01;07

Светорассеяние на диэлектрических телах произвольной формы, помещенных в слоистую среду, с приложением к задачам биомедицинской оптики. I. Теория и модель расчета

© К.Г. Куликов

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,
195251 Санкт-Петербург, Россия
email: kulikov_kg@hotbox.ru

(Поступило в Редакцию 16 апреля 2012 г.)

Предложена математическая модель для прогноза оптических характеристик (коэффициента преломления и поглощения) моделируемой биоткани, зондируемых лазерным пучком для случая *in vivo*. При этом форменные элементы крови моделируются частицами неправильной формы различного размера, произвольно ориентированных в свободном пространстве.

Введение

В настоящее время в биофизических исследованиях уделяется большое внимание развитию расчетных методов теории взаимодействия электромагнитных волн со взвесями диэлектрических частиц произвольной формы. Это связано с тем, что информация о поглощении и рассеянии излучения различными взвесями требуется во многих случаях, например, при оптическом зондировании суспензий химических и биологических частиц, разработке экспресс-методов изучения биологических объектов и т. д.

Следует отметить ряд работ [1–4], где исследовалась возможность теоретического построения оптических характеристик диэлектрических частиц разнообразной формы и структуры.

Задачу рассеяния на телах произвольной формы будем решать методом интегральных уравнений, получившим название метода расширенных граничных условий (EBCM) [5,6]. Отметим, что метод дает точное решение задачи рассеяния света частицей произвольной формы в виде бесконечных рядов, однако максимальное число членов разложения, которое требуется для достижения разумной точности, зависит от формы, размера и показателя преломления рассеивателя.

В настоящей работе построена математическая модель, которая позволяет варьировать электрофизические и геометрические параметры (толщины слоев) моделируемой биологической структуры и на каждый просчитанный вариант представлять результат в виде графика, описывающего зависимость интенсивности лазерного излучения от электрофизических характеристик модельной структуры.

Задача состоит из нескольких частей. В первой части необходимо было найти коэффициент отражения плоской волны от плавно нерегулярного слоя, моделирующего заданную биологическую структуру [7], состоящую из двух непрерывных слоев и третьего, содержащего неоднородные включения, моделирующие клетки крови с различными показателями преломления. Отметим, что с целью достижения наибольшего соответствия структуре реального объекта исследования границы раздела слоев модельной среды были представлены в виде волнистых поверхностей

$$z_1 = h_1(x, y), \qquad z_2 = h_2(x, y),$$

где

$$h_1(x, y) = c_1 \sin(a_1 x + b_1(y)),$$
$$h_2(x, y) = c_2 \sin(a_2 x + b_2(y)),$$

a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2 — некоторые произвольно задаваемые константы, причем $a_i \ll 1$, $b_i \ll 1$, $c_i \ll 1$, где $(i = \overline{1,\ 2})$.

Во второй части необходимо было решить задачу об отражении гауссова пучка с произвольным поперечным сечением применительно к вышеуказанным условиям [7]. Построения этих частей носят вспомогательный характер.

Непосредственно в настоящей работе решена задача светорассеяния на частицах нерегулярной формы, моделирующих эритроциты, произвольно ориентированных в свободном пространстве с учетом их многократного рассеяния, и задача моделирования эффективности поглощения света основными производными гемоглобина крови: оксигемоглобина (HbO_2) и деоксигемоглобина (Hb) крови человека в верхних слоях дермы человека.

1. Матричная формулировка рассеяния для j-частицы произвольной формы

С точки зрения биомедицинской оптики цельная кровь представляет собой высококонцентрированную мутную среду, рассеивающие и поглощающие свойства которой определяются главным образом эритроцитами. Поэтому в настоящем разделе сосредоточим наше внимание на том, что в крови присутствуют эритроциты, а также на их оптических свойствах. Влиянием на светорассеяние остальных форменных элементов будем пренебрегать, что не нарушает общности и корректности постановки задачи.

В ряде работ эритроцит рассматривается как однородная сфера с объемом, равным объему эритроцита [8,10], что можно рассматривать как первое приближение, а в более детальной разработке целесообразно рассматривать эритроцит как тело нерегулярной формы.

Предполагаем, что размеры частицы, моделирующей эритроцит, больше длины волны падающего поля, т. е.

$$ka^j = \frac{\omega a^j}{c} > 1,$$

где a^j — радиус частицы с номером j, ω — частота падающего поля.

Пусть на группу однородных частиц, моделирующих эритроциты с радиусами a^j и показателями преломления N^j, где j — номера частиц, падает плоская линейно поляризованная электромагнитная волна. Направление падающей волны произвольно. Совокупность частиц рассматривается в 3-мерной системе координат, начало которой расположено в центре частицы с некоторым номером j_0. Радиус-вектор любой другой j-частицы обозначим через $\mathbf{r}_{j_0,j}$. Всюду принимается, что поверхность (обозначим ее через s) частицы достаточно регулярна и к ней применима теорема Грина, а поверхность рассеивателя s имеет непрерывную однозначную нормаль n в каждой точке. Рассматривается только простая гармоническая зависимость от времени с угловой частотой ω, причем множитель $\exp(-i\omega t)$ всюду опускается.

Запишем систему уравнений Максвелла для поля в окрестности частицы с номером j_0, искаженное присутствием других частиц

$$\nabla\times\mathbf{H} = -ik\epsilon\mathbf{E}, \quad \nabla\times\mathbf{E} = -ik\mu\mathbf{H},$$
$$\operatorname{div}\mathbf{E} = 0, \qquad \operatorname{div}\mathbf{H} = 0.$$

На границе между частицей и окружающей средой необходимо наложить граничные условия

$$\mathbf{n}\times\mathbf{E}_i - \mathbf{n}\times E_s = \mathbf{n}\times\mathbf{E}_I, \quad \mathbf{n}\times\mathbf{H}_i - \mathbf{n}\times H_s = \mathbf{n}\times\mathbf{H}_I, \tag{1}$$

где k — волновое число, ϵ — диэлектрическая проницаемость среды, μ — магнитная проницаемость среды, $\mathbf{E}_s$ — рассеянное поле, $\mathbf{E}_I$ — падающее поле, $\mathbf{E}_i$ — внутреннее поле. Выражения для этих полей будут приведены ниже.

Полное поле можно представить в виде $\mathbf{E}(r') = \mathbf{E}_I(r') + \mathbf{E}_s(r')$. Согласно [11], запишем соответствующее интегральное уравнение

$$\mathbf{E}_I(r') + \nabla\times\int_s \mathbf{n}\times\mathbf{E}(r)G(r,r')ds + \frac{i}{k\epsilon}\nabla\times\boldsymbol{\nabla}\times\int_s \mathbf{n}\times\mathbf{H}(r)G(r,r')ds = 0, \tag{2}$$

где $G(r,r')$ — функция Грина, которая определяется следующим образом [11]:

$$G(r,r') = \frac{ik}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}(-1)^m E_{mn}\Big[\mathbf{M}^3_{-mn}(kr,\theta,\varphi) \times\mathbf{M}^1_{mn}(kr',\theta',\varphi') + \mathbf{N}^3_{-mn}(kr,\theta,\varphi)\cdot\mathbf{N}^1_{-mn}(kr',\theta',\varphi')\Big] \tag{3}$$

при $r > r'$,

$$G(r,r') = \frac{ik}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}(-1)^m E_{mn}\Big[\mathbf{M}^1_{-mn}(kr,\theta,\varphi) \times\mathbf{M}^3_{mn}(kr',\theta',\varphi') + \mathbf{N}^1_{-mn}(kr,\theta,\varphi)\cdot\mathbf{N}^3_{-mn}(kr',\theta',\varphi')\Big] \tag{4}$$

при $r' > r$, где $\mathbf{M}_{mn}$, $\mathbf{N}_{mn}$, $\mathbf{M}_{-mn}$, $\mathbf{N}_{-mn}$ — векторные сферические гармоники.

Отметим, что выбор векторных сферических гармоник следует осуществлять на основе свойства инвариантности (в смысле замкнутости), а именно при вращении системы координат векторные сферические гармоники $\mathbf{M}_{mn}$, $\mathbf{N}_{mn}$ должны преобразовываться независимо друг от друга.

Искомым свойствам инвариантности удовлетворяют следующие векторные сферические гармоники [11]:

$$\mathbf{M}^J_{mn}(kr) = (-1)^m d_n z^J_n(kr)\mathbf{C}_{mn}(\theta)\exp(im\varphi), \tag{5}$$

$$\mathbf{N}^J_{mn}(kr) = (-1)^m d_n\left[\frac{n(n+1)}{kr}z^J_n\mathbf{P}_{mn}(\theta) + \frac{1}{kr}z^J_n(kr)\mathbf{B}_{mn}(\theta)\right]\exp(im\varphi), \tag{6}$$

$$\mathbf{B}_{mn}(\theta) = \mathbf{i}_\theta\frac{d}{d\theta}d^n_{0m}(\theta) + \mathbf{i}_\varphi\frac{im}{\sin(\theta)}d^n_{0m}(\theta),$$

$$\mathbf{C}_{mn}(\theta) = \mathbf{i}_\theta\frac{im}{\sin\theta}d^n_{0m}(\theta) - \mathbf{i}_\varphi\frac{d}{d\theta}d^n_{0m}(\theta), \tag{7}$$

$$\mathbf{P}_{mn}(\theta) = \mathbf{i}_r d^n_{om}(\theta), \qquad d_n = \sqrt{\frac{(2n+1)}{4n(n+1)}}, \tag{8}$$

z^J_n — любая из четырез сферических функций:

$$j_n(p) = \sqrt{\frac{\pi}{2p}}J_{n+1/2}(p), \qquad y_n(p) = \sqrt{\frac{\pi}{2p}}Y_{n+1/2}(p),$$

$$h^{(1)}_n = j_n(p) + iy_n(p), \qquad h^{(2)}_n = j_n(p) - iy_n(p),$$

$$d^n_{0m}(\theta) = \frac{(-1)^{n-m}}{2^r n!}\left[\frac{(n+m)!}{(n-m)!}\right]^{1/2} \times\left(1-\cos^2(\theta)\right)^{-m/2}\frac{d^{n-m}}{(d\cos\theta)^{n-m}}\left[1-\cos^2(\theta)^n\right].$$

Запишем разложение падающей волны на поверхности на j-частице по векторным сферическим гармоникам:

$$\mathbf{E}_I(r')(j) = -\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n} iE_{mn}\left[p^j_{mn}\mathbf{N}^{-1}_{mn}(kr') + q^j_{mn}\mathbf{M}^1_{mn}(kr')\right]. \tag{9}$$

Запишем выражение для внутреннего поля на j-частице по векторным сферическим гармоникам

$$\mathbf{E}(r')(j) = -\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n} iE_{mn}\left[d_{mn}^{j}\mathbf{N}_{mn}^{1}(k_1 r') + c_{mn}^{j}\mathbf{M}_{mn}^{1}(k_1 r')\right]. \qquad (10)$$

Запишем разложение для рассеянного поля на j-частице по векторным сферическим гармоникам

$$\mathbf{E}(r')(j) = \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n} iE_{mn}\left[d_{mn}^{j}\mathbf{N}_{mn}^{3}(kr') + b_{mn}^{j}\mathbf{M}_{mn}^{3}(kr')\right]. \qquad (11)$$

Следуя работе [11], подставим последовательно выражения (9)–(11) с учетом (3), (4) и граничных условий вида (1) в интегральное уравнение (2), тогда получим

$$\frac{ik^2}{\pi}\int_s \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}(-1)^m\Big[c_{mn}^{j}\mathbf{n}\times\mathbf{M}_{m'n'}^{1}(k_1 r,\theta,\varphi)$$
$$+ d_{mn}^{j}\mathbf{n}\times\mathbf{N}_{m'n'}^{1}(k_1 r,\theta,\varphi)\Big]\begin{pmatrix}\mathbf{N}_{-mn}^{3}(kr,\theta,\varphi)\\ \mathbf{M}_{-mn}^{3}(kr,\theta,\varphi)\end{pmatrix} ds$$
$$+ \frac{ik^2}{\pi}\sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}}\int_s \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}(-1)^m\Big[c_{mn}^{j}\mathbf{n}\times\mathbf{N}_{m'n'}^{1}(k_1 r,\theta,\varphi)$$
$$+ d_{mn}^{j}\mathbf{n}\times\mathbf{M}_{m'n'}^{1}(k_1 r,\theta,\varphi)\Big]\begin{pmatrix}\mathbf{M}_{-mn}^{3}(kr,\theta,\varphi)\\ \mathbf{N}_{-mn}^{3}(kr,\theta,\varphi)\end{pmatrix} ds$$
$$= -\begin{pmatrix}p_{mn}^{j}\\ q_{mn}^{j}\end{pmatrix}$$

или в матричной форме

$$\begin{pmatrix} I_1^{21}+\tilde{m}I_1^{12} & I_1^{22}+\tilde{m}I_1^{11}\\ I_1^{22}+\tilde{m}I_1^{11} & I_1^{12}+\tilde{m}I_1^{21}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}d^j\\ c^j\end{pmatrix} = -i\begin{pmatrix}p^j\\ q^j\end{pmatrix}, \qquad (12)$$

$\tilde{m}$ — относительный показатель преломления частицы,

$$\frac{ik^2}{\pi}\int_s \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}(-1)^m\Big[c_{mn}^{j}\mathbf{n}\times\mathbf{M}_{m'n'}^{1}(k_1 r,\theta,\varphi)$$
$$+ d_{mn}^{j}\mathbf{n}\times\mathbf{N}_{m'n'}^{1}(k_1 r,\theta,\varphi)\Big]\begin{pmatrix}\mathbf{N}_{-mn}^{1}(kr,\theta,\varphi)\\ \mathbf{M}_{-mn}^{1}(kr,\theta,\varphi)\end{pmatrix} ds$$
$$+ \frac{ik^2}{\pi}\sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}}\int_s \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}(-1)^m\Big[c_{mn}^{j}\mathbf{n}\times\mathbf{N}_{m'n'}^{1}(k_1 r,\theta,\varphi)$$
$$+ d_{mn}^{j}\mathbf{n}\times\mathbf{M}_{m'n'}^{1}(k_1 r,\theta,\varphi)\Big]\begin{pmatrix}\mathbf{M}_{-mn}^{1}(kr,\theta,\varphi)\\ \mathbf{N}_{-mn}^{1}(kr,\theta,\varphi)\end{pmatrix} ds$$
$$= -\begin{pmatrix}a_{mn}^{j}\\ b_{mn}^{j}\end{pmatrix}$$

или в матричной форме

$$\begin{pmatrix}a^j\\ b^j\end{pmatrix} = -i\begin{pmatrix} I_1^{'21}+\tilde{m}I_1^{'12} & I_1^{'22}+\tilde{m}I_1^{'11}\\ I_1^{'22}+\tilde{m}I_1^{'11} & I_1^{'12}+\tilde{m}I_1^{'21}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}d^j\\ c^j\end{pmatrix}. \qquad (13)$$

Объединяя выражения (12) и (13), получим

$$\begin{pmatrix}a^j\\ b^j\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1^{'21}+\tilde{m}I_1^{'12} & I_1^{'22}+\tilde{m}I_1^{'11}\\ I_1^{'22}+\tilde{m}I_1^{'11} & I_1^{'12}+\tilde{m}I_1^{'21}\end{pmatrix}$$
$$\times\begin{pmatrix} I_1^{21}+\tilde{m}I_1^{12} & I_1^{22}+\tilde{m}I_1^{11}\\ I_1^{22}+\tilde{m}I_1^{11} & I_1^{12}+\tilde{m}I_1^{21}\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}p^j\\ q^j\end{pmatrix}. \qquad (14)$$

Обозначим матрицы соответственно через Q_{01}^{11} и Q_{01}^{31}. Тогда выражение (14) примет вид

$$\begin{pmatrix}a^j\\ b^j\end{pmatrix} = T_1^j\begin{pmatrix}p^j\\ q^j\end{pmatrix}, \quad T_1^j = -Q_{01}^{11}(k,k_1)\left[Q_{01}^{31}(k,k_1)\right]^{-1}. \qquad (15)$$

Элементы T_1^j-матрицы выражаются в виде поверхностных интегралов (см. приложение 1).

2. Матричная формулировка рассеяния для j-двуслойной частицы произвольной формы

Специфика биологических частиц (форменных элементов крови) требует усложненной более адекватной модели в связи с тем, что возможно наличие ядра и плазматической мембраны присущих исследуемому объекту [8]. Пусть r_1 — радиус ядра клетки, r_2 — радиус плазматической мембраны. Рассмотрим рассеяние плоской электромагнитной волны на j-неоднородной частице с нерегулярной формой. При этом поверхность S_1 определяется в системе координат $0_1x_1y_1z_1$, в то время как поверхность S_2 определена в системе координат $0_2x_2y_2z_2$.

Запишем систему уравнений Максвелла для соответствующих полей

$$\nabla\times\mathbf{H}_s = -ik\epsilon\mathbf{E}_s, \quad \nabla\times\mathbf{E}_s = ik\mu\mathbf{H}_s$$

для области D,

$$\nabla\times\mathbf{H}_1 = -ik\epsilon_1\mathbf{E}_1, \quad \nabla\times\mathbf{E}_1 = ik\mu_1\mathbf{H}_1$$

для области S_1,

$$\nabla\times\mathbf{H}_2 = -ik\epsilon_2\mathbf{E}_2, \quad \nabla\times\mathbf{E}_2 = ik\mu_2\mathbf{H}_2$$

для области S_2.

Эти поля должны удовлетворять следующим граничным условиям:

$$\mathbf{n}_2\times\mathbf{E}_1 = \mathbf{n}_2\times\mathbf{E}_2, \quad \mathbf{n}_2\times\mathbf{H}_1 = \mathbf{n}_2\times\mathbf{H}_2$$

для области S_1,

$$\mathbf{n}_1\times\mathbf{E}_1 - \mathbf{n}_1\times\mathbf{E}_s = \mathbf{n}_1\times\mathbf{E}_I,$$
$$\mathbf{n}_1\times\mathbf{H}_1 - \mathbf{n}_1\times\mathbf{H}_s = \mathbf{n}_1\times\mathbf{H}_I,$$

для области S_2, где k — волновое число, ϵ — диэлектрическая проницаемость среды, μ — магнитная проницаемость среды, ϵ_1 — диэлектрическая проницаемость ядра клетки, ϵ_2 — диэлектрическая проницаемость плазматической мембраны клетки, $\mathbf{E}_s$ — рассеянное поле, $\mathbf{E}_I$ — падающее поле, $\mathbf{E}_1$ — внутреннее поле, поле $\mathbf{E}_2$ будет определено ниже. Запишем следующие интегральные уравнения [12]:

$$\mathbf{E}_I(r_1) + \nabla\times\int_{s_2}\mathbf{n}_1\times\mathbf{E}_1(r_1')G(r_1,r_1')ds(r_1')$$
$$+ \frac{i}{k\epsilon}\nabla\times\nabla\times\int_{s_2}\mathbf{n}_1\times\mathbf{H}_1(r_1')G(r_1,r_1')ds(r_1') = 0, \qquad (16)$$

$$-\nabla\times\int_{s_2}\mathbf{n}_2\times\mathbf{E}_2(r_1')G(r_1,r_1')ds(r_1')$$
$$-\frac{i}{k\epsilon}\nabla\times\nabla\times\int_{s_2}\mathbf{n}_2\times\mathbf{H}_2(r_1')G(r_1,r_1')ds(r_1')$$
$$+\nabla\times\int_{s_1}\mathbf{n}_1\times\mathbf{E}_1(r_1'')G(r_1,r_1'')ds(r_1'')$$
$$+\frac{i}{k\epsilon_1}\nabla\times\nabla\times\int_{s_1}\mathbf{n}_1\times\mathbf{H}_1(r_1'')G(r_1,r_1'')ds(r_1'')=0,$$

где $G(r,r')$ и $G(r,r'')$ — функции Грина.

Выражение для рассеянного поля на j-частице имеет вид

$$\mathbf{E}_s(r')(j)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}iE_{mn}\left[a_{mn}^{j}\mathbf{N}_{mn}^{3}(kr')+b_{mn}^{j}\mathbf{M}_{mn}^{3}(kr')\right]. \quad (17)$$

Запишем разложение падающей волны на поверхность j-частицы по вектор-сферическим гармоникам. $\mathbf{E}_I(r')$:

$$\mathbf{E}_I(r')(j)=-\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}iE_{mn}\Big[p_{mn}^{j}\mathbf{N}_{mn}^{1}(kr')+q_{mn}^{j}\mathbf{M}_{mn}^{1}(kr')\Big]. \quad (18)$$

В области $0\le r\le r_1$, т. е. в окрестности центра частицы, учитывая условие конечности поля в центре, внутреннее поле частицы запишется следующим образом:

$$\mathbf{E}_1(r')(j)=-\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}iE_{mn}\Big[d_{mn}^{j}\mathbf{N}_{mn}^{1}(k_1r')+c_{mn}^{j}\mathbf{M}_{mn}^{1}(k_1r')\Big]. \quad (19)$$

В области $r_1\le r\le r_2$ внутреннее поле запишется следующим образом [12,13]:

$$\mathbf{E}_2(r')(j)=-\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}iE_{mn}\Big[\alpha_{mn}^{j}\mathbf{N}_{mn}^{1}(k_2r')+\beta_{mn}^{j}\mathbf{M}_{mn}^{1}(k_2r')+\gamma\mathbf{N}_{mn}^{3}(k_1r')+\delta_{mn}^{j}\mathbf{M}_{mn}^{3}(k_1r')\Big]. \quad (20)$$

Поступая аналогично, так же как и в случае задачи рассеяния на однородной частице нерегулярной формы, получим решение задачи рассеяния на двуслойной частицы произвольной геометрии, а именно

$$\begin{pmatrix}a^j\\ b^j\end{pmatrix}=T_2^j\begin{pmatrix}p^j\\ q^j\end{pmatrix}. \quad (21)$$

T_2^j определяется слующим образом:

$$T_2^j=-\left[Q_2^{11}(k,k_2)+Q_2^{13}(k,k_2)\right]\times D\left\{\left[Q_2^{31}(k,k_2)+Q_2^{33}(k,k_2)\right]D\right\}^{-1},$$

где

$$D=S_{12}T_1^jS_{21},$$
$$T_1^j=-Q_{01}^{11}(k_2,k_1)\left[Q_{01}^{31}(k_2k_1)\right]^{-1},$$
$$S_{12}=\tau^{11}R(\alpha,\beta,\gamma),$$

где матрица S_{12} связывает вектор–сферические волны функции, определенные в системе координат $0_1x_1y_1$ и в системе координат $0_2x_2y_2z_2$, и может быть выражена в виде произведения матрицы перевода из одной системы координат в другую и матрицы поворота

$$S_{21}=R(-\gamma,-\beta,-\alpha)\tau^{33}$$

— матрица, которая описывает обратное преобразование, при этом τ^{11}, τ^{33} и $R(\alpha,\beta,\gamma)$, $R(-\gamma,-\beta,-\alpha)$ определены в [12]

$$(Q)_2^{13}=\begin{pmatrix}K^{13}+(m_2/m)J^{13} & I^{13}+(m_2/m)L^{13}\\ L^{13}+(m_2/m)I^{13} & J^{13}+(m_2/m)K^{13}\end{pmatrix}, \quad (22)$$

$$(Q)_2^{31}=\begin{pmatrix}K^{31}+(m_2/m)J^{31} & I^{31}+(m_2/m)L^{31}\\ L^{13}+(m_2/m)I^{31} & J^{31}+(m_2/m)K^{31}\end{pmatrix}, \quad (23)$$

$$(Q)_2^{11}=\begin{pmatrix}K^{11}+(m_2/m)J^{11} & I^{11}+(m_2/m)L^{11}\\ L^{11}+(m_2/m)I^{11} & J^{11}+(m_2/m)K^{11}\end{pmatrix}, \quad (24)$$

$$(Q)_2^{33}=\begin{pmatrix}K^{33}+(m_2/m)J^{33} & I^{33}+(m_2/m)L^{33}\\ L^{13}+(m_2/m)I^{33} & J^{33}+(m_2/m)K^{33}\end{pmatrix}, \quad (25)$$

$$(Q)_{01}^{11}=\begin{pmatrix}I_2^{'21}+(m_1/m_2)I_2^{'12} & I_2^{'22}+(m_1/m_2)I_2^{'11}\\ I_2^{'22}+(m_1/m_2)I_2^{'11} & J_2^{'12}+(m_1/m_2)I_2^{'21}\end{pmatrix}, \quad (26)$$

$$(Q)_{01}^{31}=\begin{pmatrix}I_2^{21}+(m_1/m_2)I_2^{12} & I_2^{22}+(m_1/m_2)I_2^{11}\\ I_2^{22}+(m_1/m_2)I_2^{11} & J_2^{12}+(m_1/m_2)I_2^{21}\end{pmatrix}, \quad (27)$$

где m_1 — показатель преломления ядра, m_2 — показатель преломления плазматической мембраны, m — показатель преломления среды, а элементы матриц Q_{01}^{31}, Q_{01}^{11}, Q_2^{13}, Q_2^{31}, Q_2^{11} и Q_2^{33} выражаются в виде поверхностных интегралов, см. приложение 2.

Таким образом, коэффициенты разложения рассеянного и падающего полей связаны линейным преобразованием T-матрицы, которая является инвариантом относительно направления распространения падающего излучения в фиксированной системе координат и зависит от физических и геометрических характеристик рассеивающего объекта (таких как показатель преломления, размер по отношению к длине волны света, морфология).

Приведенное выше представление метода T-матрицы имеет ряд преимуществ по сравнению с другими представлениями, которые выражаются в использовании векторных сферических гармоник, инвариантных относительно вращения системы координат, а также в симметричной форме представления основных соотношений. Отметим, что T-матричный метод является непосредственным обобщением стандартной теории Ми на случай несферических частиц. Действительно, если рассеиватель является сферически симметричным, то T-матрица становится диагональной, причем диагональные элементы даются с точностью до знака соответствующими коэффициентами Ми A_n и b_n [11].

Электромагнитное поле, падающее на поверхность j-частицы, состоит из двух частей — первоначально падающего поля и поля, рассеянного группой других частиц, расположенных в окружающей среде. Тогда можно записать следующее выражение [14]:

$$\mathbf{E}_i(j) = \mathbf{E}_0(j) + \sum_{l \neq j} \mathbf{E}_s(l, j), \tag{28}$$

где $\mathbf{E}_s(l, j)$ — сумма рассеянных полей на j-частице. Индексы l, j подразумевают переход из l в j координатную систему.

Падающее поле определяется следующим образом:

$$\mathbf{E}_0(j) = -\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} iE_{mn} \left[p_{mn}^{j_0,j} \mathbf{N}_{mn}^1(kr) + q_{mn}^{j_0,j} \mathbf{M}_{mn}^1(kr) \right].$$

Волны падают относительно центра каждой j-частицы, т. е. в j-системе координат.

Коэффициенты разложения падающей плоской электромагнитной волны имеют следующий вид [11]:

$$p_{mn}^{j_0,j} = 4\pi(-1)^m i^n d_n \mathbf{C}_{mn}^*(\theta_{\text{inc}}) \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{k}_{\text{inc}}, \mathbf{r}_{j_0,j}) \exp(-im\varphi_{\text{inc}}),$$

$$q_{mn}^{j_0,j} = 4\pi(-1)^m i^{n-1} d_n \mathbf{B}_{mn}^*(\theta_{\text{inc}}) \times \mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{k}_{\text{inc}}, \mathbf{r}_{j_0,j}) \exp(-im\varphi_{\text{inc}}),$$

где $\mathbf{E}_{\text{inc}}(\mathbf{k}_{\text{inc}}, \mathbf{r}_{j_0,j})$ — вектор линейной поляризации, $\mathbf{k}_{\text{inc}}$ — волновой вектор, звездочка означает комплексное сопряжение, d_n $\mathbf{B}_{nm}$ и $\mathbf{C}_{mn}$ определяются соответственно выражениями (7), (8).

Запишем выражения для рассеянного поля

$$\mathbf{E}_s(l, j)(j) = -\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} iE_{mn} \Big[p_{mn}^{l,j} \mathbf{N}_{mn}^1(kr) + q_{mn}^{l,j} \mathbf{M}_{mn}^1(kr) \Big], \tag{30}$$

$$p_{mn}(l, j)(j) = -\sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{\mu=-\nu}^{\nu} \Big[a_{\mu\nu}^l A_{mn}^{\mu\nu}(l, j) + b_{\mu\nu}^l B_{mn}^{\mu\nu}(l, j) \Big],$$

$$q_{mn}(l, j)(j) = -\sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{\mu=-\nu}^{\nu} \Big[a_{\mu\nu}^l B_{mn}^{\mu\nu}(l, j) + b_{\mu\nu}^l A_{mn}^{\mu\nu}(l, j) \Big],$$

где коэффициенты $A_{mn}^{\mu\nu}(l, j)$, $B_{mn}^{\mu\nu}(l, j)$ определены в [14].

Объединяя выражения (18), (28)–(30) с учетом (21), получаем бесконечную систему линейных алгебраических уравнений для j-й частицы произвольной формы

$$\begin{pmatrix} a^j \\ b^j \end{pmatrix} = T_2^j \left[\begin{pmatrix} p^{j_0,j} \\ q^{j_0,j} \end{pmatrix} + \sum_{l \neq j} \begin{pmatrix} A(l, j) & B(l, j) \\ B(l, j) & A(l, j) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a^j \\ b^j \end{pmatrix} \right]. \tag{31}$$

После того как из системы (31) найдены коэффициенты a_{mn}^i b_{mn}^i можем записать в основной системе координат выражения для рассеянного поля [14,15]

$$\mathbf{E}_s = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} iE_{mn} \Big[a_{mn} \mathbf{N}_{mn}^3(kr) + b_{mn} \mathbf{M}_{mn}^3(kr) \Big]. \tag{32}$$

Покомпонентная запись рассеянного поля имеет вид

$$E_{s\theta} \sim E_0 \frac{e^{ikr}}{-ikr} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} (2n+1) \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \times [a_{mn}\tau_{mn} + b_{mn}\pi_{mn}] e^{im\phi}, \tag{33}$$

$$E_{s\phi} \sim E_0 \frac{e^{ikr}}{-ikr} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} (2n+1) \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \times [a_{mn}\pi_{mn} + b_{mn}\tau_{mn}] e^{im\phi}, \tag{34}$$

где

$$\tau_{mn} = \frac{\partial}{\partial\theta} P_n^m(\cos\theta), \quad \pi_{mn} = \frac{m}{\sin\theta} P_n^m(\cos\theta).$$

Символ $(\sim)$ означает, что выражения (33) и (34), вытекающие из (32), при $kr \gg 1$ понимаются в асимптотическом смысле.

В виду того, что в настоящей работе рассматривается рассеяние на больших расстояниях от j-частицы, то электрические векторы рассеянного поля будут параллельны электрическому вектору падающего поля, т. е. в дальней зоне будет отлична от нуля только θ-компонента и выражения (33) и (34) упростятся:

$$E_{s\theta} \sim E_0 \frac{e^{ikr}}{-ikr} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \frac{(2n+1)}{n(n+1)} [a_{mn}\tau_n + b_{mn}\pi_n],$$

$$E_{s\phi} \sim E_0 \frac{e^{ikr}}{-ikr} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \frac{(2n+1)}{n(n+1)!} [a_{mn}\pi_n + b_{mn}\tau_n], \tag{35}$$

где

$$\tau_n = \frac{\partial}{\partial\theta} P_n(\cos\theta), \quad \pi_n = \frac{1}{\sin\theta} P_n(\cos\theta).$$

Аналогично получаются выражения для компонент магнитного поля $H_{s\phi}$, $H_{s\theta}$.

3. Спектр действия лазерного излучения на производные гемоглобина крови

Рассмотрим вопросы математического моделирования спектральной эффективности поглощения света основными производными гемоглобина крови: оксигемоглобином (HbO_2) и деоксигемоглобином (Hb) крови человека в верхних слоях дермы человека.

Отметим, что мезанизмы действия лазерного излучения на биологические структуры еще до конца невыяснены, в литературе в качестве гипотетических предположений рассматривают несколько процессов, а именно фотоиндуцированная диссоциация оксигемоглобина крови, которая сопровождается выделением молекулярного кислорода и локальным повышением его концентрации в крови [16–18], в результате этой фотохимической реакции образуются деоксигемоглобин и светокислородный эффект [16–19], который ответствен за выделение синглетного кислорода из растворенного в клетках триплетного кислорода. Заметим, что вышеописанные процессы зависят от эффективности поглощения света кровью, а следовательно, от длины волны излучения и его плотности мощности на заданной глубине.

При изучении эффективности фотохимических и фотофизических процессов мы будем использовать понятие „спектр действия“. Под спектром действия света на компонент ткани понимают суммарную мощность излучения, поглощенную данным компонентом в единичном объеме среды, при падении на ее поверхность монохроматического света единичной плотности мощности [16]:

$$K_{\mathrm{HbO_2}}(\lambda) = C_v H f S \mu_{a(\mathrm{HbO_2})}(\lambda) \times \int_{4\pi} I(\lambda, x, y, m_\tau^j, x_\tau^j, \theta, \varphi) d\Omega, \tag{36}$$

$$K_{\mathrm{HbO}}(\lambda) = C_v H f (1 - S) \mu_{a(\mathrm{HbO})}(\lambda) \times \int_{4\pi} I(\lambda, x, y, m_\tau^j, x_\tau^j, \theta, \varphi) d\Omega, \tag{37}$$

$$K_{\mathrm{blood}}(\lambda) = K_{\mathrm{HbO_2}}(\lambda) + K_{\mathrm{Hb}}(\lambda), \tag{38}$$

где $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ — телесный угол, $K_{\mathrm{HbO_2}}$, K_{Hb}, K_{blood} — спектры действия света соответственно на оксигемоглобин, деоксигемоглобин и кровь, H — капиллярный гемотокрит (объемная концентрация эритроцитов в крови), f — объемная концентрация гемоглобинов в эритроцитах, S — степень оксигенизации крови (отношение концентрации оксигемоглобина к полной концентрации гемоглобина), $I(x, y, m_\tau^j, x_\tau^j, \theta, \varphi)$ — есть интенсивность, которая определена ниже (39), $\mu_{a(\mathrm{HbO_2})}(\lambda)$ — спектры поглощения оксигемоглобина, $\mu_{a(\mathrm{Hb})}(\lambda)$ — спектры поглощения деоксигемоглобина [17], $m_\tau^j = N_\tau^j / n_0$, N_τ^j — комплексный показатель преломления j-частицы для τ концентрического слоя, n_0 — показатель преломления окружающей среды, $x_\tau^j = k a_\tau^j$, $j = \overline{1...N}$, $\tau = \overline{1,3}$, где a_τ^j — радиус j-частицы с концентрическим слоем τ.

Таким образом, на данном этапе с помощью формул (36)–(38) мы связали спектры действия оксигемоглобина ($\mathrm{HbO_2}$) и деоксигемоглобина (Hb) и крови исследуемой биоткани от длины волны лазерного излучения с учетом электрофизических параметров моделируемой биологической структуры, такими как реальные и мнимые части показателей преломления, размеры и т. д. При этом интенсивность излучения определяется следующим образом:

$$I = |E_{(\mathrm{ref})_\perp}|^2 + |E_{(\mathrm{ref})_\parallel}|^2 \tag{39}$$

$$E_{(\mathrm{ref})_\perp} = \cos(\theta) E_{(\mathrm{ref})_z} + \sin(\theta) E_{(\mathrm{ref})_x},$$
$$E_{(\mathrm{ref})_\parallel} = \cos(\theta) E_{(\mathrm{ref})_z} - \cos(\theta) E_{(\mathrm{ref})_x},$$

где $E_{(\mathrm{ref})_x}$, $E_{(\mathrm{ref})_z}$ соответствуют системе уравнений Максвелла в декартовой системе кординат, а $E_{(\mathrm{ref})}$ — отраженное поле (см. приложение 3). Отметим, что в работах [7] и [15] показано как определить отраженное поле $E_{(\mathrm{ref})}$ от слоя, состоящего из двух непрерывных слоев и третьего, содержащего неоднородные включения с различными показателями преломления, в отраженной системе координат.

Рассмотрим вопрос о выборе значений для гематокрита. Так в работе [20] показано, что гематокрит в капиллярах может быть меньше, чем в артериях и венах, например, при поступлении крови в капилляры из артерии через узкую артериолу гематокрит может снизиться с 0.5 до 0.068. Подобное уменьшение гематокрита носит название эффектом Фареуса [21].

Приведенное выше изменение гематокрита по-видимому можно объяснить следующими обстоятельствами [16]:

1) значительная часть крови попадает из артерии в микрососуд из пристеночной области, где повышена концентрация плазмы. Отметим, что конкретные проявления эффекта Фареуса зависят от различных характеристик течения крови и метаболической активности тканей [16]. В работе [21] показано, что при поступлении крови через расширенную артериолу гематокрит в капилляре уменьшается с 0.5 до 0.38. Однако в работе [22] наблюдался обратный эффект Фареуса, когда в капилляре значения гематокрита были больше, чем в крупных сосудах;

2) недостаточная деформация эритроцитов препятствует их входу в капилляр малого диаметра.

Таким образом, как показано в работах [16–23], значение гематокрита может быть выбрано 0.4.

Выводы

Описана математическая модель для расчета оптических характеристик и анализа биофизических процессов распространения света в многослойной биоткани при взимодействии с некоагулирующим лазерным излучением. Модель была реализована в виде программного комплекса, что позволяет в автоматическом режиме варьировать на одной установке состав биологических объектов, их электрофизические параметры, характерные толщины слоев, а также характерные размеры исследуемой биологической структуры различного строения с целью регистрации зависимости между ними и делает разработанный программный комплекс эффективным, удобным инструментом исследования для специалистов в области биомедицинской оптики.

Приложение 1. Выражения для поверхностных интегралов

$$I^{11}_{1mnm'n'} = \alpha(-1)^m \int_S \left[\mathbf{M}^3_{(-mn)}(kr) \times \mathbf{M}^1_{(m'n')}(k_1 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$I^{12}_{1mnm'n'} = \alpha(-1)^m \int_S \left[\mathbf{M}^3_{(-mn)}(kr) \times \mathbf{N}^1_{(m'n')}(k_1 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$I^{21}_{1mnm'n'} = \alpha(-1)^m \int_S \left[\mathbf{N}^3_{(-mn)}(kr) \times \mathbf{M}^1_{(m'n')}(k_1 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$I_{1mnm'n'}^{22} = \alpha(-1)^m \int_s \left[\mathbf{N}_{(-mn)}^3(kr) \times \mathbf{N}_{(m'n')}^1(k_1 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$I_{1mnm'n'}^{'11} = \alpha(-1)^{m'} \int_s \left[\mathbf{M}_{(-mn)}^1(kr) \times \mathbf{M}_{(m'n')}^1(k_1 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$I_{1mnm'n'}^{'12} = \alpha(-1)^{m'} \int_s \left[\mathbf{M}_{(-mn)}^1(kr) \times \mathbf{N}_{(m'n')}^1(k_1 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$I_{1mnm'n'}^{'21} = \alpha(-1)^{m'} \int_s \left[\mathbf{N}_{(-mn)}^1(kr) \times \mathbf{M}_{(m'n')}^1(k_1 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$I_{1mnm'n'}^{'22} = \alpha(-1)^{m'} \int_s \left[\mathbf{N}_{(-mn)}^1(kr) \times \mathbf{N}_{(m'n')}^1(k_1 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

где $\alpha = k^2/\pi$.

Приложение 2. Выражения для поверхностных интегралов

$$K_{mnm'n'}^{31} = \alpha(-1)^m \int_s \left[\mathbf{N}_{(-mn)}^3(kr) \times \mathbf{M}_{(m'n')}^1(k_2 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$K_{mnm'n'}^{31} = \alpha(-1)^m \int_s \left[\mathbf{M}_{(-mn)}^3(kr) \times \mathbf{N}_{(m'n')}^1(k_2 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$I_{mnm'n'}^{31} = \alpha(-1)^m \int_s \left[\mathbf{N}_{(-mn)}^3(kr) \times \mathbf{N}_{(m'n')}^1(k_2 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$L_{mnm'n'}^{31} = \alpha(-1)^m \int_s \left[\mathbf{M}_{(-mn)}^3(kr) \times \mathbf{M}_{(m'n')}^1(k_2 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$K_{mnm'n'}^{13} = \alpha(-1)^{m'} \int_s \left[\mathbf{N}_{(-mn)}^1(kr) \times \mathbf{M}_{(m'n')}^3(k_2 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$J_{mnm'n'}^{'13} = \alpha(-1)^{m'} \int_s \left[\mathbf{M}_{(-mn)}^1(kr) \times \mathbf{N}_{(m'n')}^3(k_2 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$I_{mnm'n'}^{13} = \alpha(-1)^{m'} \int_s \left[\mathbf{N}_{(-mn)}^1(kr) \times \mathbf{N}_{(m'n')}^3(k_2 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$L_{mnm'n'}^{13} = \alpha(-1)^{m'} \int_s \left[\mathbf{M}_{(-mn)}^1(kr) \times \mathbf{M}_{(m'n')}^3(k_2 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$K_{mnm'n'}^{11} = \alpha(-1)^m \int_s \left[\mathbf{N}_{(-mn)}^1(kr) \times \mathbf{M}_{(m'n')}^1(k_2 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$J_{mnm'n'}^{11} = \alpha(-1)^m \int_s \left[\mathbf{M}_{(-mn)}^1(kr) \times \mathbf{N}_{(m'n')}^1(k_2 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$I_{mnm'n'}^{11} = \alpha(-1)^m \int_s \left[\mathbf{N}_{(-mn)}^1(kr) \times \mathbf{N}_{(m'n')}^1(k_2 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$L_{mnm'n'}^{11} = \alpha(-1)^m \int_s \left[\mathbf{M}_{(-mn)}^1(kr) \times \mathbf{M}_{(m'n')}^1(k_2 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$K_{mnm'n'}^{33} = \alpha(-1)^{m'} \int_s \left[\mathbf{N}_{(-mn)}^3(kr) \times \mathbf{M}_{(m'n')}^3(k_2 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$J_{mnm'n'}^{33} = \alpha(-1)^{m'} \int_s \left[\mathbf{M}_{(-mn)}^3(kr) \times \mathbf{N}_{(m'n')}^3(k_2 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$I_{mnm'n'}^{33} = \alpha(-1)^{m'} \int_s \left[\mathbf{N}_{(-mn)}^3(kr) \times \mathbf{N}_{(m'n')}^3(k_2 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$L_{mnm'n'}^{33} = \alpha(-1)^{m'} \int_s \left[\mathbf{M}_{(-mn)}^3(kr) \times \mathbf{M}_{(m'n')}^3(k_2 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

где $\alpha = k^2/\pi$,

$$I_{2mnm'n'}^{11} = \alpha(-1)^m \int_s \left[\mathbf{M}_{(-mn)}^3(k_2 r) \times \mathbf{M}_{(m'n')}^1(k_1 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$I_{2mnm'n'}^{12} = \alpha(-1)^m \int_s \left[\mathbf{M}_{(-mn)}^3(k_2 r) \times \mathbf{N}_{(m'n')}^1(k_1 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$I_{2mnm'n'}^{21} = \alpha(-1)^m \int_s \left[\mathbf{N}_{(-mn)}^3(k_2 r) \times \mathbf{M}_{(m'n')}^1(k_1 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$I_{2mnm'n'}^{22} = \alpha(-1)^m \int_s \left[\mathbf{N}_{(-mn)}^3(k_2 r) \times \mathbf{N}_{(m'n')}^1(k_1 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$I_{2mnm'n'}^{'11} = \alpha(-1)^m \int_s \left[\mathbf{M}_{(-mn)}^1(k_2 r) \times \mathbf{M}_{(m'n')}^1(k_1 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$I_{2mnm'n'}^{'12} = \alpha(-1)^m \int_s \left[\mathbf{M}_{(-mn)}^1(k_2 r) \times \mathbf{N}_{(m'n')}^1(k_1 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$I_{2mnm'n'}^{'21} = \alpha(-1)^m \int_s \left[\mathbf{N}_{(-mn)}^1(k_2 r) \times \mathbf{M}_{(m'n')}^1(k_1 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

$$I_{2mnm'n'}^{'22} = \alpha(-1)^m \int_s \left[\mathbf{N}_{(-mn)}^1(k_2 r) \times \mathbf{N}_{(m'n')}^1(k_1 r)\right] \mathbf{n} dS,$$

где $\alpha = k_2^2/\pi$

Приложение 3

Выражение для отраженного поля имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
E_{(\mathrm{ref})} = {} & \frac{A_{\widehat{00}}(\xi_1^{''}\sim, k_{1y}, k_{1x})\Phi(\xi_1'', \xi_2'')}{\alpha} \\
& - \frac{\epsilon x}{\alpha}\left[A_{\widehat{10}}(\xi_1^{''}\sim + \xi_2^{''}\sim, k_{1y}, k_{1x}) + \frac{k_{13}}{kn_1}\xi_1'' A_{0000}(\xi_1^{''}\sim\right. \\
& \left. + \xi_2^{''}\sim, k_{1y}, k_{1x})\right]\Phi(\xi_1'', \xi_2'') \\
& - \frac{\epsilon y}{\alpha}\left[A_{\widehat{01}}(\xi_1^{''}\sim + \xi_2^{''}\sim, k_{1y}, k_{1x}) + \frac{k_{23}}{kn_1}\xi_2'' A_{0000}(\xi_1^{''}\sim\right. \\
& \left. + \xi_2^{''}\sim, k_{1y}, k_{1x})\right]\Phi(\xi_1'', \xi_2'') \\
& - \frac{\epsilon x \epsilon y}{\alpha}\left[\frac{k_{23}}{k\eta_1}\xi_2'' A_{0000}(\xi_1^{''}\sim + \xi_2^{''}\sim, k_{1y}, k_{1x})\right]\Phi(\xi_1'', \xi_2'') \\
& - \left[\frac{\epsilon x k_x^0}{ikn_1\alpha}\left[\frac{\partial A_{\widehat{00}}(\xi_1^{''}\sim + \xi_2^{''}\sim, k_{1y}, k_{1x})}{\partial k_{1x}}\right.\right. \\
& \left.\left. + \frac{\partial A_{\widehat{00}}(\xi_1^{''}\sim + \xi_2^{''}\sim, k_{1y}, k_{1x})}{\partial k_{1y}}\right]\frac{\partial \Phi(\xi_1'', \xi_2'')}{\partial \xi_1''}\right] \\
& - \left[\frac{\epsilon y k_y^0}{ikn_1\alpha}\left[\frac{\partial A_{\widehat{00}}(\xi_1^{''}\sim + \xi_2^{''}\sim, k_{1y}, k_{1x})}{\partial k_{1x}}\right.\right. \\
& \left.\left. + \frac{\partial A_{\widehat{00}}(\xi_1^{''}\sim + \xi_2^{''}\sim, k_{1y}, k_{1x})}{\partial k_{1y}}\right]\frac{\partial \Phi(\xi_1'', \xi_2'')}{\partial \xi_2''}\right] + 0(\varepsilon^2),
\end{aligned}$$

где $A_{\widehat{00}}(\xi_1^{''}\sim + \xi_2^{''}\sim, k_{1y}, k_{1x})$, $A_{\widehat{10}}(\xi_1^{''}\sim + \xi_2^{''}\sim, k_{1y}, k_{1x})$, $A_{0000}(\xi_1^{''}\sim + \xi_2^{''}\sim, k_{1y}, k_{1x})$, $A_{\widehat{11}}(\xi_1^{''}\sim + \xi_2^{''}\sim, k_{1y}, k_{1x})$, k_x^0, k_y^0, k_{13}, k_{23}, α определены в работе [7].

Список литературы

[1] *Eremina E., Eremin Y., Wriedt T.* // Opt. Commun. 2005. Vol. 244. P. 15–23.

[2] *Eremina E., Eremin Y., Wriedt T.* // J. Quant. Spect. and Rediat. Transf. 2006. Vol. 102. P. 3–10.

[3] *Eremina E., Wriedt T.* // J. Quant. Spectr. and Radiat. Transf. 2004. Vol. 89. P. 67–77.

[4] *Mishchenko M.I., Wiscombe W.J., Tavis L.D.* Light scattering by nospherical particles: theory, measurements and applications / Ed. by M.I. Mishchenko, J.W. Hovenier, L.D. Travis. San-Diego: Academic press, 2000. Ch. 2. P. 29–60.

[5] *Waterman P.C.* // Proc. IEEE. 1969. Vol. 53. N 8. P. 805–812.

[6] *Waterman P.C.* // Phys. Rev. 1971. Vol. D3. N 4. P. 825–839.

[7] *Куликов К.Г., Радин А.М.* // Опт. и спектр. 2004. Т. 96. № 3. С. 522–534.

[8] *Грин Н., Стаут У., Тейлор Д.* Биология / Пер. с англ. М.: Мир, 1996. Т. 3. 376 с.

[9] *Steinke J.M., Shepherd A.P.* // Appl. Opt. 1988. Vol. 27. P. 4027–4033.

[10] *Yaroslavsky A.N., Yaroslavsky I.V., Goldbach T., Schwarzmaier H.* // J. Biomed. Opt. 1999. Vol. 4. N 1. P. 47–53.

[11] *Tsang L., Rony J.A., Shin R.T.* Theory of Microwave Remote Sensing. NY, 1985.

[12] *Doicu A., Wriedt T., Eremin Y.* Light Scattering by Systems of Particals, Null-Field Method with Discrete Sources: Theory and Programs Springer. Berlin; NY, 2006.

[13] *Wang D.S., Barber P.W.* // Appl. Opt. 1979. Vol. 18. P. 1190–1198.

[14] *Куликов К.Г., Радин А.М.* // Опт. и спектр. 2002. Т. 92. № 2. С. 228–236.

[15] *Куликов К.Г.* // ЖТФ. 2009. Т. 79. Вып. 2. С. 96–103.

[16] *Барун В.В., Иванов А.П.* // Квант. электрон. 2010. Т. 40. № 4. С. 371–378.

[17] http://omlc.ogi.edu/spectra/hemoglobin/index.html

[18] *Асимов М.М., Асимов Р.М., Рубинов А.Н.* // ЖПС. 1998. Т. 65. С. 919.

[19] *Захаров С.Д., Иванов А.В.* // Квант. электрон. 1999. Vol. 29. С. 192.

[20] *Duling B.R., Desjardins C.* // News Physiol. Sci. 1987. N 2. P. 66.

[21] *Fahraeus R.* // Phys. Rev. 1929. N 9. P. 241.

[22] *Yen R.T., Fung Y.C.* // J. Appl. Physiol. 1977. Vol. 42. P. 578.

[23] *Менглинский И.В.* // Квант. электрон. 2006. Т. 100. С. 149.