), 141700 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 10 февраля 2012 г.)

Исследована модель отрыва электрона от отрицательных ионов, основанная на приближении мгновенного возмущения. Основное состояние слабосвязанного электрона выбрано в простой аналитической форме, которая воспроизводит радиальное распределение электронной плотности на всех расстояниях от центра иона. Получены вероятности отрыва электрона от отрицательных ионов водорода и лития как функции переданного импульса от лазерного поля. Оценен вклад в отрыв электронов внутренних оболочек ионов. Получено распределение электронов по импульсам в конечном состоянии. Рассмотрено влияние последовательных импульсов на полную вероятность отрыва в зависимости от их полярности. Выяснены условия частичного возвращения электрона в начальное состояние.

### Введение

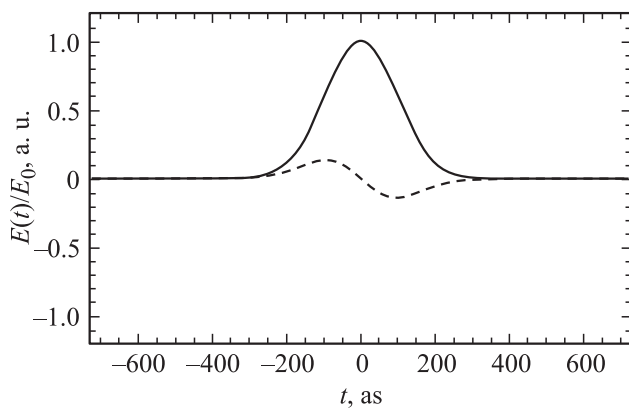
Развитие техники получения лазерных импульсов ультракороткой длительности и высокой интенсивности позволило получать поля с длительностью несколько фемтосекунд и сверхатомной интенсивностью  $I > 10^{17}$  W/cm<sup>2</sup> с напряженностью более  $5 \cdot 10^9$  V/cm [1]. В полях столь высокой интенсивности движение электрона становится свободным, и роль атомного потенциала сводится к возмущению движения электрона в поле световой волны атомным остатком [2]. Получаемые в таких лазерах импульсы характеризуются также зависимостью от начальной фазы [3], что позволяет управлять динамикой вызываемых ими нелинейных процессов в атомах и молекулах [4]. Эти свойства открывают широкие перспективы для тестирования лазерными импульсами различных атомных структур [5].

Теоретическое описание движения волнового пакета в поле сверхатомного светового поля рассмотрено в [6], а применение соответствующего подхода к описанию нелинейного рассеяния импульсов света на атомах реализовано в [7]. Предельное сжатие позволяет получать импульсы, длительность которых меньше характерного атомного времени. В этом случае взаимодействие электронов атома с лазерным полем может рассматриваться как мгновенный удар и описываться в приближении мгновенного возмущения [8,9]. В рамках этого приближения описаны как переходы в простейшем атоме водорода и атоме гелия [10–13], так и переходы в сложных атомах [14,15]. В рамках данного приближения рассмотрен также процесс отрыва электрона от отрицательного иона атома водорода [16]. Однако если в случае атома водорода волновые функции основного, возбужденного состояния и функции непрерывного спектра относятся к одному гамильтониану и являются взаимно ортого-

нальными, то для сложных атомов и отрицательных ионов решение задачи с точным гамильтонианом затруднительно и требует использования дополнительных приемов. Одним из вариантов построения самосопряженного базиса является применение приближения Хартри–Фока [17]. В случае отрицательных ионов стационарное приближение Хартри–Фока не воспроизводит волновые функции электронов во внешней оболочке, для которых необходимо учитывать корреляционные эффекты [18]. Возможно использование модельных гамильтонианов, например, приближения потенциала нулевого радиуса [19]. В этом случае ортогональность функций обеспечивается [16], но качество волновой функции основного состояния может оказаться весьма низким, что существенно исказит картину рассматриваемых процессов. Известно, что модель потенциала нулевого радиуса неверно описывает волновую функцию на малых расстояниях, но неплохо воспроизводит сечение фотоотрыва электрона от отрицательного иона атома водорода, поскольку в дипольном приближении матричные элементы перехода, вычисляемые в калибровке длины, наибольшим образом зависят от вклада в соответствующий интеграл функции на больших расстояниях от центра иона. Цель настоящей работы провести расчеты отрыва внешнего электрона от отрицательных ионов водорода и лития ультракоротким лазерным импульсом с более точными волновыми функциями.

### 1. Мгновенные возмущения для субцикловых импульсов

Особенностью предельно коротких импульсов является то, что их длительность сопоставима с одним колебанием поля, а распределение электрического поля за время импульса может быть сильно асимметричным.



**Рис. 1.** Форма лазерного импульса с гауссовой огибающей при начальной фазе  $\delta = 0$  (сплошная линия) и при  $\delta = \pi/2$  (штриховая линия).

Пусть отрыв электрона от отрицательного иона осуществляется импульсом гауссовой формы, в которых напряженность электрического поля меняется по закону

$$E(t) = E_0 \exp\left(-\frac{t^2}{\Delta t^2}\right) \cos(\omega t + \delta), \quad (1)$$

где  $\Delta t_p = \Delta t \sqrt{\pi}/2$ ,  $\delta$  — начальная фаза [20]. Для ультракоротких импульсов с напряженностью  $E > 10^9$  V/cm и длительностью

$$\Delta t_p \ll \frac{2\pi}{|\varepsilon|}, \quad (2)$$

где  $|\varepsilon|$  — энергия связи электрона в отрицательном ионе, получаем длительность субциклового фемтосекундного импульса  $\Delta t_p \leq 200$  as, и для описания нелинейного отрыва электрона таким импульсом можно воспользоваться приближением мгновенного возмущения [21]. Типичный вид лазерного импульса для  $\delta = 0$  и  $\delta = \pi/2$  показан на рис. 1.

В приближении мгновенного возмущения под действием лазерного импульса амплитуда перехода из начального состояния  $|i\rangle$  в конечное состояние  $|f\rangle$  дается формулой

$$a_{fi} = \langle f | \exp\left(-i \int_{-\infty}^{\infty} V(t) dt\right) | i \rangle, \quad (3)$$

где  $V(t)$  — оператор взаимодействия отрицательного иона с внешним лазерным полем. Если взаимодействие с лазерным полем выбрать в дипольном приближении, то

$$V(t) = \mathbf{E}(t) \sum_{j=1}^N \mathbf{r}_j, \quad (4)$$

где  $\mathbf{r}_j$  — радиусы-векторы активных электронов ( $j = 1, 2, \dots, N$ ),  $N$  — число активных электронов. Состояния  $|i\rangle$  и  $|f\rangle$  соответствуют невозмущенному гамильтониану отрицательного иона до или после воздействия импульса соответственно. Здесь необходимо уточнить, что

и дипольное приближение, и приближение мгновенного возмущения могут оказаться выполненными только для части электронов системы. При этом приближение мгновенного возмущения лучше всего выполняется для внешних электронов отрицательного иона, в то время как дипольное приближение становится более точным с переходом к более глубоким электронным оболочкам. Поэтому при использовании данного приближения следует ограничиться рассмотрением активных электронов, для которых справедливы одновременно оба приближения. Дальнейшее укорочение импульсов потребует применения выражения для взаимодействия  $V(t)$  с учетом эффекта запаздывания.

Для взаимодействия (4) амплитуда перехода принимает вид

$$a_{fi}(\mathbf{q}) = \langle f | \exp\left(-i\mathbf{q} \sum_{j=1}^N \mathbf{r}_j\right) | i \rangle, \quad (5)$$

где

$$\mathbf{q} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(t) dt \quad (6)$$

есть механический импульс, сообщаемый внешним полем свободному электрону за время действия всего лазерного импульса. Для импульса в виде (1)

$$\mathbf{q} = \mathbf{E}_0 \sqrt{\pi} \Delta t \exp\left(-\frac{\omega^2 \Delta t^2}{4}\right) \cos \delta. \quad (7)$$

В соответствии с (7) величина переданного импульса  $q$  может варьировать от нуля до максимальной величины путем изменения фазы  $\delta$ , определяющей степень асимметрии лазерного импульса.

Несмотря на полное формальное сходство выражения (5) с формулой, определяющей ионизацию атома при столкновении его ядра с нейтроном [8], физические условия применимости этих формул разнятся. При столкновении нейтрона с ядром переданный от нейтрона импульс должен обеспечивать передачу энергии, достаточной для ионизации электронов. При взаимодействии атомной системы с лазерным импульсом приближение мгновенного возмущения может быть справедливым и при очень малом переданном импульсе. Возможность отрыва электрона при этом сохраняется, поскольку в соответствии с формулой (2) в спектре лазерного импульса присутствуют частоты, обеспечивающие по меньшей мере простой однофотонный отрыв.

## 2. Отрыв электронов

Для проведения конкретных расчетов необходимо рациональным образом выбрать волновые функции электронов. Начальное состояние слабосвязанного  $s$ -электрона в отрицательных ионах атомов водорода и лития

удобно выбрать в виде

$$\psi_i(r) = \frac{B}{r} \sqrt{\frac{\gamma}{2\pi}} (\exp(-\gamma r) - \exp(-\beta r)), \quad (8)$$

$$B = \frac{\sqrt{\beta(\beta + \gamma)}}{\beta - \gamma}, \quad \varepsilon = -\frac{\gamma^2}{2},$$

где  $\gamma, \beta$  — параметры волновой функции слабосвязанного электрона. Для иона  $\text{H}^-$   $\gamma = 0.234$ ,  $\beta = 0.742$  ( $\varepsilon = -0.754 \text{ eV}$ ) а для иона  $\text{Li}^-$  параметры  $\gamma = 0.21$ ,  $\beta = 0.46$  ( $\varepsilon = -0.609 \text{ eV}$ ) [16,22]. Амплитуда вероятности для отрицательного иона остается в начальном состоянии может быть получена в виде

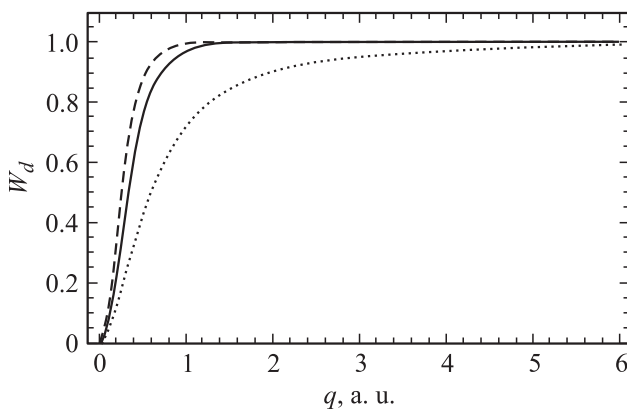
$$a_{ii}(\mathbf{q}) = \frac{2B^2\gamma}{q} \left( \arctan \frac{q}{2\gamma} + \arctan \frac{q}{2\beta} - 2 \arctan \frac{q}{\gamma + \beta} \right). \quad (9)$$

Вычисление соответствующих интегралов дано в [16,18]. Отметим, что формула (9) обладает правильной асимптотикой: при  $q \rightarrow 0$  амплитуда  $a_{fi}(\mathbf{q}) \rightarrow 0$ . Соответствующая вероятность отрыва внешнего электрона есть

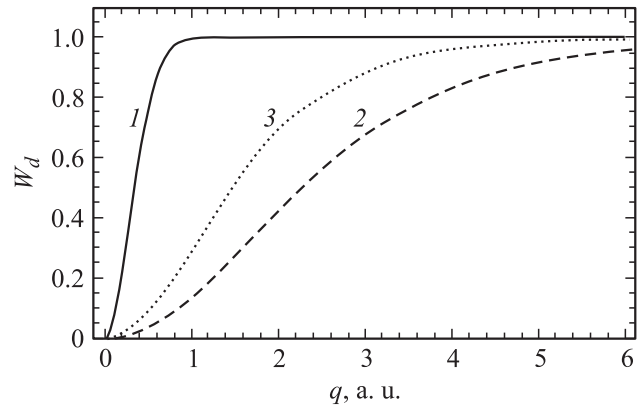
$$W_d = 1 - |a_{ii}|^2. \quad (10)$$

Результаты расчетов отрыва электрона как функции переданного импульса для ионов  $\text{H}^-$  и  $\text{Li}^-$  приведены на рис. 2.

Сравнение расчетов показывает, что отрыв электрона от отрицательного иона лития эффективно происходит при меньших значениях переданного импульса по сравнению с ионом водорода. Это отражает тот простой факт, что энергия связи электрона в отрицательном ионе лития меньше, чем энергия связи в атоме водорода. Сравнение с результатами, полученными в модели короткодействующего потенциала, демонстрирует, что эта модель теряет точность с ростом переданного импульса, и отрыв проявляется при больших его значениях.



**Рис. 2.** Зависимость вероятности отрыва внешнего электрона от отрицательного иона как функция переданного импульса  $q$ : штриховая кривая —  $\text{Li}^-$ , сплошная кривая —  $\text{H}^-$ , точками показан расчет, выполненный для  $\text{H}^-$  в модели короткодействующего потенциала [16].



**Рис. 3.** Зависимость вероятности отрыва внутренних электронов от отрицательных ионов, как функция переданного импульса  $q$ : 1 и 2 — электроны внутренних оболочек  $\text{Li}^-$ , 3 — внутренний электрон  $\text{H}^-$ .

В сильном световом поле может происходить также отрыв внутренних электронов. Для расчета отрыва внутренних электронов необходимо вычислить соответствующие формфакторы. Для атома водорода формфактор хорошо известен и равен [8]

$$a_{ii}(\mathbf{q}) = (1 + q^2/4)^{-2}. \quad (11)$$

В атоме лития имеются три  $s$ -электрона, волновые функции которых можно представить в виде суммы слэтеровских орбиталей [23]

$$\psi_i(r) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_j C_j N_j r^{n_j-1} \exp(-\xi_j r). \quad (12)$$

Параметры  $C_j, N_j, \xi_j$  приведены в [24]. Соответствующие формфакторы имеют вид

$$a_{ii}(\mathbf{q}) = \sum_{jj_1} C_j C_{j_1} N_j N_{j_1} I_{jj_1}, \quad (13)$$

где

$$I_{jj_1} = \int r^{n_j+n_{j_1}-2} \exp(-(\xi_j + \xi_{j_1})r) \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}) dr. \quad (14)$$

Аналитический расчет данного интеграла приведен в Приложении.

На рис. 3 показаны вероятности отрыва внутренних электронов отрицательных ионов  $\text{H}^-$  и  $\text{Li}^-$ .

Особый интерес полученные зависимости вероятности отрыва электрона от переданного импульса представляют тем, что в соответствии с формулой (10) их экспериментальное измерение позволяет восстановить электронные формфакторы, т.е. непосредственно из эксперимента получить распределение электронной плотности в импульсном пространстве. Это открывает возможность развития нового вида микроскопии электронных оболочек. Отметим, что в настоящее время разрабатываются различные варианты использования

фемто- и аттосекундных импульсов для изучения структуры атомов и молекул [25], и данный метод может служить полезным к ним дополнением.

### 3. Распределение электронов по конечным импульсам

Рассмотрим распределение электронов, вырванных полем из отрицательного иона, по импульсам в конечном состоянии. Амплитуда перехода в конечное состояние с импульсом  $\mathbf{p}$  в рамках приближения мгновенного возмущения рассчитывается по формуле

$$a_{\mathbf{p}i}(\mathbf{q}) = \langle \mathbf{p} | \exp\left(-i\mathbf{q} \sum_{j=1}^N \mathbf{r}_j\right) | i \rangle. \quad (15)$$

Волновые функции непрерывного спектра нормированы условием

$$\langle \mathbf{p} | \mathbf{p}_1 \rangle = \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_1). \quad (16)$$

Соответствующее распределение вероятности отрыва электрона по импульсам в конечном состоянии с учетом плотности состояний можно записать в виде тройной дифференциальной вероятности

$$\frac{d^3 W_{\mathbf{p}}}{p^2 dp \sin \theta d\theta d\varphi} = |a_{\mathbf{p}i}|^2. \quad (17)$$

Для расчета формфактора  $a_{\mathbf{p}i}$  выберем конечное состояние в виде ортогонализованной плоской волны

$$\langle \mathbf{r} | \mathbf{p} \rangle = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \exp(i\mathbf{p}\mathbf{r}) - \psi_i(\mathbf{p})\psi_i(r). \quad (18)$$

Такой базис широко применяется при расчетах структуры твердых тел [26] и обеспечивает обнуление формфактора (15) при малых переданных импульсах. Соответственно

$$a_{\mathbf{p}i} = \psi_i(\mathbf{p} + \mathbf{q}) - a_{ii}(\mathbf{q})\psi_i(\mathbf{p}), \quad (19)$$

где фурье-образ основного состояния отрицательного иона

$$\psi_i(\mathbf{p}) = \frac{B\sqrt{\gamma}}{\pi} \left( \frac{1}{\gamma^2 + (\mathbf{p})^2} - \frac{1}{\beta^2 + (\mathbf{p})^2} \right). \quad (20)$$

В силу сферической симметрии начального состояния распределение по импульсам не зависит от азимутального угла  $\varphi$ , а зависит только от угла  $\theta$  между векторами  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{q}$ . Кроме того, удобно перейти в импульсном пространстве в цилиндрическую систему координат, в которой  $k_\rho = k \sin \theta$ ,  $k^2 dk \sin \theta d\theta d\varphi = k_\rho dk_\rho k_z dk_z d\varphi$ . Тогда получаем двойное дифференциальное сечение в виде

$$\frac{d^2 W_{\mathbf{p}}}{k_\rho dk_\rho k_z dk_z} = 2\pi \frac{d^3 W_{\mathbf{p}}}{p^2 dp \sin \theta d\theta d\varphi}. \quad (21)$$

На рис. 4 показаны распределения (21) для  $\text{H}^-$  при  $q/\gamma = 0.5, 5, 10$ .

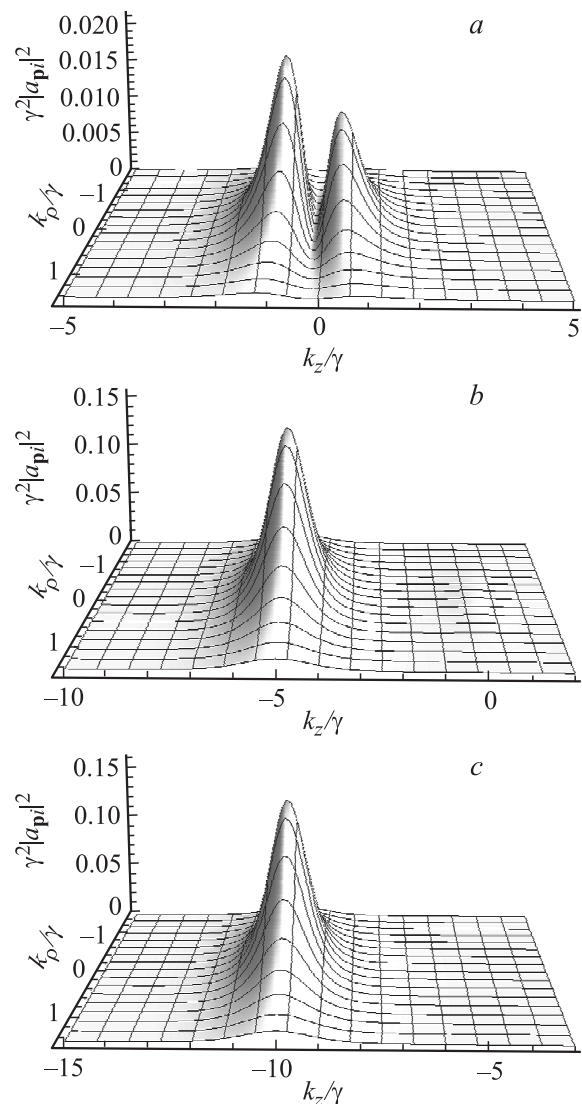


Рис. 4. Распределение вылетевших электронов по импульсам для  $\text{H}^-$ ,  $a$  — при  $q/\gamma = 0.5$ ,  $b$  —  $q/\gamma = 5$ ,  $c$  —  $q/\gamma = 10$ . Все величины приведены в а.е.

Из рисунка видно, что при большом переданном импульсе распределение для отрицательного иона водорода все больше вытягивается в направлении этого импульса. Это характерно и для распределения по импульсам электронов, вылетевших из отрицательного иона лития.

### 4. Фотоотрыв электрона последовательностью ультракоротких импульсов

В приближении мгновенного возмущения конкретная форма импульса не имеет значения, а результат взаимодействия поля с атомом определяется только величиной переданного импульса в определенный момент времени. Ультракороткие импульсы могут генерировать как отдельные или как некоторая последовательность,

поэтому целесообразно рассмотреть последовательность импульсов с интервалами  $T$ , описываемую выражением

$$\mathbf{E}(t) = \sum_{k=1}^K \mathbf{q}_k \delta(t - kT), \quad (22)$$

где  $\mathbf{E}_k(t) = \mathbf{q}_k \delta(t - kT)$  — эффективное поле, создаваемое отдельным импульсом в момент времени  $t = kT$ . Между последовательными импульсами движение электрона определяется оператором эволюции (сдвига по времени)

$$S(t) = \exp(-iHt), \quad (23)$$

где  $H$  — невозмущенный гамильтониан системы. Таким образом, амплитуда перехода электрона в конечное состояние после действия  $K$  импульсов может быть записана в виде

$$a_{fi} = \langle f | \exp(-i\mathbf{q}_K \mathbf{r}) \exp(-iHT) \exp(-i\mathbf{q}_{K-1} \mathbf{r}) \dots \exp(-iHT) \exp(-i\mathbf{q}_1 \mathbf{r}) | i \rangle. \quad (24)$$

Распространение собственной функции  $\psi_n$  оператора  $H$  сводится к умножению этой функции на временной множитель  $\exp(-iE_n T)$ . Действие каждого оператора сдвига в пространстве  $\exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r})$  переводит предшествующую взаимодействию волновую функцию в новую суперпозицию. Для дальнейшего преобразования амплитуды (24) к более удобному для вычислений виду удобно вставить после каждого оператора сдвига единичный оператор

$$I = \sum_n |n\rangle \langle n|. \quad (25)$$

Тогда последовательное действие оператора сдвига в пространстве и оператора сдвига по времени на волновую функцию  $\psi$  может быть записана в виде

$$|\psi'\rangle = \sum_n \exp(-iE_n T) |n\rangle \langle n | \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}) | \psi \rangle. \quad (26)$$

Формула (26) задает последовательность вычислений амплитуды (24) для произвольного количества импульсов. Следует отметить, что при практическом применении уравнения (26) учет действия каждого последующего импульса требует суммирования по полному набору промежуточных состояний.

Рассмотрим далее влияние на отрыв электрона действия двух последовательных импульсов. Соответствующий процесс описывается амплитудой

$$a_{fi}(\mathbf{q}_2, \mathbf{q}_1) = \langle f | \exp(-i\mathbf{q}_2 \mathbf{r}) \exp(-iHT) \exp(-i\mathbf{q}_1 \mathbf{r}) | i \rangle. \quad (27)$$

Учтем, что для рассматриваемых нами отрицательных ионов имеется одно слабо связанное состояние  $|i\rangle$  и набор состояний непрерывного спектра с разными импульсами. С учетом такого разделения состояний

выражение (26) примет вид

$$|\psi'\rangle = \exp(-iE_i T) |i\rangle \langle i | \exp(-i\mathbf{q}_1 \mathbf{r}) | i \rangle + \int \exp(-ip^2 T/2) | \mathbf{p} \rangle \langle \mathbf{p} | \exp(-i\mathbf{q}_1 \mathbf{r}) | i \rangle d\mathbf{p}. \quad (28)$$

Амплитуда сохранения исходного состояния  $|i\rangle$  отрицательного иона после действия второго импульса принимает вид

$$\langle i | \exp(-i\mathbf{q}_2 \mathbf{r}) | \psi' \rangle = \exp(-iE_i T) \langle i | \exp(-i\mathbf{q}_2 \mathbf{r}) | i \rangle \langle i | \exp(-i\mathbf{q}_1 \mathbf{r}) | i \rangle + \int \exp(-ip^2/2) \langle i | \exp(-i\mathbf{q}_2 \mathbf{r}) | \mathbf{p} \rangle \langle \mathbf{p} | \exp(-i\mathbf{q}_1 \mathbf{r}) | i \rangle d\mathbf{p}. \quad (29)$$

С учетом использованных ранее обозначений можно записать это выражение как

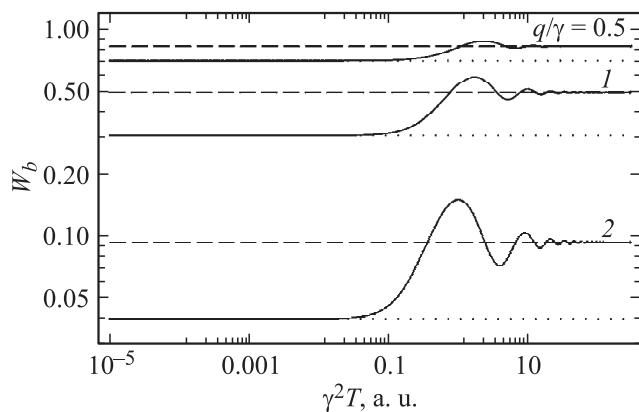
$$a_{ii}(\mathbf{q}_2, \mathbf{q}_1) = \exp(-iE_i T) a_{ii}(\mathbf{q}_2) a_{ii}(\mathbf{q}_1) + \int \exp(-ip^2 T/2) a_{pi}^*(-\mathbf{q}_2) a_{pi}(\mathbf{q}_1) d\mathbf{p}. \quad (30)$$

Несложно убедиться, что при  $T \rightarrow 0$  выражение имеет правильную асимптотику  $a_{ii}(\mathbf{q}_2, \mathbf{q}_1) \rightarrow \langle i | \exp(-i(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2)) | i \rangle$ , т.е. импульсы сливаются и действуют как один импульс с общей величиной  $\mathbf{q} = \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2$ . Для получения окончательного результата необходимо подставить конкретные выражения для входящих в формулу (30) амплитуд, используя (9), (19) и (20), и вычислить интеграл по промежуточному импульсу. Соответствующие аналитические результаты имеют простой, но громоздкий вид, и мы их не приводим.

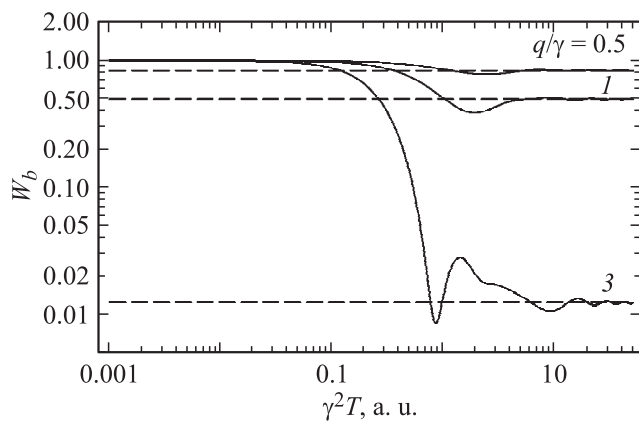
Рассмотрим два наиболее интересных случая, когда последовательные переданные импульсы направлены в одну сторону ( $\mathbf{q} = \mathbf{q}_1 = \mathbf{q}_2$ ) и когда они направлены противоположно ( $\mathbf{q} = \mathbf{q}_1 = -\mathbf{q}_2$ ). В первом случае интересно выяснить, насколько задержка между импульсами влияет на полную вероятность отрыва электрона. Во втором случае появляется возможность прояснить вопрос о возможности возврата электрона в исходное состояние вторым противоположно направленным импульсом.

Результаты расчетов отрыва электрона последовательными импульсами одной полярности направления показаны на рис. 5.

На рис. 6 показана временная зависимость полной вероятности возврата внешнего электрона иона  $\text{H}^-$  в исходное состояние под действием двух последовательных импульсов противоположной полярности. В случае  $q/\gamma = 3$  для значений  $\gamma^2 T$ , меньших 0.1, вероятность близка к единице. При  $\gamma^2 T = 0.5$  вероятность возврата электрона уменьшается на порядок, что говорит о преобладании вероятности ионизации. Для больших значений интервалов между импульсами вероятность возврата



**Рис. 5.** Зависимость вероятности остаться в ионе под действием двух последовательных импульсов от времени задержки  $\gamma^2 T$  для внешнего электрона  $\text{H}^-$ . Штрихи — асимптотика  $|a_{ii}(q)|^4$ , точки — асимптотика  $|a_{ii}(2q)|^2$ .



**Рис. 6.** Зависимость вероятности остаться в ионе для электрона  $\text{H}^-$  под действием двух последовательных импульсов, направленных в противоположные стороны, от времени задержки  $\gamma^2 T$ . Штрихи — асимптотика  $|a_{ii}(q)|^4$ .

электрона вторым импульсом стремится к нулю, и мы имеем асимптотику

$$W_b \approx |a_{ii}(q)|^4.$$

Это означает, что при достаточно больших значениях  $T$  волновой пакет, представляющий электрон после действия первого импульса, на момент действия второго импульса сильно расплывается, и возврат электрона обратным импульсом становится невозможным.

Для значений, переданных электронам энергий от лазерных импульсов, близких к энергии связи в отрицательном ионе, интервал между импульсами, при котором вероятность для электрона остаться в ионе  $\text{H}^-$  составляет  $W_b = 0.35$ , равен 0.88 fs, что соответствует длине волны лазерного поля  $\lambda = 265.05$  nm в ультрафиолетовом диапазоне. При той же длине волны вероятность  $W_b$  для иона  $\text{Li}^-$  достигает значения 0.25. При увеличении интервала между импульсами, соответствующему уменьшению частоты поля, вероятность

электрона остаться в ионе стремится к асимптотике  $|a_{ii}(q)|^4$ , значение которой при больших переданных импульсах становится исчезающе малым.

## Заключение

Проведенные авторами вычисления показывают, что вероятность отрыва электрона от отрицательного иона чувствительна к точному виду волновой функции связанного электрона. Измерение вероятности отрыва электрона ультракоротким лазерным импульсом может быть инструментом для восстановления распределения электронной плотности начального состояния в импульсном представлении. Варьируемым параметром при этом служит переданный импульс, который можно менять путем изменения энергии лазерного импульса при сохранении его длительности. Исследование динамики возврата электрона в исходное связанное состояние до ионизации под действием двух последовательных импульсов противоположной полярности показало, что этот процесс возможен для интервалов времени, соответствующих частотам в области близкого ультрафиолета. В то же время большинство экспериментов по нелинейному отрыву электронов от атомов и ионов и генерации при этом высоких гармоник исходного лазерного излучения осуществляется с использованием титан-сапфировых лазеров с несущей длиной излучения  $\sim 800$  nm. Это делает возможность возврата вылетевшего электрона в основное состояние маловероятным из-за значительного расплывания волнового пакета. Таким образом, необходимо более осторожно относиться к популярной квазистатической модели генерации высоких гармоник Коркума [27], основанной на комбинировании механизма туннельной ионизации, характерной для действия низкочастотного лазерного излучения, и спонтанного излучения электрона в процессе его перерассеяния при возврате к исходному центру, поскольку области реализации используемых в ней эффектов отличаются по частоте. Это не снижает эвристической полезности данной модели как некоторой полуфеноменологической картины, придающей определенную наглядность сложному процессу нелинейной генерации высоких гармоник, но требует развития также более точных и последовательных моделей [28].

## Приложение

Интеграл (14) может быть записан следующим образом:

$$\begin{aligned} I_{j_1} &= \int r^{n_j+n_{j_1}-2} \exp(-(\xi_j + \xi_{j_1})r) \exp(-i\mathbf{q}r) dr \\ &= 2\pi \int_0^\infty \int_{-1}^1 r^{n_j+n_{j_1}} \exp(-(\xi_j + \xi_{j_1})r) \\ &\quad \times \exp(-iqr \cos \theta) \sin \theta d\theta dr. \end{aligned}$$

Произведя замену переменной  $x = \cos \theta$  и используя формулы Эйлера, находим

$$I_{jj_1} = \frac{4\pi}{q} \int_0^\infty r^{n_j+n_{j_1}-1} \exp(-(\xi_j + \xi_{j_1})r) \sin(qr) dr$$

$$= \frac{4\pi}{q} (\xi_j + \xi_{j_1})^{-(n_j+n_{j_1})} \sin\left((n_j + n_{j_1}) \operatorname{arctg}\left(\frac{q}{\xi_j + \xi_{j_1}}\right)\right)$$

$$\times \Gamma(n_j + n_{j_1}) \left(1 + \frac{q^2}{(\xi_j + \xi_{j_1})^2}\right)^{-(n_j+n_{j_1})/2},$$

где  $\Gamma(x)$  — гамма-функция [29].

## Список литературы

- [1] *Brabec T., Krausz F.* // Rev. Mod. Phys. 2000. Vol. 72. P. 545–591.
- [2] *Головинский П.А., Михайлов Е.М., Преображенский М.А.* // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. Вып. 6. С. 48–55.
- [3] *Wittmann T., Horvath B., Helml W., Schätzel M.G., Gu X., Cavalieri A.L., Paulus G.G., Kienberger R.* // Nature Phys. 2009. Vol. 5. P. 357–362.
- [4] *Krausz F., Ivanov M.* // Rev. Mod. Phys. 2009. Vol. 81. P. 163–234.
- [5] *Corkum P.B., Krausz F.* // Nature Phys. 2007. Vol. 3. P. 381–387.
- [6] *Golovinski P.A.* // Laser Phys. 1993. Vol. 3. P. 280–284.
- [7] *Головинский П.А., Михайлов Е.М.* // ЖТФ. 2011. Т. 81. Вып. 4. С. 1–6.
- [8] *Мигдал А.Б.* Качественные методы в квантовой теории. М.: Наука, 1975. 336 с.
- [9] *Дыхне А.М., Юдин Г.Л.* Внезапные возмущения. М.: УФН, 1996. 428 с.
- [10] *Lugovskoy A.V., Bray I.* // Phys. Rev. A. 2005. Vol. 72. P. 063 402(9).
- [11] *Матвеев В.И.* // Письма в ЖТФ. 2002. Т. 28. Вып. 20. С. 80–86.
- [12] *Матвеев В.И.* // ЖТФ. 2003. Т. 73. Вып. 6. С. 17–20.
- [13] *Матвеев В.И.* // ЖЭТФ. 2003. Т. 124. Вып. 5. С. 1023–1029.
- [14] *Матвеев В.И.* // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 12. С. 21–25.
- [15] *Матвеев В.И.* // ЖЭТФ. 2005. Т. 127. Вып. 6. С. 1187–1194.
- [16] *Grozhdanov N.P., Jac'ovic' J.* // Phys. Rev. 2009. Vol. 79. P. 013 413(9).
- [17] *Ivanov V.K.* // Rad. Phys. Chem. 2004. Vol. 70. P. 345–370.
- [18] *Jose J., Pradhan G.B., Radojević V., Manson S.T., Deshmukh P.C.* // Phys. Rev. A. 2011. Vol. 83. P. 053 419(7).
- [19] *Демков Ю.Н., Островский В.Н.* Метод потенциалов нулевого радиуса в атомной физике. Л.: Изд-во ЛГУ, 1975. 240 с.
- [20] *Astapenko V.A.* // Phys. Lett. A. 2010. Vol. 374. P. 1585–1590.
- [21] *Lugovskoy A., Bray I.* // Phys. Rev. A. 2008. Vol. 77. P. 023 420(8).
- [22] *Головинский П.А., Зон Б.А.* // Опт. и спектр. 1978. Т. 45. Вып. 5. С. 854–857.
- [23] *Каминский А.К.* // Краткие сообщения ОИЯИ. 1997. № 1. С. 65–74.
- [24] *Радциг А.А., Смирнов Б.М.* Справочник по атомной и молекулярной физике. М.: Атомиздат, 1980. С. 52.
- [25] *Kienberger R., Krausz F.* // Phys. Scripta. 2004. Vol. T.110. P. 32–38.
- [26] *Pickett W.E.* // Comp. Phys. Reports. 1989. Vol. 9. P. 115–198.
- [27] *Corkum P.B.* // Phys. Rev. Lett. 1993. Vol. 71. P. 1994–1997.
- [28] *Frolov M.V., Manakov N.L., Sarantseva T.S. et al.* // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 2009. Vol. 42. P. 035 601.
- [29] *Справочник по специальным функциям / Под ред. М.Абрамовица, И. Стиган. М.: Наука, 1979. 832 с.*