

01;09

## Релятивистские генераторы поверхностной волны с одно- и двумерно-периодическими структурами

© Н.С. Гинзбург,<sup>1,2</sup> В.Ю. Заславский,<sup>1,2</sup> А.М. Малкин,<sup>1</sup> А.С. Сергеев<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Институт прикладной физики РАН,  
603950 Нижний Новгород, Россия

<sup>2</sup> Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,  
603950 Нижний Новгород, Россия  
e-mail: ginzburg@appl.sci-nnov.ru

(Поступило в Редакцию 7 февраля 2012 г.)

В рамках квазиоптического подхода построена нелинейная нестационарная теория генераторов поверхностной волны с одно- и двумерно-периодическими структурами. Поле излучения представляется в виде совокупности квазиоптических волновых пучков, связанных на гофрированной поверхности и формирующих самосогласованную структуру. Синхронное взаимодействие с прямолинейными релятивистскими электронными потоками ленточной и цилиндрической геометрии возникает вследствие замедления поверхностных волн. Результаты, получаемые в рамках усредненного подхода, сопоставляются с результатами прямого численного PIC-моделирования. Показана принципиальная возможность создания на основе двумерных генераторов поверхностной волны планарной и цилиндрической геометрии компактных источников миллиметрового диапазона гигаваттного уровня мощности.

### Введение

Генераторы поверхностной волны в настоящий момент привлекают значительное внимание как один из перспективных источников когерентного коротковолнового миллиметрового и субмиллиметрового излучения [1–5]. В каноническом варианте в таких генераторах прямолинейный электронный пучок возбуждает медленную волну, распространяющуюся вдоль периодически гофрированной поверхности. Проведено достаточно большое число экспериментальных исследований этого класса генераторов как в субрелятивистской [1,2], так и в релятивистской областях энергий частиц [6–11]. Указанные обстоятельства обуславливают актуальность теоретического анализа генераторов поверхностной волны, включающего анализ формирования самосогласованной структуры поля. Как было показано в работах [12,13], в случае достаточно высоких энергий частиц, когда для организации взаимодействия черенковского типа требуется относительно небольшое замедление волны и соответственно относительно небольшая глубина гофра, для описания генераторов поверхностной волны может быть использован квазиоптический подход. В рамках такого подхода поле излучения представляется в виде двух встречных парциальных квазиоптических волновых пучков, связанных на гофрированной структуре, которая в канонической схеме генераторов указанного типа является однопериодической.

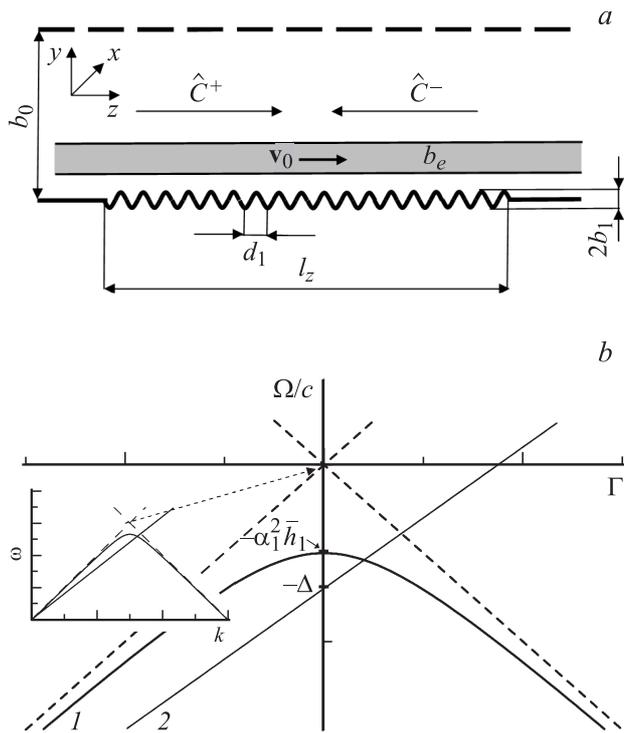
Важно подчеркнуть, что представление поля поверхностной волны как совокупности связанных парциальных волновых потоков не только продуктивно с точки зрения описания процессов электронно-волнового взаимодействия в традиционных схемах, но и позволяет предложить усовершенствованные варианты, в частно-

сти, генераторы поверхностной волны с двумерно-периодическими структурами [14]. Аналогично мазерам на свободных электронах (МСЭ) с двумерной распределенной обратной связью (РОС) [15–18] такие структуры позволяют организовать дополнительные потоки электромагнитной энергии, распространяющиеся в поперечном (азимутальном) по отношению к поступательной скорости частиц направлении и синхронизирующие излучение широких ленточных или трубчатых электронных потоков. При этом в отличие от уже реализованных МСЭ с двумерной РОС [17,18] в черенковских генераторах используются прямолинейные релятивистские электронные пучки (РЭП), что значительно упрощает задачу формирования пучков с малым скоростным и энергетическим разбросом.

В настоящей работе развивается квазиоптическая теория релятивистских генераторов поверхностной волны с одно- и двумерно-периодическими структурами планарной и цилиндрической геометрии. Результаты, получаемые в рамках усредненного подхода, сопоставляются с результатами прямого численного моделирования в рамках PIC (particle in cell) кода CST.

### 1. Описание формирования поверхностных мод на основе метода связанных волн

Начнем анализ с рассмотрения канонической модели генератора поверхностной волны (рис. 1, *a*). В качестве электродинамической системы используется планарный волновод. Зазор между пластинами обозначим  $b_0$  и будем считать здесь волновод и электронный поток безграничными вдоль второй поперечной координаты  $x$ .



**Рис. 1.** *a* — схема генератора поверхностной волны, *b* — дисперсионные диаграммы: 1 — нормальной поверхностной волны, 2 — собственной волны прямолинейного электронного потока:  $\Omega/c = -\Delta + \beta_{\parallel}\Gamma$ .

Предположим, что на одну из пластин на участке длины  $l_z$  нанесена неглубокая синусоидальная гофрировка

$$b(z) = b_1 \cos(\bar{h}_1 z), \quad (1)$$

где  $b_1$  — амплитуда гофра,  $d_1$  — его период,  $\bar{h}_1 = 2\pi/d_1$ .

Поля излучения в рассматриваемой электродинамической системе представим в виде двух распространяющихся навстречу друг другу квазиоптических волновых пучков, магнитное поле которых может быть записано в виде

$$H_x = \text{Re} [C_+(z, y, t)e^{i(\omega t - kz)} + C_-(z, y, t)e^{i(\omega t + kz)}], \quad (2)$$

где  $k = \frac{\omega}{c}$ , а  $C_{\pm}(z, y, t)$  — медленно-меняющиеся амплитуды полей. Соответственно электрическое поле удовлетворяет уравнению Максвелла

$$\mathbf{E} = -\frac{ic}{\omega} \text{rot } \mathbf{H}$$

и имеет следующие компоненты:

$$E_y = -\text{Re} [C_+ e^{i(\omega t - kz)} - C_- e^{i(\omega t + kz)}],$$

$$E_z = -\text{Re} \frac{i}{k} \left[ \frac{\partial C_+}{\partial y} e^{i(\omega t - kz)} + \frac{\partial C_-}{\partial y} e^{i(\omega t + kz)} \right]. \quad (3)$$

На гофрированной поверхности в условиях брэгговского резонанса

$$\bar{h}_1 \approx 2k \quad (4)$$

возникают связь и взаимное рассеяние встречных волновых пучков (2). Для описания связи волн на перио-

дической структуре, расположенной в плоскости  $y = 0$ , используем концепцию поверхностных магнитных токов. В исследуемой планарной геометрии, согласно [19,20], поверхностный ток дается выражением

$$j_x^m = -\frac{c}{4\pi} E_z = -\frac{c}{4\pi} \left( \frac{\partial(b(z)E_y)}{\partial z} + \frac{b(z)}{c} i\omega H_x \right). \quad (5)$$

В общем виде возбуждение полей поверхностными магнитными  $j_x^m$  и объемными продольными электрическими  $j_z^e$  (см. ниже разд. 2) токами описывается волновым уравнением [19]

$$\Delta H_x - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial j_x^m}{\partial t} \delta(y) - \frac{4\pi}{c} \frac{\partial j_z^e}{\partial y}. \quad (6)$$

Выберем в (2), (3) в качестве несущей брэгговскую частоту  $\omega_1 = \bar{h}_1 c/2$ . С учетом брэгговского условия (4) после подстановки в уравнение (6) полей в виде (2), (3) и магнитных токов в виде (5) для амплитуд парциальных волновых потоков получим следующую систему связанных параболических уравнений (полагаем здесь  $j_z^e = 0$ ):

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_+}{\partial c} + \frac{\partial C_+}{c \partial t} + i \frac{\partial^2 C_+}{\bar{h}_1 \partial y^2} &= i \alpha_1 C_- \delta(y), \\ -\frac{\partial C_-}{\partial c} + \frac{\partial C_-}{c \partial t} + i \frac{\partial^2 C_+}{\bar{h}_1 \partial y^2} &= i \alpha_1 C_+ \delta(y), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\delta(y)$  — дельта-функция,  $\alpha_1 = \bar{h}_1 b_1/4$  — коэффициент связи волн на гофрированной поверхности. Операторы параболического типа в левых частях уравнений (7) описывают дифракционное расплывание волновых потоков в свободном пространстве  $y > 0$ .

Для безграничной в продольном направлении системы при  $b_0 \rightarrow \infty$  представим решение уравнений (7) в области  $y > 0$  в виде

$$C_{\pm} \sim \exp i(\Omega t \mp \Gamma z - g_{\pm} y), \quad (8)$$

где

$$g_{\pm} = i \sqrt{-\bar{h}_1 (\Omega/c \mp \Gamma)} \quad (9)$$

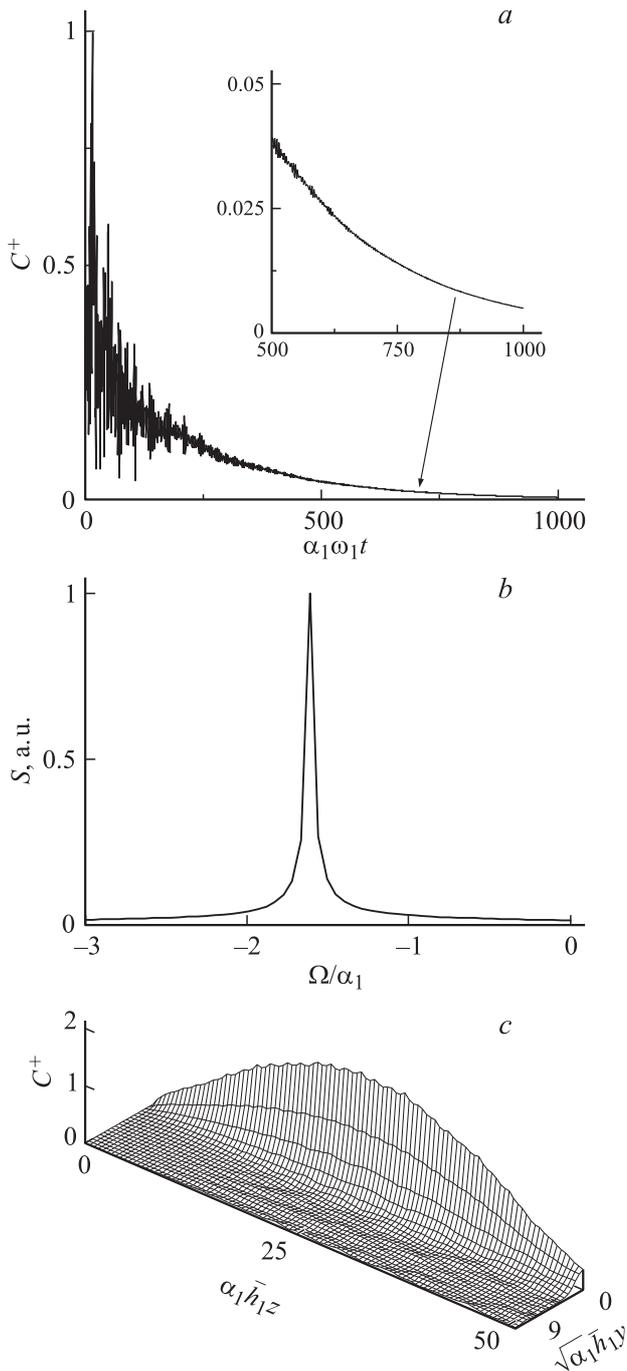
— поперечные волновые числа. Тогда с учетом вытекающих из уравнений (7) граничных условий на гофрированной поверхности

$$\left( \frac{\partial C_{\pm}}{\partial y} - \alpha_1 \bar{h}_1 C_{\mp} \right) \Big|_{y=0} = 0$$

получим дисперсионное уравнение для нормальных волн

$$g_+ g_- = -\bar{h}_1^2 \alpha_1^2 \quad \text{или} \quad \frac{\Omega^2}{c^2} - \Gamma^2 = \bar{h}_1^2 \alpha_1^4. \quad (10)$$

Как видно из рис. 1, *b*, дисперсионная кривая нормальной волны лежит ниже светового конуса ( $\Omega < 0, |\Omega| < |\Gamma|$ ), т.е. волна является замедленной. Соответственно  $g_{\pm}$  — чисто мнимые, т.е. поле волны прижато к периодической структуре, а его амплитуда



**Рис. 2.** Полученные на основе метода связанных волн результаты моделирования возбуждения начальным электромагнитным импульсом одноперiodической структуры конечной длины:  $\alpha_1 \bar{h}_1 l_z \approx 50$ : *a* — эволюция амплитуды поля, *b* — спектр поля на конечной стадии, соответствующий выделению основной поверхностной моды, *c* — пространственная структура основной моды с одной продольной вариацией поля.

спадают по экспоненциальному закону. При  $\Gamma = 0$  декремент поперечного спада поля равен

$$|g_{\pm}| = \bar{h}_1^2 b_1 / 4.$$

Важно подчеркнуть, что при малых (в масштабе длины волны  $\lambda$ ) глубинах гофрировки дисперсионная кривая (10) с высокой точностью совпадает с дисперсионной кривой поверхностной волны, получаемой методом прямого численного моделирования на основе кода CST.

В случае гофрировки конечной длины  $l_z$  граничные условия к уравнениям для амплитуд волновых пучков (2) соответствуют отсутствию потоков электромагнитной энергии извне

$$C_+|_{z=0} = 0, \quad C_-|_{z=l_z} = 0. \quad (11)$$

Для определения частот, добротностей и пространственного распределения полей собственных мод на основе уравнений (7) с граничными условиями (11) моделировалось возбуждение структуры произвольным начальным импульсом:  $C_{\pm}|_{t=0} = C_{\pm}^0$ . На рис. 2 показаны эволюция амплитуды поля (рис. 2, *a*), а также спектр поля на конечной стадии (рис. 2, *b*), на которой происходит выделение основной моды. Указанная мода (рис. 2, *c*) имеет одну продольную вариацию поля и экспоненциально спадает в поперечном направлении  $y$ , т. е. является прижатой поверхностной волной.

## 2. Генераторы поверхностной волны с одноперiodическими структурами планарной геометрии

Допустим далее, что прямолинейный электронный поток движется над гофрированной поверхностью строго вдоль направления ведущего магнитного поля  $\mathbf{H}_0 = H_0 \mathbf{z}_0$  с поступательной скоростью  $v_{\parallel} = \beta_{\parallel} c$ . В условиях взаимодействия черенковского типа группировка частиц происходит под действием продольной компоненты электрического поля попутного волнового потока

$$E_z = -\text{Re} \frac{i}{k_1} \left[ \frac{\partial C_+}{\partial y} e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} \right] \quad (12)$$

и описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{dz} &= -eE_z = e \text{Re} \frac{i}{k_1} \left[ \frac{\partial C_+}{\partial y} e^{i(\omega_1 t - k_1 z)} \right], \\ \frac{d\theta}{dz} &= \omega_1 \left( \frac{1}{v_{\parallel}} - \frac{1}{c} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

с граничными условиями

$$\varepsilon|_{z=0} = \varepsilon_0, \quad \theta|_{z=0} = \omega_1 t = \theta_0 \in [0, 2\pi],$$

где  $\varepsilon = mc^2 \gamma$  — энергия частиц,  $\theta = \omega_1(t - z/c)$  — фаза электронов относительно попутной волны.

Соответственно для описания возбуждения электронным пучком электромагнитного поля необходимо в

уравнении (6) учесть синхронную для попутной компоненты  $C_+$  гармонику объемного электронного тока. С этой целью представим электронный ток в виде

$$j_z^e(t, z, y) = j_0 + \operatorname{Re} \sum_s [j_{s\omega} e^{is\omega t}], \quad (14)$$

где для фурье-гармоник имеем

$$j_{s\omega} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} j_z^e e^{-is\omega t} d\omega t = \frac{j_0}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-is\omega t} d\omega t_0.$$

Заметим, что при записи последнего равенства использован закон сохранения заряда  $j_z^e dt = j_0 dt_0$ , с помощью которого осуществляется стандартный переход [21] к интегрированию по моментам влета (начальным фазам) электронов. Невозмущенную плотность тока далее представим в виде

$$j_0(y) = \frac{I_0}{b_e} f(y),$$

где  $b_e = \int_0^\infty f(y) dy$  — эффективная толщина пучка,  $I_0$  — погонная плотность тока.

В результате, с учетом фактора электронного возбуждения (14) уравнения для амплитуд связанных парциальных волновых потоков могут быть приведены к виду

$$\frac{\partial C_+}{\partial z} + \frac{\partial C_+}{c \partial t} + i \frac{\partial C_+^2}{h_1 \partial y^2} = i \alpha_1 C_- \delta(y) + \frac{4\pi I_0}{c} \frac{1}{b_e} \frac{\partial}{\partial y} (f(y) J), \quad (15)$$

$$-\frac{\partial C_-}{\partial z} + \frac{\partial C_-}{c \partial t} + i \frac{\partial C_-^2}{h_1 \partial y^2} = i \alpha_1 C_+ \delta(y).$$

Здесь  $J = 1/\pi \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0$  — амплитуда высокочастотного тока, которая вычисляется на основании уравнений движения частиц (13). Граничные условия к уравнениям для амплитуд волновых пучков (15) соответствуют отсутствию потоков электромагнитной энергии извне и совпадают по форме с (11).

В приближении малого относительного изменения энергии частиц  $(\varepsilon - \varepsilon_0)/\varepsilon_0 \ll 1$  самосогласованная система уравнений генератора поверхностной волны приводится к виду

$$\frac{\partial \hat{C}_+}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{C}_+}{\partial \tau} + i \frac{\partial^2 \hat{C}_+}{\partial Y^2} + \sigma \hat{C}_+ \delta(Y) = i \hat{\alpha}_1 \hat{C}_- \delta(Y) - \frac{1}{B_e} \frac{\partial}{\partial Y} (F(Y) J),$$

$$-\frac{\partial \hat{C}_-}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{C}_-}{\partial \tau} + i \frac{\partial^2 \hat{C}_-}{\partial Y^2} + \sigma \hat{C}_- \delta(Y) = i \hat{\alpha}_1 \hat{C}_+ \delta(Y), \quad (16)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial Z} + \beta_0^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) \theta + \operatorname{Re} \left[ \frac{\partial \hat{C}_+}{\partial Y} e^{i\theta} \right], \quad (17)$$

$$\theta|_{z=0} = \theta_0 \in [0, 2\pi), \quad \left( \frac{\partial}{\partial Z} + \beta_0^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) \theta|_{z=0} = \hat{\Delta}. \quad (18)$$

При записи системы уравнений (16)–(18) проведена следующая нормализация

$$Z = \frac{\omega_1}{c} Gz, \quad Y = \frac{\omega_1}{c} \sqrt{2G}y, \quad \tau = G\omega t, \quad \hat{C}_\pm = \frac{eC_\pm \mu}{mc\omega_1 \gamma_0 G^{3/2}},$$

$$\hat{\alpha}_1 = \alpha_1 \sqrt{2/G}, \quad G = \left( 2\sqrt{2} \frac{eJ_0}{mc^3} \frac{\mu}{\gamma} \lambda \right)^{2/3}$$

— параметр усиления (аналог параметра Пирса),  $\mu \approx \gamma_0^{-2} \beta_0^{-3}$  — параметр инерционной группировки электронов,  $\hat{\Delta} = \Delta/G$ ,  $\Delta = (1 - \beta_0)/\beta_0$  — расстройка синхронизма, которая принимает отличное от нуля положительное значение  $\hat{\Delta} > 0$ ,  $F(Y) = f\left(\frac{\omega_1}{c} \sqrt{2G}y\right)$ ,  $B_e = \frac{\omega_1}{c} \sqrt{2G}b_e$ . Синхронное взаимодействие с прямолинейным электронным потоком возникает только с учетом, описываемой уравнениями (16) связи волн и формирования прижатой замедленной волны. Заметим, что в уравнениях (16) учтены омические потери в металлической пластине, задаваемые параметром  $\sigma = k\varepsilon(1 + i) \times \sqrt{2/G}$ , где  $\varepsilon$  — глубина скин-слоя.

В нормированных переменных, использованных при записи уравнений (16), (17), электронный КПД в стационарном режиме генерации  $\hat{C}_\pm \sim \exp(i\hat{\Omega}\tau)$ , где  $\hat{\Omega} = (\omega - \omega_1)/G\omega_1$  — отстройка частоты генерации от несущей брэгговской частоты, определяется соотношениями

$$\eta = \frac{G\hat{\eta}}{\mu(1 - \gamma_0^{-1})},$$

$$\hat{\eta} = \frac{1}{2\pi B} \int_0^{\hat{B}} \int_0^{2\pi} \left( -\hat{\Delta} + \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right) \Big|_{z=L_z} F(Y) d\theta_0 dY, \quad (19)$$

где  $L_z = Gh_0 l_z$  — приведенная длина пространства взаимодействия.

С учетом экспоненциального затухания поля поверхностной волны от границ замедляющей системы в принципе допустима постановка полубезграничной по оси  $y$  задачи. Однако в практическом плане транспортировка ленточного электронного потока должна осуществляться в вакуумном канале, образованном планарным волноводом. В этом случае уравнения (16) должны быть дополнены граничным условием

$$\frac{\partial \hat{C}_\mp}{\partial Y} \Big|_{Y=B} = 0, \quad (20)$$

соответствующим обращению в нуль тангенциальной компоненты электрического поля на второй, не имеющей гофрировки, пластине. Здесь  $B = \sqrt{2G}kb_0$  — нормированный зазор между пластинами. Если указанный зазор достаточно велик ( $B \gg 1$ ), то положение второй пластины не оказывает существенного влияния на параметры стационарного режима генерации. Тем не менее, данное рассмотрение позволяет при численном

моделировании нелинейной динамики разложить решение уравнений (16) по модам регулярного планарного волновода

$$\hat{C}_{\pm} = \sum_{n=0}^{\infty} \hat{C}_n^{\pm}(Z, \tau) \cos\left(\frac{n\pi Y}{B}\right). \quad (21)$$

Соответственно уравнения (16)–(18) трансформируются к виду

$$\frac{\partial \hat{C}_n^+}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{C}_n^+}{\partial \tau} - iS n^2 \hat{C}_n^+ = \frac{1}{B} \sum_{n'=0}^{\infty} \frac{2i\hat{\alpha}_1 \hat{C}_{n'}^-}{1 + \delta_{0n}} + \frac{\pi}{B^2} J_n, \quad (22)$$

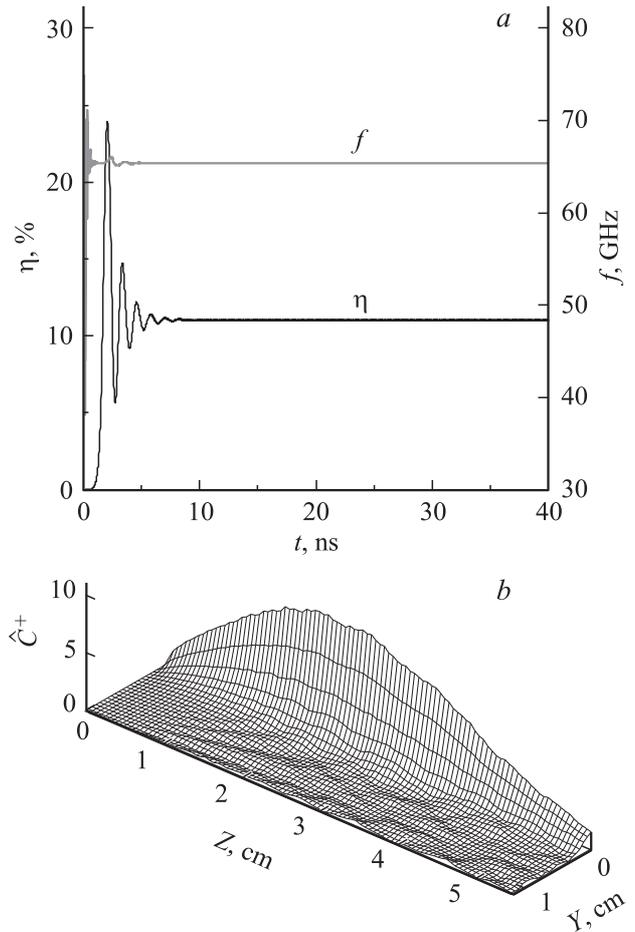
$$-\frac{\partial \hat{C}_n^-}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{C}_n^-}{\partial \tau} - iS n^2 \hat{C}_n^- = \frac{1}{B} \sum_{n'=0}^{\infty} \frac{2i\hat{\alpha}_1 \hat{C}_{n'}^+}{1 + \delta_{0n}},$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_0^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau}\right)^2 \theta = \frac{\pi}{B} \operatorname{Re} \left[ \sum_{n'=1}^{\infty} n' \hat{C}_{n'}^+ e^{i\theta} \right], \quad (23)$$

где  $S = \frac{\pi^2}{B^2}$ ,  $\delta_{0n}$  — символ Кронекера,

$$J_n = \frac{2}{1 + \delta_{0n}} \frac{1}{B} \int_0^{\hat{B}} J \cos\left(\frac{n\pi Y}{B}\right) dY. \quad (24)$$

Проведем на основе уравнений (22)–(24) моделирование релятивистского генератора поверхностной волны. Параметры моделирования выберем близкими к параметрам планарного 4 мм генератора указанного типа, реализованного на базе сильноточного ускорителя СИНУС-6 (ИПФ РАН) [22]. Использовался ленточный электронный пучок толщиной 1 мм с энергией частиц 500 keV и погонной плотностью тока 500 A/cm ( $G \approx 0.024$ ), который транспортировался в сильном ведущем магнитном поле вдоль гофрированной пластины длиной  $l_z = 40$  мм с периодом гофра  $d_1 = 1.6$  мм и амплитудой  $b_1 = 0.25$  мм. Указанные физические параметры соответствуют нормированным величинам  $\hat{\alpha}_1 = 2$ ,  $\hat{\Delta} = 5.4$ ,  $L_z = 2.5$ ,  $B_e = 0.5$ ,  $\sigma \approx 10^{-3}$ , для которых установление стационарного одночастотного режима генерации показано на рис. 3, *a*. Частота генерации  $f \approx 66$  GHz лежит ниже брэгговской частоты  $f_1 \approx 93$  GHz (такой частотный сдвиг соответствует представленному на рис. 2, *a* сдвигу частоты холодной моды). В результате в стационарном режиме структура полей парциальных волн оказывается прижатой к поверхности периодической системы (рис. 3, *b*), и при  $B > 2$  положение второй пластины практически не влияет на характеристики генерации. Очевидно, что в планарном волноводе поверхностную волну можно рассматривать как супермоду, представляющую собой совокупность объемных мод с коррелированными фазами. Следовательно, независимо от уровня сверхразмерности волновода возбуждение поверхностной моды фактически решает проблему селекции (или обеспечения когерентности излучения) по координате  $y$ . Приведенный электронный КПД составляет  $\hat{\eta} \approx 1$ , что при параметрах моделирования соответствует полному КПД около 11%. При этом поток



**Рис. 3.** Результаты моделирования релятивистского генератора 4-мм-диапазона: *a* — временная зависимость КПД и частоты генерации, *b* — пространственное распределение поля  $\hat{C}^+$  в стационарном режиме генерации.  $\hat{\alpha}_1 = 2$ ,  $\hat{\Delta} = 5.4$ ,  $L_z = 2.5$ ,  $B_e = 0.5$ ,  $B = 4.5$ ,  $\sigma \approx 10^{-3}$ .

мощности, выносимой с попутной волной  $C_+$ , составляет  $\sim 5$  MW/cm, а со встречной  $C_- \sim 22$  MW/cm. Очевидно, что соотношение указанных потоков определяется точкой пересечения дисперсионных характеристик пучка и нормальной волны на рис. 1, *b*. При  $\hat{\Delta} > \hat{\alpha}_1^2$  эта точка лежит в области резонанса с обратной нормальной волной, и излучается преимущественно волна  $C_-$ . При  $\hat{\Delta} < \hat{\alpha}_1^2$  в синхронизме с пучком оказывается попутная нормальная волна, и большая часть энергии излучается с  $C_+$ .

Следует отметить, что результаты, получаемые в рамках усредненного подхода, с хорошей точностью совпадают с результатами PIC-моделирования на основе кода CST. Вместе с тем PIC-моделирование позволяет установить допустимый поперечный размер (ширину) генератора по второй поперечной координате  $x$ . При указанных выше параметрах замедляющей системы и электронного потока естественная дифракционная расходимость излучения позволяет обеспечить синхронизацию излучения по указанной координате при ширине

генератора, не превышающей 4–5 длин волн [23]. При таких ограничениях устанавливается одночастотный режим генерации на моде с одной вариацией поля по оси  $x$ . При большей ширине возникает многочастотная генерация, соответствующая возбуждению нескольких мод с

различным числом вариаций по указанной оси. На рис. 4 показан режим биений таких мод, реализующийся при ширине системы  $l_x = 24 \text{ mm} \sim 6\lambda$ .

### 3. Генераторы поверхностной волны с двумерно-периодическими структурами планарной геометрии

В данном разделе по аналогии с МСЭ с двумерной распределенной обратной связью [15–18] для поперечной синхронизации излучения широкого ленточного электронного потока предлагается использовать дополнительные потоки энергии, распространяющиеся в поперечном направлении. С этой целью следует модифицировать профиль гофрировки поверхности следующим образом (рис. 5,  $a$ ):

$$b(z, x) = \frac{b_2}{4} [\cos(\bar{h}_2(z - x)) + \cos(\bar{h}_2(z + x))], \quad (25)$$

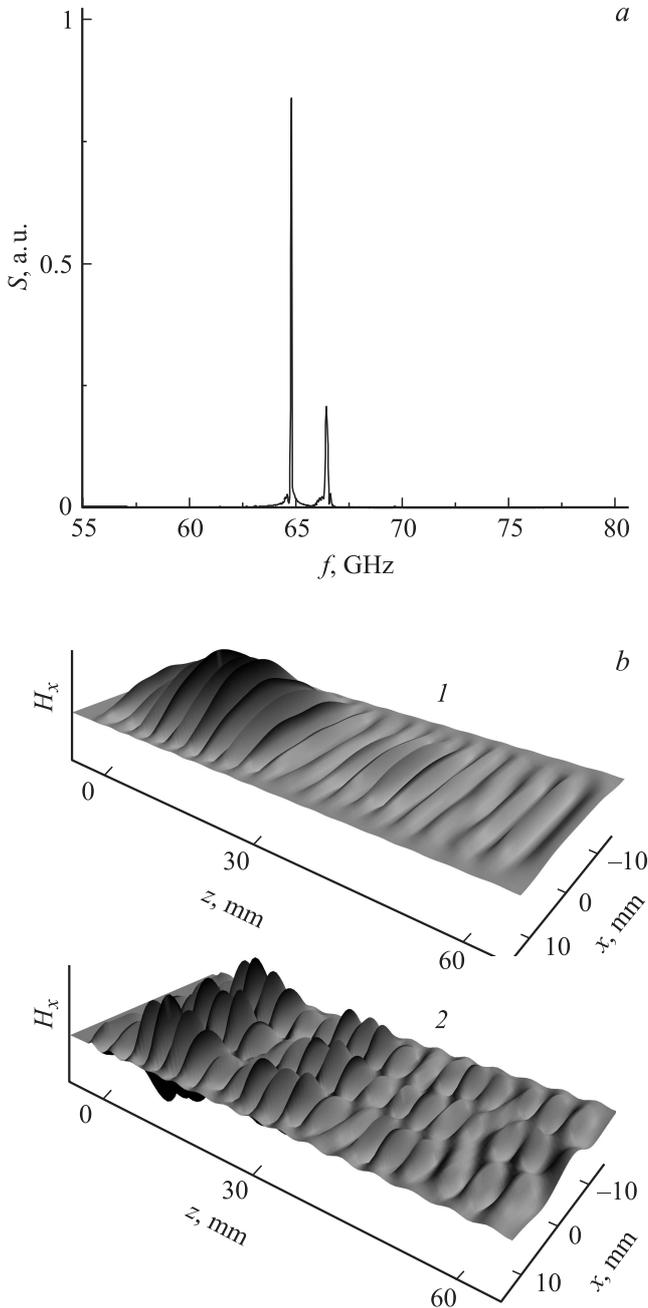
где  $\bar{h}_2 = 2\pi/d_2$ ,  $d_2$  — период гофрировки по осям  $z$  и  $x$ . Поле над такой гофрировкой формируется уже не двумя, а четырьмя квазиоптическими волновыми пучками

$$\mathbf{H} = \text{Re} \left[ \left( x_0 (C_z^+(x, z, y, t)e^{-ikz} + C_z^-(x, z, y, t)e^{ikz}) + z_0 (C_x^+(x, z, y, t)e^{-ikx} + C_x^-(x, z, y, t)e^{ikx}) \right) e^{i\omega t} \right], \quad (26)$$

два из которых ( $C_z^\pm$ ) распространяются в  $\pm z$ -направлениях, а два других ( $C_x^\pm$ ) — в поперечных  $\pm x$ -направлениях, синхронизуя излучение широкого электронного потока.

Важно подчеркнуть, что в упомянутых выше МСЭ с двумерной распределенной обратной связью криволинейный электронный пучок, движущийся в поле ондулятора, взаимодействует с быстрыми объемными модами планарного волновода. Соответственно для обеспечения селекции мод вдоль оси  $y$ , направленной по нормали к указанным пластинам, зазор между пластинами не должен превышать 1–2 длины волны. При относительно небольшом расстоянии между пластинами структуру поля вдоль оси  $y$ , можно считать заданной и свести анализ к двумерной модели. В аналогичных предположениях в [24] проведено исследование черенковских генераторов с двумерной РОС, в которых прямолинейно движущийся электронный поток синхронно взаимодействует с пространственной гармоникой объемной волны. Однако амплитуда такой гармоники пропорциональна глубине гофра и относительно мала. Кроме того, при возбуждении объемных мод в черенковских генераторах подобно МСЭ возникают ограничения на рабочий диапазон, обусловленные проблемой селекции мод по координате  $y$ .

В исследуемых здесь генераторах поверхностной волны происходит замедление основной гармоники, что значительно повышает величину связи с электронным



**Рис. 4.** Результаты PIC-моделирования генератора 4-мм-диапазона на основе однопериодической структуры конечной ширины  $l_x = 24 \text{ mm}$  ( $I = 10 \text{ A}$ ,  $U \approx 180 \text{ kV}$ ,  $l_z = 47 \text{ mm}$ ,  $b_1 = 0.5 \text{ mm}$ ):  $a$  — спектр генерации, соответствующий одновременному возбуждению нескольких мод с различным числом вариаций по поперечной координате  $x$ ;  $b$  — пространственная структура поля  $H_x$  в плоскости  $(z, x)$  на частотах, соответствующих спектральным максимумам на рис. 4,  $a$ : (1)  $f = 64.8 \text{ GHz}$ , (2)  $f = 66.5 \text{ GHz}$ .

поток. Соответственно понижаются стартовые токи, что обеспечивает возможность работы в коротковолновых диапазонах. Вместе с тем в случае двумерно-периодической структуры (25) задача анализа динамики генераторов поверхностной волны является принципиально трехмерной.

Аналогично предыдущим разделам, начнем исследование с описания свойств поверхностных волн, распространяющихся над двоякопериодической структурой (25) в отсутствие электронного потока. На гофрированной поверхности в условиях брэгговского резонанса

$$\bar{h}_2 \approx k \quad (27)$$

возникают связь и взаимное рассеяние волновых пучков, задаваемых соотношением (26). Уравнения связанных волн с учетом наводимых в плоскости  $y = 0$  эквивалентных поверхностных магнитных токов представим в виде [14]

$$\begin{aligned} \pm \frac{\partial C_z^\pm}{\partial z} + \frac{\partial C_z^\pm}{c \partial t} + i \frac{\partial^2 C_z^\pm}{2\bar{h}_2 \partial y^2} &= i\alpha(C_x^+ + C_x^-)\delta(y), \\ \pm \frac{\partial C_x^\pm}{\partial x} + \frac{\partial C_x^\pm}{c \partial t} + i \frac{\partial^2 C_x^\pm}{2\bar{h}_2 \partial y^2} &= i\alpha_2(C_z^+ + C_z^-)\delta(y), \end{aligned} \quad (28)$$

где  $\alpha_2 = \bar{h}_2 b_2 / 8$  — коэффициент связи волн и за несущую взята брэгговская частота  $\omega_2 = \bar{h}_2 c$ . Важно подчеркнуть, что в отличие от одномерного случая (разд. 1) прямая связь парциальных волн  $C_z^- \leftrightarrow C_z^+$  и  $C_x^- \leftrightarrow C_x^+$  на гофрировке (25) отсутствует.

Для безграничной в продольном и поперечном направлениях системы представим решение уравнений (27) в области  $y > 0$  в виде

$$\begin{aligned} C_z^\pm &\sim \exp i(\Omega t \mp \Gamma_z z - g_z^\pm y), \\ C_x^\pm &\sim \exp i(\Omega t \mp \Gamma_x x - g_x^\pm x), \end{aligned} \quad (29)$$

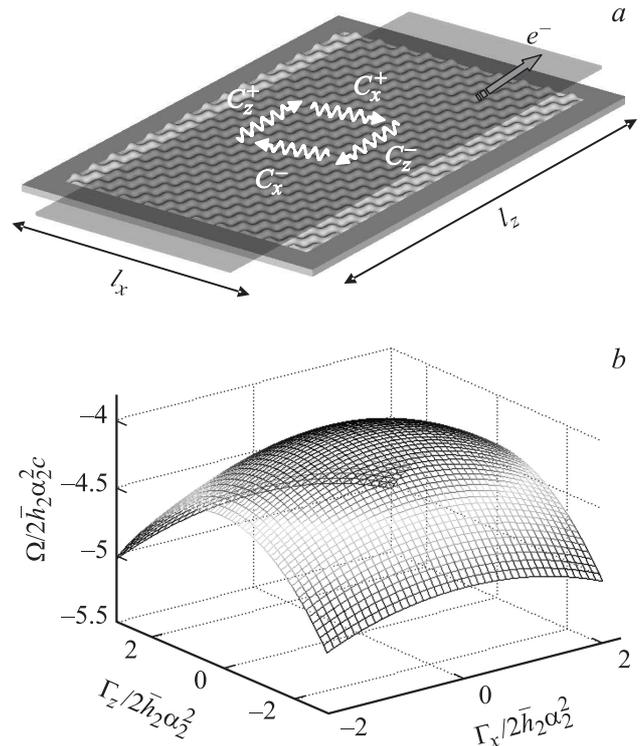
где  $g_{z,x}^\pm = i\sqrt{-2\bar{h}_2(\Omega/c \mp \Gamma_{z,x})}$  — поперечные волновые числа. Тогда с учетом вытекающих из уравнений (28) граничных условий на гофрированной поверхности

$$\left[ \frac{\partial C_{z,x}^\pm}{\partial y} - 2\bar{h}_2 \alpha_2 (C_{x,z}^+ + C_{x,z}^-) \right]_{y=0} = 0 \quad (30)$$

получим дисперсионное уравнение для нормальных волн

$$4\bar{h}_2^2 \alpha_2^2 \left( \frac{1}{g_z^+} + \frac{1}{g_z^-} \right) \left( \frac{1}{g_x^+} + \frac{1}{g_x^-} \right) = -1. \quad (31)$$

Как и в одномерном случае, дисперсионная поверхность нормальной волны лежит ниже светового конуса (рис. 5, *b*), т.е. волна является замедленной и прижатой к периодической структуре. При  $\Gamma_{x,z} = 0$  декременты поперечного экспоненциального спада поля равны  $|g_{z,x}^\pm| = 4\bar{h}_2 \alpha_2$ , а отстройка от брэгговской частоты  $\omega_2 = c\bar{h}_2$  дается соотношением  $\Omega = -8\bar{h}_2 c \alpha_2^2$ .



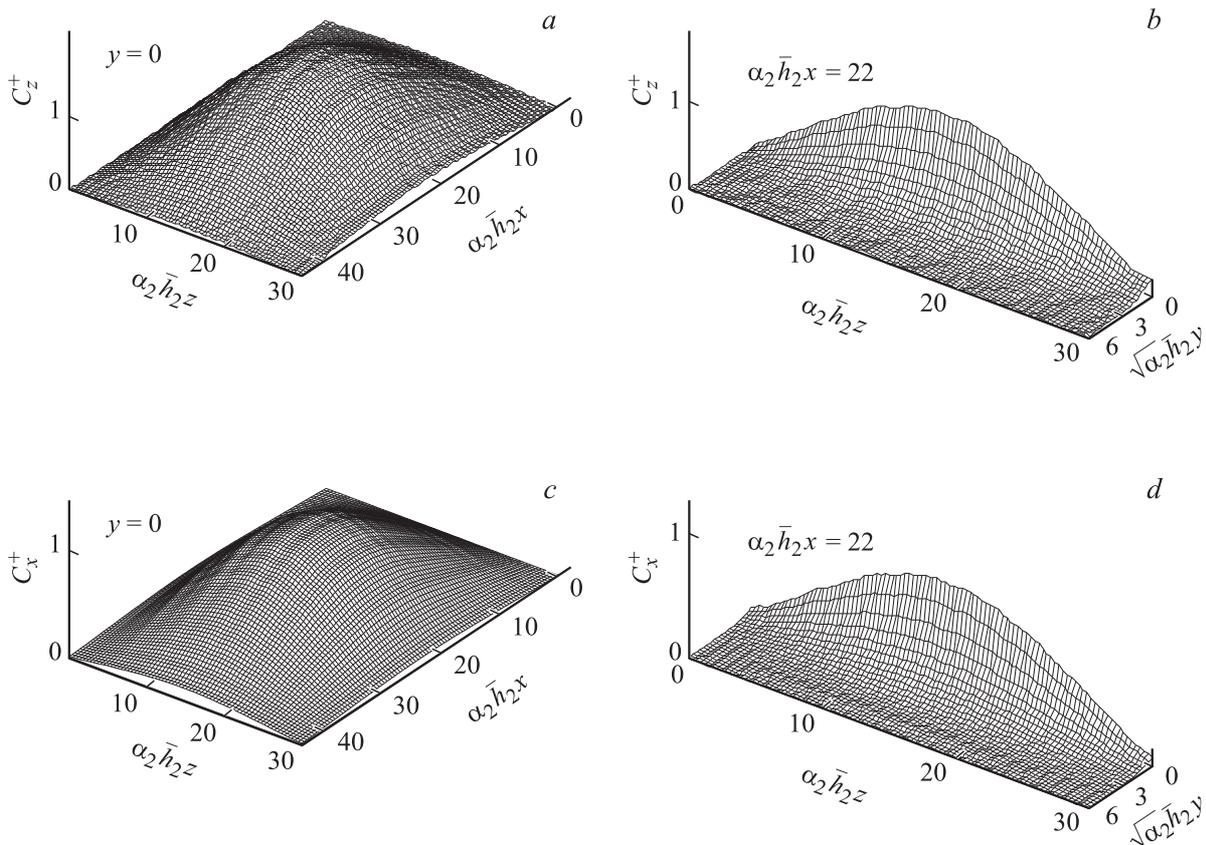
**Рис. 5.** *a* — схема генератора поверхностной волны с планарной двумерно-периодической замедляющей системой, запитываемого ленточным электронным потоком; *b* — дисперсионная диаграмма нормальной поверхностной волны.

Для решения задачи о собственных модах, удерживаемых двумерно-периодической структурой конечных размеров  $l_{z,x}$  (рис. 5, *a*), уравнения (28) должны быть дополнены граничными условиями для амплитуд парциальных волновых потоков, которые, как и в одномерном прототипе, соответствуют отсутствию внешних потоков энергии

$$C_z^+|_{z=0} = 0, \quad C_z^-|_{z=l_z} = 0, \quad C_x^+|_{x=0} = 0, \quad C_x^-|_{x=l_x} = 0. \quad (32)$$

Моделирование уравнений (28) с граничными условиями (32) показывает, что исследуемая система обладает спектром высокодобротных мод, обеспечивая селективное выделение основной моды с одной вариацией поля по координатам  $z$  и  $x$ . Профиль парциальных волн, составляющих указанную наиболее высокодобротную моду, показан на рис. 6. Поля всех парциальных волн имеют колоколообразное распределение в плоскости  $(z, x)$  и экспоненциально спадают в  $y$ -направлении (по нормали к гофрированной поверхности), т.е. рассматриваемая мода является поверхностной.

При возбуждении двумерной структуры (25) ленточным прямолинейным электронным потоком группировка частиц происходит под действием продольной компоненты электрического поля парциальной волны  $C_z^+$ , попутной пучку (см. (12)). Соответственно с учетом возбуждения этой волны электронным током самосогласованная система уравнений двумерного релятивистского



**Рис. 6.** Результаты моделирования возбуждения двумерно-периодической структуры коротким электромагнитным импульсом в рамках метода связанных волн: *a-d* — пространственные структуры парциальных волн  $C_{x,z}^+$  для наиболее добротной моды в различных поперечных сечениях:  $\alpha_2 \bar{h}_2 l_z = 30$ ,  $\alpha_2 \bar{h}_2 l_x = 44$ .

генератора поверхностной волны может быть приведена к виду

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{C}_z^+}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{C}_z^+}{\partial \tau} + i \frac{\partial^2 \hat{C}_z^+}{\partial Y^2} &= i \hat{\alpha}_2 (\hat{C}_x^+ + \hat{C}_x^-) \delta(Y) \\ &\quad - \frac{1}{B_e} \frac{\partial}{\partial Y} (F(Y)J), \\ - \frac{\partial \hat{C}_z^-}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{C}_z^-}{\partial \tau} + i \frac{\partial^2 \hat{C}_z^-}{\partial Y^2} &= i \hat{\alpha}_2 (\hat{C}_x^+ + \hat{C}_x^-) \delta(Y), \\ \pm \frac{\partial \hat{C}_x^\pm}{\partial X} + \frac{\partial \hat{C}_x^\pm}{\partial \tau} + i \frac{\partial^2 \hat{C}_x^\pm}{\partial Y^2} &= i \hat{\alpha}_2 (\hat{C}_z^+ + \hat{C}_z^-) \delta(Y), \end{aligned} \quad (33)$$

где  $X = G \bar{h}_2 x$ ,  $\hat{C}_{x,z}^\pm = \frac{e C_{x,z}^\pm \mu}{m c \omega_2 \gamma_0 G^{3/2}}$ ,  $\hat{\alpha}_2 = \alpha_2 \sqrt{2/G}$ , а остальные обозначения совпадают с использованными выше.

Высокочастотный ток  $J(Z, X, Y, \tau) = 1/\pi \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0$  находится из решения уравнений движения частиц (17).

Приведенный КПД в стационарном режиме автоколебаний определяется соотношением

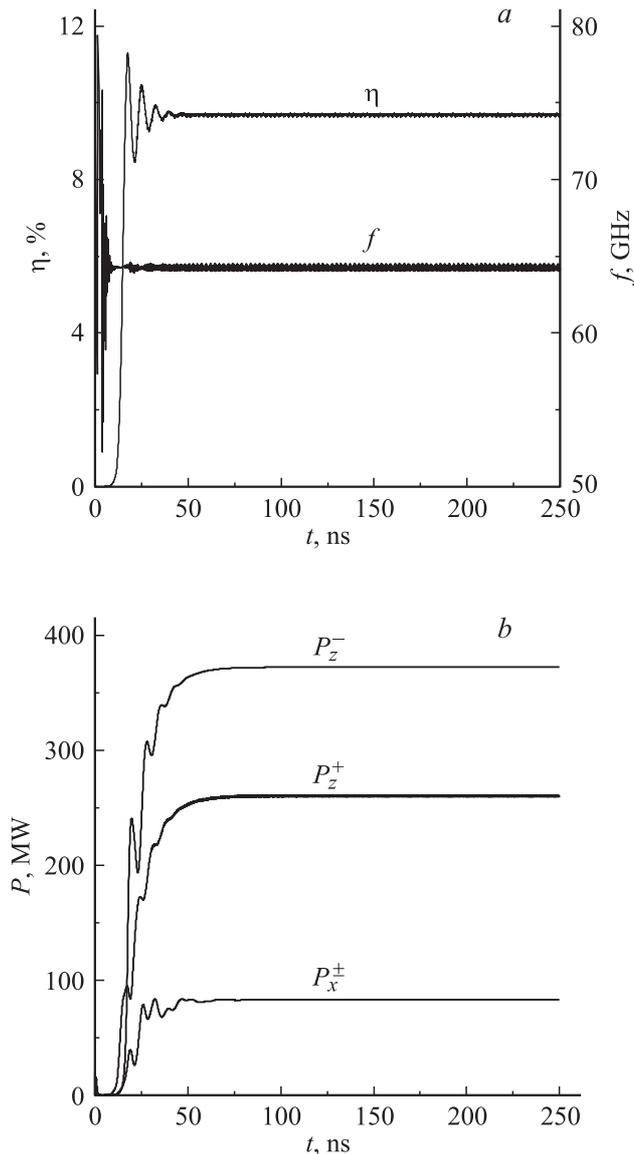
$$\hat{\eta} = \frac{1}{2\pi B} \int_0^{L_x} \int_0^B \int_0^{2\pi} \left( -\hat{\Delta} + \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right) \Big|_{Z=L_x} F(y) d\theta_0 dY dX, \quad (34)$$

где  $L_{z,x} = G \bar{h}_2 l_{z,x}$  — нормированные размеры гофрированной поверхности.

В случае транспортировки ленточного электронного потока в планарном волноводе уравнения (29) следует дополнить граничным условием  $\partial \hat{C}_{x,z}^\pm / \partial Y|_{Y=B} = 0$ , задаваемым на второй, не имеющей гофрировки, пластине, и при численном моделировании разложить решение уравнений (33) по модам регулярного планарного волновода:

$$\hat{C}_{x,z}^\pm = \sum_{n=0}^{\infty} \hat{C}_{x,z}^{n\pm}(Z, \tau) \cos\left(\frac{n\pi Y}{B}\right).$$

Проведем на основе уравнений (33), (17) моделирование планарного 4-mm релятивистского генератора поверхностной волны. Параметры ленточного электронного пучка выберем близкими к параметрам пучка, реализованного на сильноточном ускорителе ЭЛМИ (ИЯФ СО РАН, Новосибирск). Пусть энергия частиц составляет 1 MeV, погонная плотность тока  $I_0 = 280$  A/cm ( $G \approx 0.01$ ). Толщина пучка по оси  $y$  должна быть порядка  $b_e = 5$  mm. Гофрировка с амплитудой  $b_2 = 0.5$  mm в соответствии с длиной волны имеет период  $d_2 = 4$  mm. Длину и ширину гофрированного участка планарного волновода выберем равными  $l_z = 19.6$  и  $l_x = 27$  cm. Указанные физические параметры соответствуют нормированным величинам  $L_x = 3.8$ ,  $L_z = 2.7$ ,  $B_e = 1$ ,  $\hat{\alpha}_2 = 1$ ,  $\hat{\Delta} = 6.9$ , для которых установление стационарного режима генерации с частотой, лежащей ниже брэгговской



**Рис. 7.** Моделирование генератора поверхностной волны с двумерно-периодической замедляющей системой: *a* — временная зависимость КПД и частоты генерации; *b* — временные зависимости потоков мощности, излучаемых в различных направлениях в процессе установления стационарного режима генерации;  $L_x = 3.8$ ,  $L_z = 2.7$ ,  $B_e = 1$ ,  $\tilde{\alpha}_1 = 1$ ,  $\tilde{\Delta} = 6.9$ .

частоты, показано на рис. 7. На данном рисунке приведены нормированные потоки энергии, излучаемые с различных концов области взаимодействия

$$P_z^\pm = \int_0^B \int_0^{L_x} (|\tilde{C}_z^\pm|^2) \Big|_{Z=L_z,0} dXdY,$$

$$P_x^\pm = \int_0^B \int_0^{L_x} (|\tilde{C}_x^\pm|^2) \Big|_{X=L_x,0} dXdY. \quad (35)$$

В рассматриваемом варианте наибольшая часть мощности излучения высвечивается в направлении, обратном

направлению поступательного движения частиц. При этом мощность, связанная с поперечными потоками энергии, относительно мала. В соответствии с отрицательным сдвигом частоты относительно брэгговской в стационарном режиме генерации поля парциальных волн оказываются прижаты к поверхности периодической системы и при  $B > 2$  положение второй пластины практически не оказывает влияния на процесс взаимодействия. В плоскости  $(z, x)$  амплитуды парциальных волн имеют регулярную колоколообразную структуру, которая аналогична показанной на рис. 6 структуре основной моды „холодной“ системы. Электронный КПД составляет около 10% ( $\tilde{\eta} \approx 0.7$ ), что при параметрах моделирования соответствует интегральной мощности излучения  $\sim 0.75$  GW. Следует подчеркнуть, что использование двумерно-периодической структуры (25) обеспечивает установление стационарного режима генерации при поперечном размере  $l_x$ , превышающим 50 $\lambda$ , что на порядок превосходит возможности обеспечения поперечной синхронизации за счет дифракционного механизма в традиционных схемах генераторов поверхностной волны (рис. 4). CST-моделирование подтверждает этот вывод.

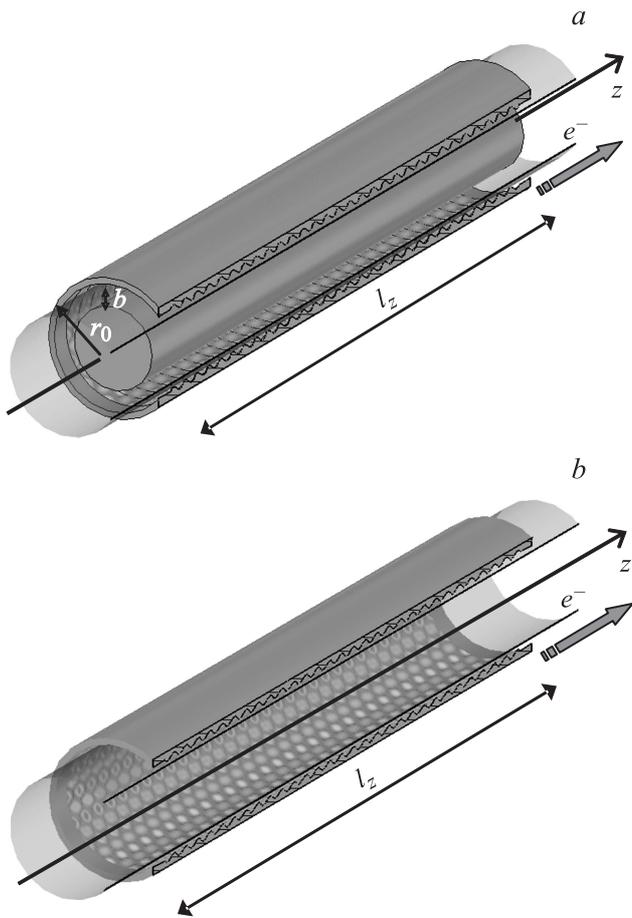
#### 4. Генераторы поверхностной волны с двумерно-периодическими структурами коаксиальной и цилиндрической геометрии

Двумерно-периодические структуры могут быть использованы и в генераторах поверхностной волны на основе коаксиальных и полых цилиндрических волноводов (рис. 8). В этом случае оказывается возможной азимутальная синхронизация излучения трубчатых электронных пучков большого диаметра. Например, в работе [25] описано формирование РЭП с диаметром до 30 см.

Рассмотрим здесь коаксиальную модель генератора поверхностной волны, предполагая, что на поверхность внешнего проводника нанесена двумерно-периодическая гофрировка, представляющая собой суперпозицию двух  $\overline{M}$ -заходных винтовых гофрировок с противоположными направлениями вращения

$$b = \frac{b_2}{4} [\cos(\overline{M}\varphi - \overline{h}_z z) + \cos(\overline{M}\varphi + \overline{h}_z z)], \quad (36)$$

где  $\overline{h}_z = 2\pi/d_z$ ,  $d_z$  — период гофрировки вдоль координаты  $z$ . Если коаксиальный волновод имеет малую кривизну, т.е. радиус волновода существенно превосходит длину волны  $\lambda$ , то можно ввести координату  $x = r_0\varphi$  вдоль азимута волновода и использовать квазиплоскую модель для описания связи волн (26). В таком приближении поле вблизи гофрированной поверхности (36) формируется четырьмя квазиоптическими волновыми



**Рис. 8.** Схема генераторов поверхностной волны с двумерно-периодическими структурами коаксиальной (а) и цилиндрической (b) геометрии, запитываемые трубчатыми электронными пучками.

пучками

$$\mathbf{H} = \text{Re} \left[ \left( \mathbf{x}_0 (C_z^+(x, z, y, t) e^{-i\bar{h}_z z} + C_z^-(x, z, y, t) e^{i\bar{h}_z z}) + \mathbf{z}_0 (C_x^+(x, z, y, t) e^{-i\bar{h}_x x} + C_x^-(x, z, y, t) e^{i\bar{h}_x x}) \right) e^{i\omega t} \right], \quad (37)$$

два из которых ( $C_z^\pm$ ) распространяются в  $\pm z$ -направлениях, а два других ( $C_x^\pm$ ) — в азимутальных  $\pm x$ -направлениях. Радиальная координата  $y$  отсчитывается по нормали от поверхности внешнего гофрированного проводника. Предположим, что геометрические параметры системы обеспечивают выполнение соотношений  $\bar{h}_z = \bar{h}_x = \bar{h}_2$ , где  $\bar{h}_x = \bar{M}/r_0$ ,  $r_0$  — радиус внешнего проводника (рис. 8, а). В таких условиях продольно-распространяющиеся волны ( $C_z^\pm$ ) связываются с азимутально-распространяющимися волнами ( $C_x^\pm$ ). Соответственно в отсутствие электронного потока связи парциальных волновых пучков описывается уравнениями (28), которые с учетом коаксиальной геометрии следует дополнить

условием цикличности для всех парциальных волн

$$C_{z,x}^\pm(x + l_x, z, y, t) = C_{z,x}^\pm(x, z, y, t), \quad (38)$$

где  $l_x = 2\pi r_0$  — периметр резонатора. Это позволяет разложить поля в ряд Фурье

$$C_{z,x}^\pm(x, z, y, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{z,x}^{\pm m}(z, y, t) e^{2\pi i m x / l_x}, \quad (39)$$

рассматривая каждую гармонику как моду с азимутальным индексом  $m$ . В линейном приближении моды независимы. Соответственно, подставляя решения уравнений (28) в виде  $C_{z,x}^\pm(x, z, y, t) = C_{z,x}^{\pm m}(z, y, t) \exp(\pm i \Gamma_x^m x)$ , где  $\Gamma_x^m = 2\pi m / l_x$ , для моды с заданным азимутальным индексом  $m$  получим

$$\begin{aligned} \pm \frac{\partial C_z^{\pm m}}{\partial z} + \frac{\partial C_z^{\pm m}}{c \partial t} + i \frac{\partial C_z^{\pm m}}{2\bar{h}_2 \partial y^2} &= i \alpha_2 (C_x^{+m} + C_x^{-m}) \delta(y), \\ \pm i \Gamma_x^m C_x^\pm + \frac{\partial C_x^{\pm m}}{\partial z} + i \frac{\partial^2 C_x^{\pm m}}{2\bar{h}_2 \partial y^2} &= i \alpha_2 (C_z^{+m} + C_z^{-m}) \delta(y). \end{aligned} \quad (40)$$

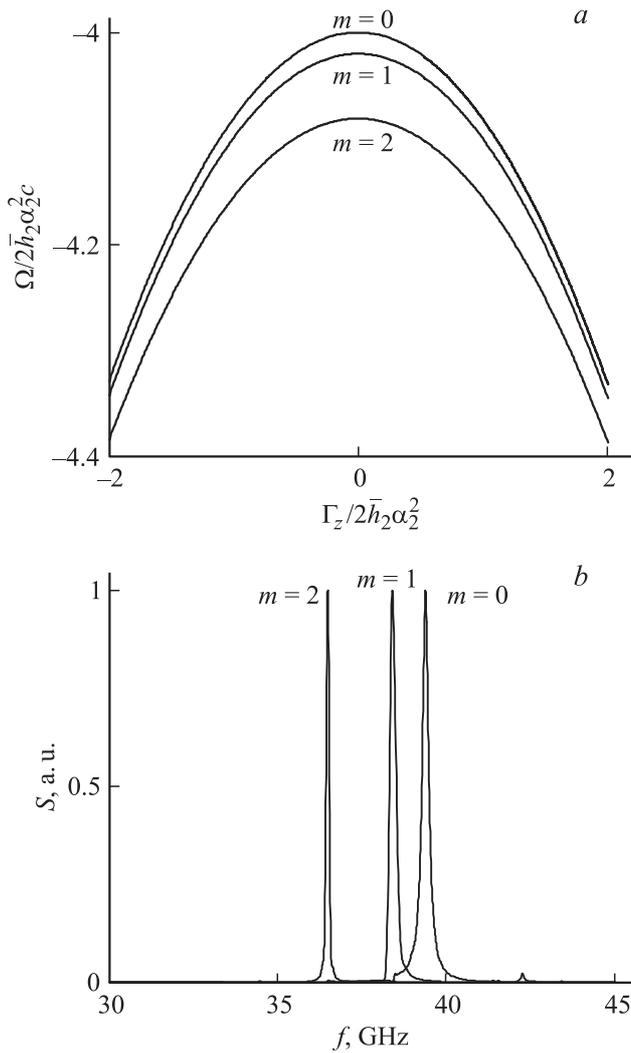
Для безграничной в продольном направлении коаксиальной системы представим решение уравнений (40) в области  $y > 0$  в виде

$$C_z^{\pm m} \sim \exp i(\Omega t \mp \Gamma_z z - g_z^\pm y), \quad C_x^{\pm m} \sim \exp i(\Omega t - g_x^\pm y),$$

где  $g_z^\pm = i \sqrt{-2\bar{h}_2(\Omega/c \pm \Gamma_z)}$ ,  $g_x^\pm = i \sqrt{-2\bar{h}_2(\Omega/c \mp \Gamma_x^m)}$  — поперечные волновые числа. Предположим также, что зазор между внешним и внутренним проводниками достаточно велик в масштабе декремента спадающей поверхностных волн. В таких предположениях получим дисперсионное уравнение, которое по виду совпадает с (31), но величины  $\Gamma_x^m$  принимают дискретные значения. Соответственно представленная на рис. 5, b дисперсионная поверхность распадается на ряд кривых рис. 9, a, каждая из которых описывает дисперсию моды с азимутальным индексом  $m$ . Важно отметить, что дисперсионные кривые мод с высокими азимутальными номерами лежат ниже дисперсионной характеристики азимутально-симметричной моды  $m = 0$ . Вследствие подобной топологии дисперсионных кривых для коаксиального резонатора конечной длины  $l_z$  интервал между частотами собственных мод с различными азимутальными индексами составляет

$$\Delta\omega/\omega \approx (\lambda/l_x). \quad (41)$$

При этом с ростом азимутального индекса  $m$  частота моды снижается. На рис. 9, b приведены результаты CST-моделирования возбуждения собственных мод начальным импульсом при  $r_0 = 2$  см. Спектральные максимумы соответствуют модам с различным азимутальным индексом. При этом частотный сдвиг между модами с  $m = 0$  и  $m = 1$  согласуется с формулой (41) и составляет  $\Delta f \approx 1$  GHz. Абсолютные значения добротностей



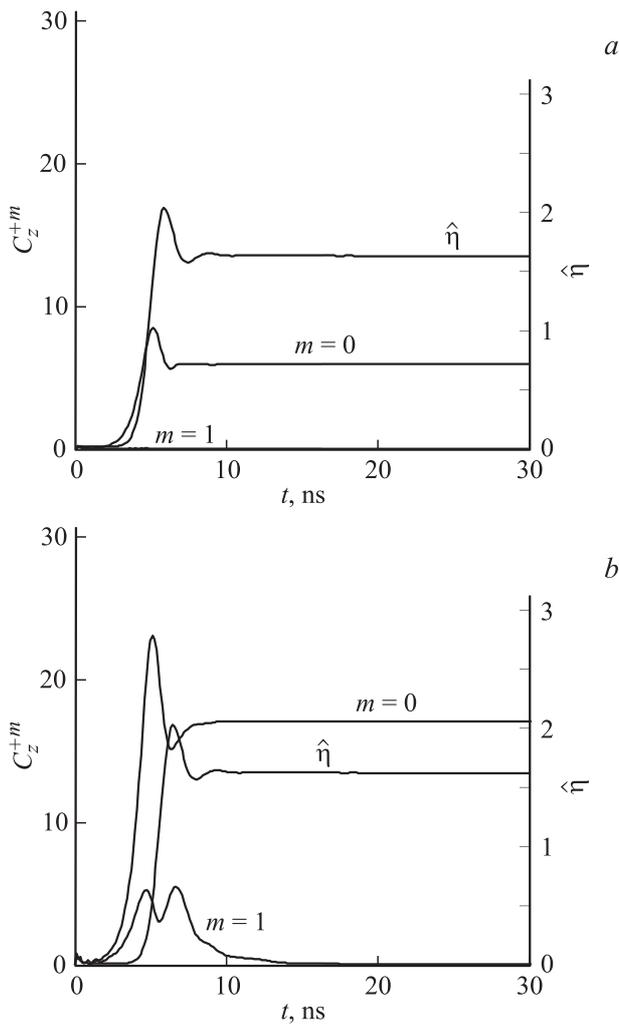
**Рис. 9.** *a* — дисперсионные кривые нормальных поверхностных волн коаксиальной двумерно-периодической структуры, соответствующие модам с различным азимутальным индексом:  $m = 0, 1, 2$  при  $\alpha_2 \bar{h}_2 l_x = 10$ ; *b* — результаты GST-моделирования возбуждения собственных мод начальным импульсом. Показаны спектры поля на конечной стадии эволюции, на котором происходит выделение мод с различным числом азимутальных вариаций ( $r_0 = 2$  см,  $l_z = 10$  см,  $d_2 = 7$  мм,  $b_2 = 1$  мм).

различных мод близки между собой. Таким образом, электродинамическая селекция мод по азимутальному индексу в данном случае отсутствует. Вместе с тем возможность селективного возбуждения электронным пучком моды с фиксированным азимутальным индексом обусловлена тем, что в двумерной структуре (37) парциальные волны  $C_x^\pm$  являются квазикритическими и их наличие приводит к существенному разрежению спектра поверхностных мод по сравнению с многоволновыми черенковскими генераторами [6–10] с традиционной осесимметричной гофрировкой:  $b = b_1 \cos(\bar{h}_1 z)$ . В последнем случае характерный частотный интервал между модами с различными азимутальными индексами

составляет  $\Delta\omega/\omega \approx (\lambda/l_x)^2$  и при большой сверхразмерности значительно меньше интервала (41). Например, при указанном выше радиусе  $r_0 = 2$  см частотный интервал между соседними азимутальными модами в случае традиционной осесимметричной гофрировки составит  $\Delta f \approx 150$  МГц. Соответственно в традиционных генераторах инкременты возбуждения различных азимутальных мод электронным потоком практически совпадают, что при большой сверхразмерности приводит к реализации мультстабильных режимов генерации, в которых азимутальный индекс моды в установившемся режиме зависит от начальных условий.

В генераторах поверхностной волны с двумерно-периодической гофрировкой имеет место электронная селекция мод по азимутальному индексу за счет различия в инкрементах возбуждения различных мод. Такая селекция эффективна пока периметр структуры меньше ее продольного размера. Динамика генераторов поверхностной волны коаксиальной геометрии в рассматриваемом приближении будет описываться уравнениями (33), которые следует дополнить условием (38) цикличности для всех парциальных волн. При этом связь и конкуренция мод с различными азимутальными индексами возникают за счет электронного пучка на нелинейной стадии взаимодействия. На основе указанных уравнений проведем моделирование релятивистского генератора поверхностной волны 8 мм диапазона, запитываемого РЭП с энергией частиц 1 MeV, погонной плотностью тока 100 А/см и среднем радиусом, меняющимся в интервале 2.2–6.6 см. Толщина электронного пучка равна 1 мм при зазоре между пучком и гофром  $\sim 0.5$  мм. Период гофра с глубиной  $b_2 = 1$  мм выберем равным  $d = 7$  мм. Пусть длина гофрированного участка, определяющая длину пространства взаимодействия, равна  $l_z = 21$  см. Указанные физические параметры соответствуют нормированным величинам:  $G \approx 0.01$ ,  $\hat{\alpha}_2 = 2.2$ ,  $\hat{\Delta} \approx 8$ ,  $L_z = 1.5$ ,  $B_e = 0.1$ ,  $L_x = 1-3$ .

На рис. 10 показаны временные зависимости амплитуды различных азимутальных составляющих в поле попутного волнового пучка  $\hat{C}_z^+$  при различных периметрах. В качестве начальных условий были заданы малые затравочные значения для различных мод. При периметре  $l_x = 12$  см инкремент симметричной моды настолько превышает инкременты несимметричных мод, что возбуждение последних практически незаметно. Однако с увеличением периметра до  $l_x = 36$  см значения инкрементов сближаются, и только на нелинейной стадии азимутально-симметричная мода подавляет генерацию на других модах. В результате в стационарном режиме генерации поле излучения на выходе имеет азимутально-симметричную структуру, т.е. амплитуды всех парциальных волновых потоков не зависят от азимутальной координаты  $x$ . В этом случае выносящие из пространства взаимодействия волновые потоки  $\hat{C}_z^\pm$  имеют азимутально-симметричную структуру. При этом внутри пространства взаимодействия интерференция волн  $\hat{C}_x^\pm$  приводит к формированию по азимутальной

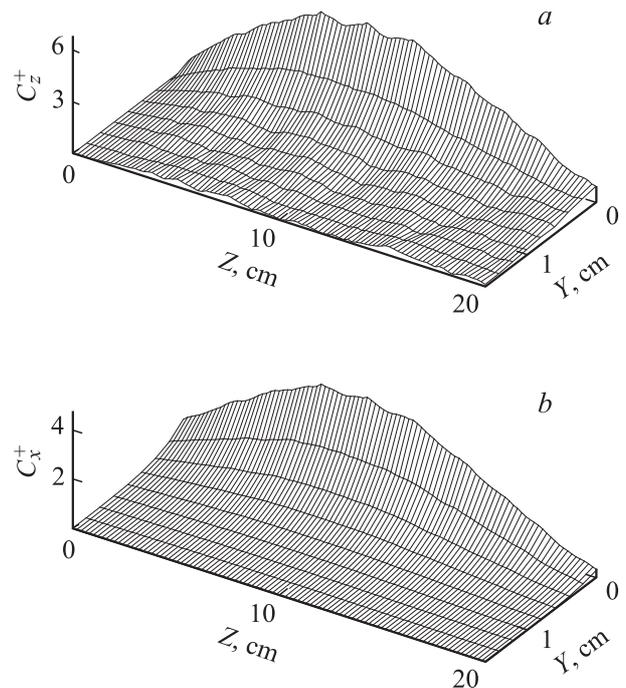


**Рис. 10.** Результаты моделирования коаксиального генератора поверхностной волны в рамках метода связанных волн: временные зависимости нормированного КПД и амплитуд различных азимутальных мод при увеличении периметра: *a* —  $L_x = 1$ , *b* —  $L_x = 3$ :  $\hat{\alpha}_2 = 2.2$ ,  $\hat{\Delta} \approx 8$ ,  $L_z = 1.5$ ,  $B_e = 0.1$ .

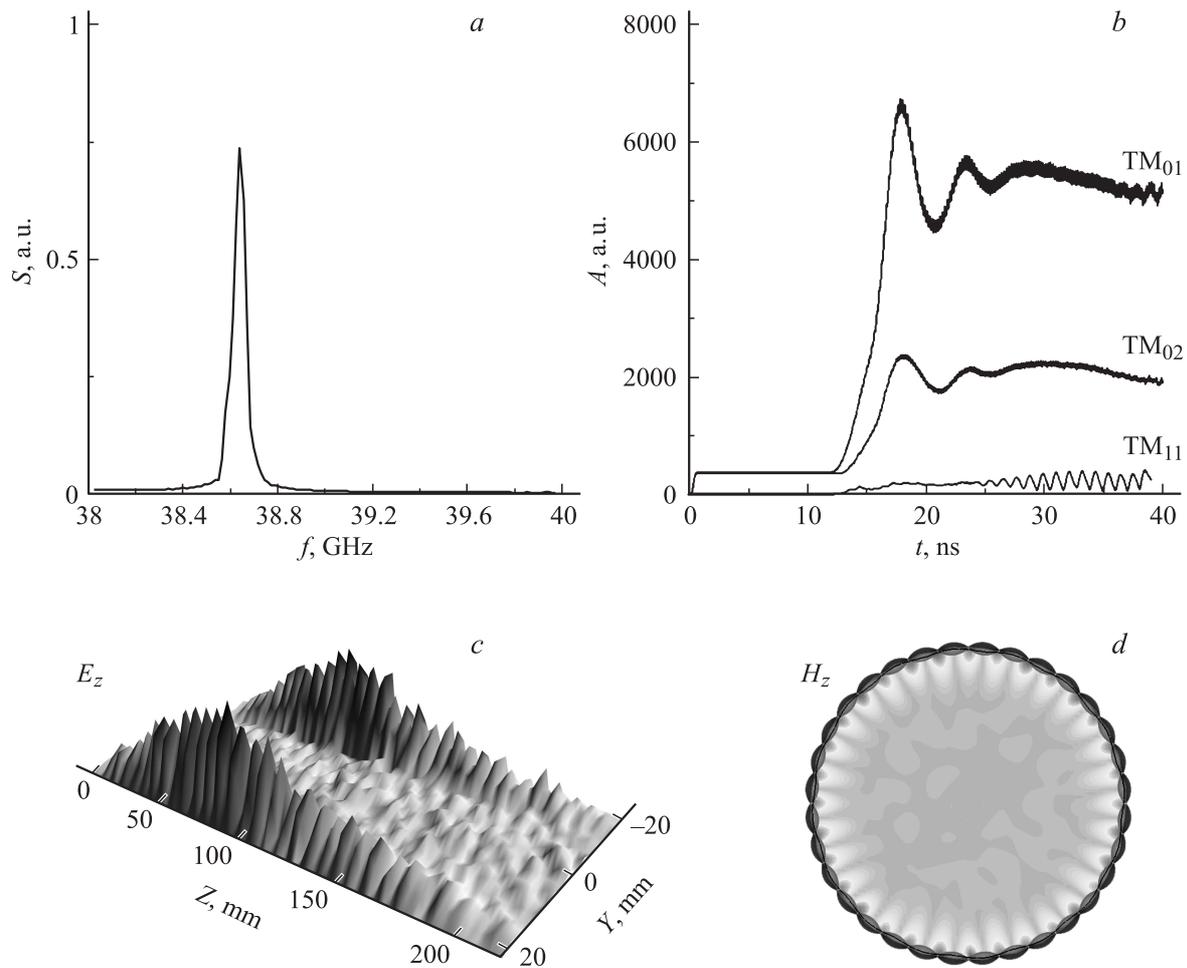
координате  $x$  стоячей волны с числом азимутальных вариаций, равным  $2\bar{M}$ . По координатам  $z$  и  $y$  амплитуды полей всех парциальных волн имеют аналогичное распределение (рис. 11) — колоколообразное по продольной координате  $z$  и экспоненциально спадающее по радиальной координате  $y$ . Таким образом, возбуждающаяся мода является поверхностной. В такой ситуации, если зазор между проводниками достаточно велик  $B \gg 1$ , то положение внутреннего не гофрированного проводника не оказывает влияния на режим и параметры генерации. Следовательно, этот проводник может быть удален, а двумерно-периодическая структура (36) может быть использована для азимутальной селекции мод в сверхразмерных генераторах поверхностной волны с цилиндрическими резонаторами.

Данный вывод подтверждается результатами прямого численного моделирования цилиндрического генератора поверхностной волны (рис. 8, *b*) в рамках PIC-кода CST

с трубчатым электронным пучком, параметры которого наряду с характеристиками гофрировки внутренней поверхности волновода указаны выше. При достаточно большой сверхразмерности (периметр  $\sim 16\lambda$ ) независимо от выбора начальных условий устанавливался стационарный режим генерации на совокупности азимутально-симметричных мод регулярного цилиндрического волновода. На рис. 12, *a* показано разложение выходного излучения по указанным модам, из которого следует, что в установившемся режиме генерации представлены моды  $TM_{01}$  и  $TM_{02}$ , формирующие поверхностную волну. Несимметричные компоненты, например  $TM_{11}$ , пренебрежимо малы. Характерное распределение продольной компоненты электрического поля  $E_z$  на рис. 12, *b* также демонстрирует формирование поверхностной волны. В рамках метода связанных волн эта компонента соответствует интерференции парциальных волн  $C_z^-$  и  $C_z^+$ , распространяющихся в продольном направлении. Видно колоколообразное распределение волн по продольной координате и радиальное спадание полей по радиальной координате по закону, близкому к экспоненциальному. Представленная на рис. 12, *c* продольная компонента магнитного поля  $H_z$  соответствует интерференции парциальных волн  $C_x^-$  и  $C_x^+$ , распространяющихся в азимутальном направлении. В результате по азимутальной координате формируется стоячая волна из имеющих противоположное направление вращения  $TE$ -мод с азимутальным индексом  $m$ , равным числу заходов спирали  $\bar{M}$  (в моделируемом варианте  $\bar{M} = 16$ ). При полном токе пучка 1 кА и энергии частиц 1 МэВ на рабочей частоте 38.6 GHz выходная мощность мо-



**Рис. 11.** Пространственные распределения полей парциальных волновых потоков  $C_z^+$  (*a*) и  $C_x^+$  (*b*) в стационарном режиме генерации при  $L_x = 1$ .



**Рис. 12.** PIC-моделирование установления стационарного режима генерации на азимутально-симметричной поверхностной волне в цилиндрическом генераторе поверхностной волны 8-мм-диапазона с двумерно-периодической замедляющей системой: *a* — разложение выходного излучения по модам регулярного цилиндрического волновода (в установившемся режиме генерации представлены азимутально-симметричные моды  $TM_{01}$  и  $TM_{02}$ ); *b* — спектр излучения; *c, d* — мгновенные распределения полей  $E_z$  и  $H_z$  внутри пространства взаимодействия, демонстрирующие формирование поверхностной моды ( $r_0 = 2$  см,  $l_z = 21$  см,  $d_2 = 7$  мм,  $b_2 = 1$  мм).

делируемого генератора  $P \sim 100$  MW при электронном КПД 10%.

## Заключение

Таким образом, предложенный в работах [12,13] квазиоптический подход, в рамках которого поля излучения представляются в виде волновых пучков, связанных на гофрированной поверхности, не только позволяет построить адекватную теорию канонических схем генераторов поверхностной волны, но может быть использован для синтеза новых схем. К числу таких схем относятся рассмотренные в данной работе генераторы поверхностной волны планарной, коаксиальной и цилиндрической геометрий с двумерно-периодическими замедляющими структурами. Использование двумерных структур позволяет обеспечить генерацию мощного пространственно-когерентного излучения от широких

ленточных и трубчатых прямолинейных электронных пучков. При этом результаты, получаемые на основе усредненного подхода, подтверждаются результатами прямого численного моделирования в рамках стандартного PIC-кода CST. Важно подчеркнуть, что при соответствующем масштабировании генераторы поверхностной волны могут быть реализованы в субмиллиметровом диапазоне [13]. Заметим также, что с точки зрения упрощения технологии изготовления двумерно-периодические структуры с синусоидальной гофрировкой могут быть заменены структурами с шахматной гофрировкой [17,18].

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 10-02-01395, гранта президента РФ № МК-5530.2011.2, а также Федеральной целевой программы „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009–2013 гг.

## Список литературы

- [1] *Urata J., Goldstein M., Kimmitt M.F.* et al. // *Phys. Rev. Lett.* 1998. Vol. 80. P. 516.
- [2] *Shin Y.M., So J.K., Jang K.H.* et al. // *Phys. Rev. Lett.* 2007. Vol. 99. P. 147 402.
- [3] *Bratman V.L., Fedotov A.E., Makhalov P.B.* // *Appl. Phys. Lett.* 2011. Vol. 98. N 6. P. 061 503.
- [4] *Andrews H.L., Brau C.A.* // *Phys. Rev. ST. Accel. Beams.* 2004. Vol. 7. P. 070 701.
- [5] *Prokop C., Piot P., Lin M.C., Stolz P.* // *Appl. Phys. Lett.* 2010. Vol. 96. P. 151 502.
- [6] *Бугаев С.П., Канавец В.И., Кошелев В.И., Черепенин В.А.* Релятивистские многоволновые СВЧ-генераторы. Новосибирск: Наука, 1991. 296 с.
- [7] *Бугаев С.П., Канавец В.И., Климов А.И.* и др. // *ДАН СССР.* 1984. Т. 276. № 5. С. 1102–1104.
- [8] *Бугаев С.П., Канавец В.И., Кошелев В.И.* и др. // *Радиотехника и электроника.* 1989. Т. 34. № 2. С. 400–408.
- [9] *Vlasov A.N., Shkvarunets A.G., Rodgers J.S.* et al. // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 2000. Vol. 28. P. 235–245.
- [10] *Bugaev S.P., Cherepenin V.A., Kanavets V. I.* et al. // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 1990. V. 18. P. 525–536.
- [11] *Bratman V.L., Denisov G.G., Ofitserov M.M.* et al. // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 1987. Vol. 15. P. 2–15.
- [12] *Гинзбург Н.С., Заславский В.Ю., Малкин А.М., Сергеев А.С.* // *Письма в ЖТФ.* 2011. Т. 37. Вып. 13. С. 31–39.
- [13] *Ginzburg N.S., Malkin A.M., Sergeev A.S., Zaslavsky V.Yu.* // *Appl. Phys. Lett.* 2011. Vol. 99. P. 121 505.
- [14] *Гинзбург Н.С., Заславский В.Ю., Малкин А.М., Сергеев А.С.* // *Письма в ЖТФ.* 2012. Т. 38. Вып. 4. С. 66–71.
- [15] *Гинзбург Н.С., Песков Н.Ю., Сергеев А.С.* // *Письма в ЖТФ.* 1992. Т. 18. Вып. 9. С. 23–28.
- [16] *Гинзбург Н.С., Заславский В.Ю., Песков Н.Ю., Сергеев А.С.* // *ЖТФ.* 2010. Т. 80. Вып. 3. С. 9–20.
- [17] *Konoplev I.V., Cross A.W., Phelps A.D.R.* et al. // *Phys. Rev. E.* 2007. Vol. 76. P. 056 406.
- [18] *Аржанников А.В., Гинзбург Н.С., Заславский В.Ю.* и др. // *Письма в ЖЭТФ.* 2008. Т. 87. № 11. С. 715–719.
- [19] *Каценеленбаум Б.З.* Теория нерегулярных волноводов с медленно-меняющимися параметрами. М.: АН СССР. 1961. С. 218.
- [20] *Ковалев Н.Ф., Орлова И.М., Петелин М.И.* // *Изв. вузов Радиофизика.* 1968. Т. 11. С. 783.
- [21] *Вайнштейн Л.А., Солнцев В.А.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. радио, 1973. С. 152.
- [22] *Братман В.Л., Махалов П.Б., Федотов А.Э., Хаймович И.М.* // *Изв. вузов. Радиофизика.* 2007. Т. 50. № 10–11. С. 859–865.
- [23] *Fedotov A.E., Makhalov P.B.* // *Proc. of 35<sup>th</sup> Int. Conf. of Infrared, Millimeter and Terahertz Waves (IRMMW-THz-2010).* Romw, Italy, 2010. We-P. 76.
- [24] *Гинзбург Н.С., Заславский В.Ю., Иляков Е.В.* и др. // *ЖТФ.* 2011. Т. 81. Вып. 12. С. 93–103.
- [25] *Бастриков А.Н., Бугаев С.П., Киселев И.Н.* и др. // *ЖТФ.* 1988. Т. 55. Вып. 3. С. 483.