

04

Влияние радиального профиля обратного плазменного тока на динамику резистивной шланговой неустойчивости релятивистского электронного пучка, распространяющегося в плотной газоплазменной среде

© А.С. Мануйлов

Санкт-Петербургский государственный университет, Математико-механический факультет,
Научно-исследовательский институт математики и механики им. В.И. Смирнова,
198504 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: man06@mail.ru

(Поступило в Редакцию 3 мая 2012 г.)

Исследована задача о влиянии обратного плазменного тока с характерным радиусом, отличным от соответствующего радиуса плотности тока релятивистского электронного пучка, на динамику резистивной шланговой неустойчивости пучка. Для указанного случая получены уравнения для линейной стадии развития неустойчивости. Показано, что в случае более широкого в радиальном направлении (по сравнению с пучком) обратного плазменного тока имеет место заметное ослабление резистивной шланговой неустойчивости.

Введение

В последнее время внимание исследователей все больше привлекают вопросы распространения релятивистских электронных пучков (РЭП) в газоплазменных средах [1–14]. Особый интерес в комплексе проблем, связанных с транспортировкой РЭП, представляет исследование крупномасштабных неустойчивостей пучка, среди которых наибольшую опасность представляет резистивная шланговая неустойчивость (РШН). Основным физическим механизмом развития РШН является взаимодействие тока пучка с вихревыми токами, генерируемыми в плазменной среде при поперечном смещении РЭП. Кроме того, наличие формируемого в результате индукционных процессов равновесного обратного плазменного тока определяет дополнительный механизм роста шланговой амплитуды, поскольку противоположно направленные токи пучка и плазмы имеют тенденцию к расталкиванию. Этот эффект был ранее обнаружен в [8] для случая, когда РЭП и обратный плазменный ток имеют идентичные радиальные профили с одинаковыми характерными радиусами. Однако, как показывают эксперименты [9,10], в ситуации, когда радиальный профиль равновесного плазменного тока существенно шире соответствующего профиля пучка, имеет место заметное ослабление роста РШН.

В настоящей работе в рамках модели „жесткого“ пучка дано теоретическое описание стабилизирующего эффекта при наличии „широких“ радиальных профилей равновесного обратного плазменного тока.

Постановка задачи

Рассмотрим параксиальный моноэнергетический азимутально-симметричный РЭП, распространяющийся вдоль оси z цилиндрической системы координат (r, θ, z)

по предварительно созданному омическому плазменному каналу с радиальным профилем проводимости $\sigma_{ch0}(r)$. Будем предполагать, что радиальные профили плотности равновесного тока пучка $J_{bz0}(r)$ и равновесного обратного тока плазмы $J_{pz0}(r)$ имеют идентичный вид, но различаются характерными радиусами R_b и R_p соответственно.

На практике ситуация $R_p > R_b$ может быть реализована при наличии фоновой газоплазменной среды достаточно низкого давления, когда процесс лавинной ионизации значительно расширяет канал проводимости. При высоких давлениях среды профиль проводимости может быть значительно сужен. Более того, каналы проводимости разной ширины могут быть созданы искусственно с помощью вспомогательного лазера или предварительного импульса пучка.

Далее будем считать, что имеет место полная зарядовая нейтрализация, и возмущение проводимости канала отсутствует. В этом случае имеем

$$\sigma_{ch1} = 0, \quad \frac{4\pi\sigma_{ch0}(0)R_b}{c} \gg 1, \quad (1)$$

где σ_{ch1} — возмущение проводимости канала, $\sigma_{ch0}(0)$ — значение невозмущенной проводимости канала на оси его симметрии, c — скорость света.

Решение задачи

В рамках модели „жесткого“ пучка на линейной стадии развития РШН уравнение динамики неустойчивости имеет вид [6–8,13]

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial z^2} = \frac{c\pi}{I_b^2} \left(\frac{I_b}{I_A} \right) \times \int_0^\infty dr r \left[-Y \frac{\partial J_{bz0}}{\partial r} \frac{\partial A_{z0}}{\partial r} + \frac{J_{bz0}}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA_{z1}) \right], \quad (2)$$

где Y — амплитуда поперечного смещения пучка, I_b — полный ток РЭП, I_A — предельный ток Альфвена, A_{z0} и A_{z1} — соответственно z -компоненты невозмущенного и возмущенного векторных потенциалов коллективного электромагнитного поля системы плазма–пучок.

Уравнения для A_{z0} и A_{z1} при наличии квазистационарности РЭП можно записать как [5–8]

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial A_{z0}}{\partial r} \right) = -\frac{4\pi}{c} (J_{bz0} + J_{pz0}), \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_{z1}) \right] - \frac{4\pi\sigma_{ch0}}{c} \frac{\partial A_{z1}}{\partial \xi} = -\frac{4\pi}{c} J_{bz1}. \quad (4)$$

В рамках модели „жесткого“ пучка полагаем, что

$$A_{z1} = -D \frac{\partial A_{z0}}{\partial r}, \quad (5)$$

где D — амплитуда смещения оси симметрии коллективного электромагнитного поля системы плазма–пучок.

Обобщая результаты работ [6,7] на случай несовпадения по радиальному профилю плотностей токов J_{bz0} и J_{pz0} с учетом эффекта фазового перемешивания траекторий частиц пучка из (2)–(5), находим

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial z^2} = -(k_S^2 - k_S^{*2})(Y - D) - \alpha_{ph} \sqrt{k_S^2 - k_S^{*2}} \frac{\partial Y}{\partial z}, \quad (6)$$

$$k_S^2 = 4\pi^2 \left(\frac{I_b}{I_A} \right) \int_0^\infty dr r \left(\frac{J_{bz0}}{I_b} \right)^2, \quad (7)$$

$$k_S^{*2} = 4\pi^2 \left(\frac{I_b}{I_A} \right) \int_0^\infty dr r \frac{J_{bz0} |J_{pz0}|}{I_b^2}, \quad (8)$$

соответственно квадрат волнового числа шланговых колебаний в случае отсутствия магнитной нейтрализации и поправка к квадрату этого волнового числа, связанная с наличием равновесного обратного плазменного тока J_{bz0} (здесь полагаем $J_{pz0} < 0$), α_{ph} — коэффициент фазового перемешивания [5,11]. Для случая беннетовских профилей плотности тока пучка и обратного равновесного тока плазмы имеем

$$k_S^2 = \frac{2}{3} \frac{I_b}{I_A} \frac{1}{R_b^2}, \quad (9)$$

$$k_S^{*2} = 3\alpha_m G_0(\eta) k_S^2, \quad (10)$$

где $\alpha_m = -I_p/I_b$ — обобщенный коэффициент токовой нейтрализации, I_p — полный равновесный обратный плазменный ток, $\eta = (R_b/R_p)^2$, R_p — характерный радиус обратного плазменного тока,

$$G_0(\eta) = \frac{\eta^2}{(1-\eta)^2} \left[1 + \frac{1}{\eta} + \frac{2}{(1-\eta) \ln \eta} \right]. \quad (11)$$

В случае беннетовских радиальных профилей $J_{bz0}(r)$ и $J_{pz0}(r)$ имеем

$$A_{z0} = -\frac{I_b}{c} \ln \left(1 + \frac{r^2}{R_b^2} \right) - \frac{I_p}{c} \ln \left(1 + \frac{r^2}{R_p^2} \right). \quad (12)$$

Тогда с учетом (5) получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} (r A_{z1}) &= -D \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial A_{z0}}{\partial r} \right) \\ &= D \frac{4}{c} \left[\frac{I_b}{R_b^2} \frac{r}{(1+r^2/R_b^2)^2} + \frac{I_p}{R_p^2} \frac{r}{(1+r^2/R_p^2)^2} \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Далее предположим, что омический плазменный канал имеет также беннетовский радиальный профиль с характерным поперечным масштабом $R_{ch} = R_p$, а именно

$$\sigma_{ch0}(r) = \frac{\sigma_{ch0}(0)}{(1+r^2/R_p^2)^2}. \quad (14)$$

С учетом (5) и (12) уравнение (4) после ряда преобразований принимает вид

$$\begin{aligned} D \frac{16I_b}{c} \left[\frac{r}{R_b^4} g^3(r, R_b) - \alpha_m \frac{r}{R_p^4} g^3(r, R_p) \right] + \frac{8\pi\sigma_{ch0}(0)}{c^2} \\ \times g^2(r, R_p) \frac{\partial}{\partial \xi} \left[D \left(\frac{I_b}{R_b^2} r g(r, R_b) + \frac{I_p}{R_p^2} r g(r, R_p) \right) \right] \\ = \frac{16\pi}{c} Y \frac{I_b}{\pi R_b^4} r g^3(r, R_b), \end{aligned} \quad (15)$$

где $g(r, R_i) = (1+r^2/R_i^2)^{-1}$ (R_i — произвольный параметр).

Кроме того, будем предполагать, что выполнены условия $R_b(\xi) = \text{const}$, $R_p(\xi) = \text{const}$, которые хорошо реализуются в самосфокусированной части пучка (так называемом „теле“ пучка).

Далее умножим (12) на $J_{bz0} = J_{bz1} g^2(r, R_b)$ (где $J_{bz1} = I_b/(\pi R_b^2)$) и проинтегрируем по r от 0 до ∞ .

Тогда после ряда преобразований находим

$$\begin{aligned} D = 8DR_b^2 \alpha_m G_1(\eta) + \frac{1}{I_b} \frac{\partial}{\partial \xi} (DI_b) \xi_0 G_2(\eta) \\ + \frac{\partial}{\partial \xi} (D\alpha_m I_b) \xi_0 \frac{G_1(\eta)}{I_b} R_p^2 = Y, \end{aligned} \quad (16)$$

где $\eta = (R_b/R_p)^2$, $\xi_0 = 4\pi\sigma_{ch0}(0)R_b^2/c$ — монополярная скин-длина

$$\begin{aligned} G_1(\eta) = \frac{1}{2R_b^2} \eta^3 \left[\frac{3}{(1-\eta)^4} \ln \eta + \frac{1}{2(1-\eta)^2} \right. \\ \left. + \frac{2}{(1-\eta)^3} + \frac{1}{(1-\eta)^3 \eta} - \frac{3}{(1-\eta)^4} \ln |1-\eta| \right], \end{aligned} \quad (17)$$

$$G_2(\eta) = -\frac{1}{2(1-\eta)^4} \left[-\frac{3\eta^2}{2} + 3\eta^2 \ln \eta - \frac{1}{2} + 3\eta - \eta^3 \right]. \quad (18)$$

Заметим, что уравнение (16) обобщает результат известной работы [8] на случай $R_b \neq R_p$ и $\alpha_m \neq 0$.

Далее для простоты будем полагать, что $\alpha_m(\xi) = \text{const}$ и $I_b(\xi) = \text{const}$. Кроме того, уравнения (6) и (16) приведем к безразмерному виду с помощью следующего задания безразмерных величин:

$$Y_1 = \frac{Y}{R_{b0}}, \quad D_1 = \frac{D}{R_{b0}}, \quad z_1 = zk_S, \quad \xi_1 = \frac{\xi}{\xi_0}. \quad (19)$$

Тогда из (6) и (16) находим

$$\frac{\partial^2 Y_1}{\partial z_1^2} = [1 - 3\alpha_m G_0(\eta)](D_1 - Y_1) - \alpha_{\text{ph}} \sqrt{1 - 3\alpha_m G_0(\eta)} \frac{\partial Y_1}{\partial z_1}, \quad (20)$$

$$\frac{\partial D_1}{\partial \xi_1} [G_2(\eta) + \alpha_m G_4(\eta)] + D_1 [1 + \alpha_m G_3(\eta)] = Y_1, \quad (21)$$

где

$$G_3(\eta) = 8R_b^2 G_1(\eta), \quad G_4(\eta) = G_1(\eta) \frac{R_b^2}{\eta}. \quad (22)$$

Краевые условия выберем в виде

$$Y_1(z_1, \xi_1)|_{\xi_1=0} = 0, \quad \frac{\partial Y_1}{\partial z_1} \Big|_{z_1=0} = 0, \quad (23)$$

$$Y_1(z_1, \xi_1)|_{z_1=0} = Y_{10} H(\xi_1 - 2), \quad (24)$$

где H — функция Хевисайда, Y_{10} — начальная безразмерная амплитуда поперечного отклонения пучка.

Очевидно, что в случае $\eta = 1$ ($R_b = R_p$) уравнения (20) и (21) не имеют смысла, поскольку коэффициенты $G_0(\eta)$, $G_2(\eta)$, $G_3(\eta)$ и $G_4(\eta)$ стремятся к бесконечности. В этом случае необходимо использовать

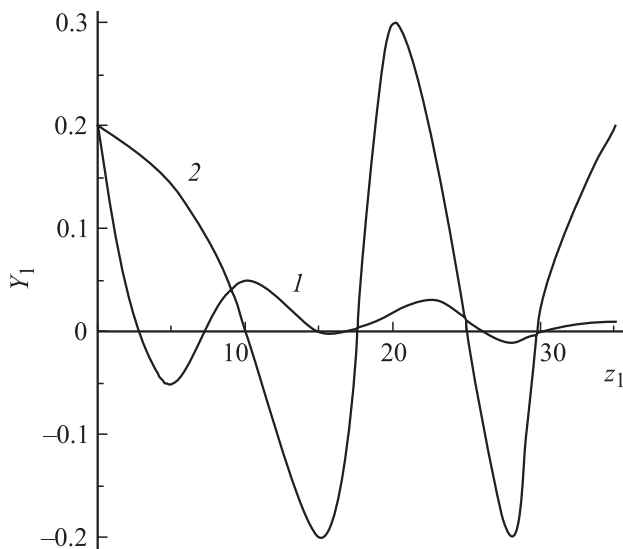


Рис. 1. График зависимости Y_1 от z_1 при $\xi_1 = 10$. Кривая 1 соответствует $\eta = 0.4$, кривая 2 — $\eta = 1.2$.

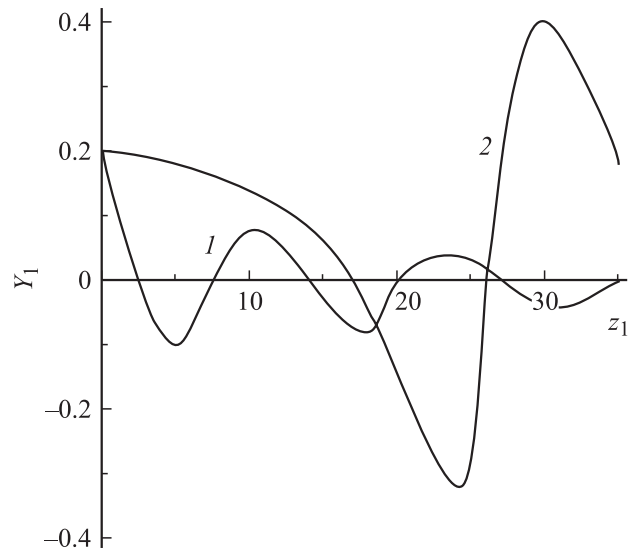


Рис. 2. График зависимости Y_1 от z_1 при $\xi_1 = 20$. Кривая 1 соответствует $\eta = 0.4$, кривая 2 — $\eta = 1.2$.

уравнения для случая $\eta = 1$ в виде [6,7,14]

$$\frac{\partial^2 Y_1}{\partial z_1^2} = D_1 - Y_1 - \alpha_{\text{ph}} \frac{\partial Y_1}{\partial z_1}, \quad (25)$$

$$\frac{\partial D_1}{\partial \xi_1} + D_1 = Y_1. \quad (26)$$

На рис. 1 представлен график зависимости Y_1 от z_1 , полученный в результате численного решения систем (20), (21) и (25), (26) с начальными и краевыми условиями в виде (23), (24) для случая: $\xi_1 = 10$, $\alpha_{\text{ph}} = 0.6$, $Y_{10} = 0.2$, $\alpha_m = 0.5$.

На рис. 2 рассмотрен график указанной выше зависимости для случая $\xi_1 = 20$ при тех же параметрах задачи.

Как видно из графиков, в ситуации более широкого по сравнению с пучком плазменного канала, когда $\eta < 1$ ($R_b < R_p$), наблюдается заметное ослабление РШН-пучка. Из качественных соображений это понятно, поскольку при малых $\eta < 1$ значительная часть обратного плазменного тока оказывается вне пучка, что способствует удержанию РЭП вблизи его первоначальной оси. Это подтверждают результаты экспериментальных работ [9,10].

Заключение

В настоящей работе в рамках линейной стадии развития РШН РЭП исследовано влияние увеличения характерного радиуса обратного плазменного тока на пространственную эволюцию указанной неустойчивости. Получены уравнения динамики РШН РЭП, обобщающие соответствующие известные уравнения на случай несоответствия характерных радиусов плотности тока пучка и равновесного обратного плазменного тока. Показано,

что в случае более широкого в поперечном направлении по сравнению с пучком обратного плазменного тока имеет место заметное ослабление РШН РЭП.

Работа выполнена в рамках Тематического плана фундаментальных НИР, выполняемых СПбГУ по заказу Министерства образования и науки Российской Федерации, № 6.0.10.2010.

Список литературы

- [1] Рухадзе А.А., Богданкевич Л.С., Росинский С.Е., Рухлин В.Г. Физика сильноточных релятивистских электронных пучков. М.: Атомиздат, 1980. 167 с.
- [2] Диденко А.Н., Григорьев В.П., Усов Ю.П. Мощные электронные пучки и их применение. М.: Атомиздат, 1977. 277 с.
- [3] Кузелев М.В., Рухадзе А.А. Электродинамика плотных электронных пучков в плазме. М.: Физматлит, 1990. 336 с.
- [4] Миллер Р. Введение в физику сильноточных пучков заряженных частиц. М.: Мир, 1984. 432 с.
- [5] Колесников Е.К., Мануйлов А.С., Филиппов Б.В. Динамика пучков заряженных частиц в газоплазменных средах. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2002. 98 с.
- [6] Lee E.P. // Phys. Fluids. 1978. Vol. 21. N 8. P. 1327–1343.
- [7] Надеждин Е.Р., Сорокин Г.А. // Физика плазмы. 1983. Т. 9. № 5. С. 989–991.
- [8] Lampe M., Sharp W.M., Hubbard R., Lee E.P. et al. // Phys. Fluids. 1984. Vol. 27. N 12. P. 2921–2936.
- [9] Hubbard R.F., Fernsler R.F., Slinker S.P. et al. // Proc. of the 5th Int. Conf. High. Power Particle Beams. San Francisco, 1983. P. 370–373.
- [10] Кондратьев Н.А., Сметанин В.И. // ЖТФ. 2005. Т. 75. Вып. 3. С. 67–73.
- [11] Lee E.P., Yu S.S., Barletta W.A. // Nuclear Fusion. 1981. Vol. 21. N 8. P. 1327–1343.
- [12] Мануйлов А.С. // ЖТФ. 2005. Т. 75. Вып. 4. С. 103–108.
- [13] Мануйлов А.С. // ЖТФ. 2000. Т. 70. Вып. 1. С. 76–78.
- [14] Колесников Е.К., Мануйлов А.С. // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 12. С. 43–46.