01;10

К вопросу о реконструкции энергетического распределения электронов, ускоренных во время солнечных вспышек

© Г.Г. Моторина, ¹ И.В. Кудрявцев, ^{1,2} В.П. Лазутков, ² Г.А. Матвеев, ² М.И. Савченко, ^{2,3} Д.В. Скородумов, ^{2,3} Ю.Е. Чариков^{2,3}

¹ Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН,
 196140 Санкт-Петербург, Россия
 ² Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
 194021 Санкт-Петербург, Россия
 ³ Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,
 195251 Санкт-Петербург, Россия
 e-mail: Igor.Koudriavtsev@mail.ioffe.ru

(Поступило в Редакцию 16 ноября 2011 г. В окончательной редакции 27 марта 2012 г.)

Рассмотрен метод реконструкции энергетических спектров, ускоренных во время солнечных вспышек электронов, основанный на строгом решении обратной задачи на основе их тормозного рентгеновского излучения. Проведены модельные расчеты для различных видов спектров и показано, что рассмотренный метод позволяет определить энергетическое распределение электронов для реальных вспышечных событий. Проведена реконструкция энергетического распределения высокоэнергичных электронов, ускоренных во время солнечной вспышки 26 июля 2002 г. Показано, что спектр жесткого рентгеновского излучения данной вспышки может быть результатом тормозного излучения трех групп высокоскоростных электронов.

Введение

Жесткое рентгеновское излучение, генерируемое во время солнечных вспышек и регистрируемое с помощью космических аппаратов, является, как известно, тормозным излучением высокоэнергичных электронов. Параметры жеского рентгеновского излучения (ЖРИ) — спектр, поток, направленность и поляризация — несут непосредственную информацию о функции распределения ускоренных в источнике электронов. Для получения детальной информации о функции распределения быстрых электронов во вспышечной петле необходимо решать обратную задачу восстановления.

В последнее десятилетие получены многочисленные результаты по регистрации ЖРИ во время вспышек на Солнце (см. обзоры [1–3]). Пространственное, временное и энергетическое разрешения современных рентгеновских спектрометров позволяют детально исследовать структуру ЖРИ.

В настоящей работе рассмотрим методику реконструкции энергетических спектров электронов на основе измеренных спектров тормозного ЖРИ, не предполагая заранее вид энергетического распределения электронов, т.е. будем строго решать обратную задачу. В качестве примера будет рассмотрена реконструкция спектра ускоренных электронов, генерирующих жесткое рентгеновское излучение во время солнечной вспышки 26 июля 2002 г. Энергетический спектр ЖРИ был измерен аппаратурой ИРИС во время полета спутника КОРОНАС-Ф [4,5]. Спектрометр ИРИС регистрировал рентгеновские кванты в диапазоне энергий от 2 до 250 keV с различным временны́м разрешением: 0.01s в 4-х энергетических каналах, 1s — в 64-х и 2.5s — в 12-ти каналах. Высокая чувствительность прибора позволяла изучать динамику рентгеновского излучения на субсекундных временны́х масштабах во время солнечных вспышек. Традиционно спектр жесткого рентгеновского излучения солнечных вспышек аппроксимируется степенной зависимостью, что подразумевает наличие степенного спектра излучающих электронов. Обратная задача реконструкции спектра электронов по данным ЖРИ может решаться либо методом квадратурных формул [6], либо применением методов, основанных на регуляризации исходного интегрального уравнения [7,8].

Метод регуляризации Тихонова в подобных задачах рассматривался ранее в работе [9], в которой приведены результаты тестовых расчетов для возможных видов энергетических распределений электронов во вспышках. Следует заметить, что данный метод не является строгим решением исходного уравнения, что может влиять на полученные результаты. В настоящей работе рассмотрим метод реконструкции энергетических спектров электронов, основанный на строгом решении обратной задачи реконструкции спектра. Учитывая энергетический диапазон измерений спектрометра, будем рассматривать нерелятивистский предел для ускоренных электронов.

1. Метод реконструкции энергетического спектра электронов

Как известно, энергетический спектр фотонов, излучаемых при столкновении быстрых электронов с частицами солнечной плазмы, может быть описан следующим выражением [9]:

$$I(\varepsilon,t) = \frac{\overline{n}V}{4\pi R^2} \int_{\varepsilon}^{\infty} \overline{F}(E,t)Q(E,\varepsilon)dE, \qquad (1)$$

где $I(\varepsilon, t)$ — плотность потока рентгеновских квантов, $\overline{n} = \int n(\mathbf{r}) dV/V$ — среднее значение концентрации частиц плазмы в источнике, V — объем излучающей области, $n(\mathbf{r})$ — концентрация плазмы излучающей области, $Q(E, \varepsilon)$ — сечение тормозного излучения кванта энергии ε электроном с энергией E, R — расстояние от Солнца до места регистрации излучения,

$$\overline{F}(E,t) = \frac{\int F(E,\mathbf{r},t)n(\mathbf{r})dV}{\int n(\mathbf{r})dV},$$

F — плотность потока быстрых электронов (измеряется в ст $^{-2}$ s $^{-1}$ keV $^{-1}$), которая, как известно, связана с функцией распределения электронов $f(v, \mathbf{r}, t)$ выражением $F(E, \mathbf{r}, t)dE = vf(v, \mathbf{r}, t)dv$ [9]. В расчетах мы используем тормозное сечение в форме Бете-Гайтлера [10], рассматривая нерелятивистскую область энергий,

$$Q(E,\varepsilon) = C\sigma(E,\varepsilon), \quad \sigma(E,\varepsilon) = \frac{1}{E\varepsilon} \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \varepsilon/E}}{1 - \sqrt{1 - \varepsilon/E}},$$
(2)

где *С* — численный коэффициент.

Запишем уравнение (1) в виде, более удобном для решения задачи,

$$\overline{I}(\varepsilon,t) = \int_{\varepsilon}^{\infty} \overline{F}(E,t) \sigma(E,\varepsilon) dE, \qquad (3)$$

где

$$\overline{I}(\varepsilon,t) = \frac{4\pi R^2}{\overline{n}VC}I(\varepsilon,t).$$

Таким образом, для нахождения функции распределения электронов, излучающих ЖРИ во время солнечных вспышек, необходимо решать интегральное уравнение (3) относительно \overline{F} . Учтем следующие возможные инструментальные ограничения рентгеновского спектрометра: в мощных вспышках энергетический спектр ЖРИ может превышать энергетический диапазон прибора, измерения в высокоэнергичных каналах могут быть не достоверными по причине малой статистики квантов и, следовательно, спектр ЖРИ может быть измерен только в ограниченном диапазоне энергий. Рассмотрим случай, когда измерения производятся в диапазоне от ε до ε_N с интервалом $\Delta \varepsilon$.

Учитывая инструментальные ограничения, перепишем уравнение (3) в виде суммы двух интегралов

$$\overline{I}(\varepsilon,t) = \int_{\varepsilon}^{\infty} \sigma(E,\varepsilon)\overline{F}(E,t)dE$$
$$= \int_{\varepsilon}^{\varepsilon_{N}} \sigma(E,\varepsilon)\overline{F}(E,t)dE + \int_{\varepsilon_{N}}^{\infty} \sigma(E,\varepsilon)\overline{F}(E,t)dE.$$
(4)

Для энергий электронов, больших верхней границы инструментальных измерений рентгеновских квантов ε_N , во втором интеграле функцию \overline{F} будем описывать степенной функцией

$$\overline{F}(E \ge \varepsilon_N, t) = k_1(t)E^{-\beta(t)}, \tag{5}$$

после чего уравнение (4) принимает вид

$$\overline{I}(\varepsilon,t) = \int_{\varepsilon}^{\varepsilon_{N}} \sigma(E,\varepsilon) \overline{F}(E,t) dE + k_{1}(t) \int_{\varepsilon_{N}}^{\infty} \sigma(E,\varepsilon) E^{-\beta(t)} dE.$$
(6)

 \sim

Из уравнения (6) при $\varepsilon = \varepsilon_N$ получаем

$$\overline{I}(\varepsilon_N, t) = k_1(t) \int_{\varepsilon_N}^{\infty} \sigma(E, \varepsilon_N) E^{-\beta(t)} dE$$
(7)

или

т

$$k_1(t) = \frac{\overline{I}(\varepsilon_N, t)}{\int\limits_{\varepsilon_N}^{\infty} \sigma(E, \varepsilon_N) E^{-\beta(t)} dE}.$$
(8)

Если спектр ЖРИ измеряется во всем энергетическом диапазоне спектрометра с достаточной статистикой и $\overline{I}(\varepsilon_N) = 0$, то в этом случае $k_1 = 0$.

Решение данной задачи сводится к численному решению интегрального уравнения (6) относительно искомой функции F методом квадратурных формул (см., например, [6]). В этом случае из уравнения (6) и квадратурной формулы трапеции при вычислении интегралов получаем рекуррентные формулы для определения функции \overline{F}_k для каждого момента времени t

$$\overline{F}_{N} = \overline{F}(E_{N}) = \frac{\overline{I}(\varepsilon_{N} - \Delta\varepsilon) - \int_{\varepsilon_{N}}^{\infty} \sigma(E, \varepsilon_{N} - \Delta\varepsilon) k_{1} E^{-\beta} dE}{(1/2) \Delta \varepsilon \sigma(E_{N}, \varepsilon_{N} - \Delta\varepsilon)},$$
(9)

$$F_{N+1-i} = F(\varepsilon_N - (i-1)\Delta\varepsilon)$$

=
$$\frac{\overline{I}(\varepsilon_{N-i}) - A_{N-i} - \Delta\varepsilon \sum_{j=1}^{i-1} a_j \sigma(E_{N+1-j}, \varepsilon_{N-i}) \overline{F}(E_{N+1-j})}{\Delta\varepsilon \sigma(E_{N+1-i}, \varepsilon_{N-i})},$$
(10)

так как
$$\sigma = 0$$
 при $E = \varepsilon$, где $A_{N-i} = e_{N-i} \int_{\varepsilon_N}^{\infty} \sigma(E, \varepsilon_{N-i}) E^{-\beta} dE$, $i = 2, 3, ..., N$ — число узлов разбиения энергетического интервала, коэффициенты $a_1 = 1/2, a_j = 1$ для $j > 1$.

Для проверки работы данного метода авторами были рассмотрены различные варианты тестовых функций \overline{F} .

Сначала рассмотрим вариант реконструкции при условии, что спектр ЖРИ не простирается за энергетический предел измерений. Примем в качестве граничных энергий значения $E_1 = \varepsilon_1 = 15$ keV и $E_N = \varepsilon_N = 151$ keV. На рис. 1 (кривая 1) приведен график функции $\overline{F} = a \exp\left[-(E-E_0)^2/2\sigma_0^2
ight]$ при $E \leq 151 \, {
m keV}$ для $E_0 =$ = 60 keV и $\sigma_0 = 15$ keV; при E > 151 keV $\overline{F} = 0$; a -



Рис. 1. Функция $\overline{F} = a \exp \left[-(E - E_0)^2 / (2\sigma_0^2)\right]$ (кривая *I*) и восстановленные функции \overline{F} (кривые 2 и 3 для $\Delta \varepsilon = 4$ и 8 keV соответственно).



Рис. 2. Спектр тормозного рентгеновского излучения электронов с энергетическим распределением, соответствующим кривой *I* на рис. 1.

размерный множитель. Рассчитанный спектр тормозного рентгеновского излучения для данной функции \overline{F} представлен на рис. 2. Примем его за "экспериментальный" спектр ЖРИ и, используя формулы (9), (10), реконструируем исходную функцию F. При решении интегрального уравнения шаг по энергии может выбираться различным в зависимости от экспериментальной ширины энергетических каналов. В данном расчете авторы принимали $\Delta \varepsilon = 4$ и 8 keV, что вполне соответствует ширине энергетического канала современных спектрометров. На рис. 1 (кривые 2 и 3) приведены восстановленные функции \overline{F} . Естественно, чем на большее число интервалов разбивается энергетический диапазон, тем выше точность получения искомой функции (кривые 2 и 3). Как видно из рис. 1, рассмотренный метод позволяет реконструировать энергетический спектр электронов при проведении измерений с использованием каналов с дискретом по энергии $\Delta \varepsilon = 4 \, \mathrm{keV}$ и менее. Аналогичные расчеты, проведенные для других модельных функций \overline{F} , приводят к подобным выводам.

Рассмотрим второй случай, когда спектр излучения ЖРИ простирается за диапазон возможных инструментальных измерений. На рис. 3 приведен расчет спектра ЖРИ ускоренными электронами с функцией $\overline{F} = a(E/E_1)^{-4}$. В этом случае спектр ЖРИ также степенной с показателем 5. Предположим теперь, что измерения ЖРИ производятся в ограниченном диапазоне энергий 15–151 keV (границы соответствуют диапазону измерений ИРИС). При решении обратной задачи в этом случае будем аппроксимировать функцию \overline{F} в области энергий выше верхней границы степенной зависимостью с некоторым показателем В. На рис. 4 приведены результаты реконструкции функции \overline{F} для различных значений β (3.5, 4 и 4.5 — кривые 1, 2 и 3 соответственно). Как видно из рисунка, в случае, если β не равняется 4, то в точке сшивки (151 keV) реконструированной функции F с ее аппроксимацией появляются "выбросы" вверх или вниз. Если же β равняется исходному значению, то, как и следовало ожидать, восстановленная функция \overline{F} согласуется с исходной. Таким образом, расчеты восстановления модельных функций распределения по данной методике показывают высокий уровень реконструкций.



Рис. 3. Спектр тормозного рентгеновского излучения электронов с $\overline{F} = a(E/E_1)^{-4}$.



Рис. 4. Реконструированные функции \overline{F} при различных значениях β .

Перейдем к задаче восстановления спектра электронов по данным измерений ЖРИ спектрометром ИРИС.

2. Вспышка 26 июля 2002 г.

Рассмотрим задачу восстановления спектра электронов, анализируя жесткое рентгеновское излучение солнечной вспышки 26 июля 2002 г. (класс SF) [4], максимум интенсивности которого приходится на момент времени 09 : 20 : 17 UT. Энергетический спектр и временной ход ЖРИ во время вспышки показаны на рис. 5, 6. В режиме "Всплеск" измерения жесткого рентгеновского излучения проводились в 32 энергетических каналах в диапазоне 15–151 keV с временны́м разрешением 1 s. Отметим, что в различные моменты эволюции скорости счета (интервалы I, II и III (рис. 4)) энергетический спектр ЖРИ менялся различным образом [4].

Рассмотрим более детально спектр ЖРИ на стадии II (рост и максимум потока ЖРИ), для которой отношение полезного сигнала (излучение вспышки) к фону



Рис. 5. Временной ход интерсивности ЖРИ солнечной вспышки 26 июля 2002 г., зарегистрированной спектрометром ИРИС в энергетическом диапазоне 15.24–28.45 keV (кривая *I*) и 28.45–46.08 keV (кривая *2*).



Рис. 6. Спектр ЖРИ вспышки в интервале времени с 9 : 19 : 47 по 9 : 20 : 18 UT в области энергий более 40 keV.



Рис. 7. Реконструированная методом квадратурных формул функция \overline{F} , соответствующая приведенному на рис. 6 спектру ЖРИ (кривая *I*), и функция \overline{F} , реконструированная методом регуляризации Тихонова для различных параметров регуляризации α : $2 - 10^{-6}$, $3 - 10^{-7}$, $4 - 10^{-8}$.

является максимальным. Поскольку вклад квазитеплового излучения ограничивается областью энергий до $\sim 30\,\mathrm{keV}$, будем рассматривать спектры ЖРИ, нижняя граница которых составляет 40 keV. На рис. 6 приведен спектр ЖРИ, усредненный за промежуток времени с 9:19:47 по 9:20:18.5 UT. На этом спектре по крутизне наклона можно выделить 3 диапазона: с энергией меньшей 50.5 keV, с энергией от 50.5 до 72.5 keV (некий избыток излучения) и с энергией большей 72.5 keV. В процессе реконструкции спектра электронов будем аппроксимировать исходный спектр ЖРИ в области энергий выше 72.5 keV степенной зависимостью по методу наименьших квадратов из-за малого количества квантов в этой области. На рис. 7 приведен результат реконструкции энергетического спектра высокоскоростных электронов согласно описанному выше методу решения обратной задачи (кривая 1). Из данного рисунка следует, что спектр излучающих электронов не может быть описан одной функциональной зависимостью, что указывает на наличие различных популяций ускоренных электронов и различных областей излучения. Важно отметить, что энергетический спектр электронов в диапазоне до 54.9 keV характеризуется резким спадом, в то время как в следующем диапазоне энергий от 54.9 до 76.9 keV спектр имеет распределение пучкового типа с инверсным участком по энергиям. На высоких энергиях (выше 76.9 keV) распределение электронов становится степенным, что и следует ожидать, так как в данном диапазоне спектр излучения является также степенным. Отметим, что рекомендованный спектр электронов в другом интервале времени 9:20:27 по 9:20:57 UT имеет особенности, подобные описанным выше.

Для сравнения методик реконструкции спектров на рис. 7 приведены результаты решения интегрального уравнения (6) методом регуляризации Тихонова нулевого порядка [7,8] для различных значений параметра регуляризации α (кривые 2–4). Как видно из рис. 7, функция распределения, полученная данным методом при уменьшении параметра регуляризации α , практически совпадает с подобной функцией, полученной методом квдратурных формул (кривая I).

Заключение

Определение вида функции ускоренных в солнечных вспышках электронов является актуальной задачей при выяснении природы ускорения заряженных частиц. Наиболее полную информацию о таком процессе можно получить, анализируя ЖРИ вспышек. При этом приходится решать задачу реконструкции спектра электронов. Метод решения на основе интегрального уравнения Вольтерра тщательно тестировался на различных модельных функциях (рис. 1-4). Полученные убедительные результаты тестирования предполагают возможность использования метода в задачах реконструкции. Авторы применили данную методику к восстановлению вида функции ускоренных электронов для солнечной вспышки 26 июля 2002 г. Результаты реконструкции показывают, что спектр ЖРИ данной вспышки может быть результатом тормозного излучения 3 групп высокоскоростных электронов. При этом реконструированное энергетическое распределение излучающих электронов в интервале энергий 50-80 keV имеет "пучковый" вид. Это может указывать на то, что по крайней мере часть излучения в этом диапазоне генерируется согласно модели "тонкой мишени", т.е. может генерироваться электронами, уходящими в верхние слои солнечной плазмы с относительно малой плотностью и при этом их функция распределения не успевает релаксировать в результате кулоновских столкновений. Излучение с энергией более 80 keV очевидно генерируется, согласно модели "толстой мишени", в плотных слоя плазмы. Для подтверждения данного вывода необходимо дальнейшее рассмотрение ряда других вспышечных событий.

Работа частично поддержана программами президиума РАН П-21 и 22, Министерством образования и науки РФ (договор 11.G34.31.001 с СПбГПУ и ведущим ученым Г.Г. Павловым), работа Г.Г. Моториной поддержана также грантом президента РФ НШ-1625.2012.2.

Список литературы

- Ashwanden M. // Space Sci. Rev. 2002. Vol. 101. N 1–2. P. 1–227.
- [2] Kontar E.P., Brown J.C., Emslie A.G., Hajdas W., Holman G.D., Hurford G.J., Kasparova J., Mallik P.C.V., Massone A.M., McConnell M.L., Pianna M., Prato M., Schmahl E.J., Suarez-Garcia E. // Space Sci. Rev. 2011. Vol. 159. N. 1–4. P. 301–355.

- [3] Krucker S., Battaglia M., Cargill P.J., Fletcher L., Hudson H.S., MacKinnon A.L., Masuda S., Sui L., Tomczak M., Veronig A.L., Vlahos L., White S.M. // The Astronomy and Astrophysics Review. 2008. Vol. 16. P. 155– 208.
- [4] Charikov Yu.E., Dmitrijev P.B., Koudriavtsev I.V., Lazutkov V.P., Matveev G.A., Savchenko M.I., Skorodumov D.V. // Proc. IAU Symposium 223, 14–19 June, St.-Petersburg, Russia / Eds A.V. Stepanov, E.E. Benevolenskaya, A.G. Kosovichev. Cambridge University Press, 2004. P. 429–432.
- [5] Дмитриев П.Б., Кудрявцев И.В., Лазутков В.П., Матвеев Г.А., Савченко М.И., Скородумов Д.В., Чариков Ю.Е. // Астрономический вестник. 2006. Т. 40. № 2. С. 160–170.
- [6] Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Методы решения интегральных уравнений с программами для ЭВМ. Киев: Наукова думка, 1978. 292 с.
- [7] Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Киев: Наукова думка, 1986. 544 с.
- [8] Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. 286 с.
- [9] Brown J.C., Emslie A.G., Holman G.D. et al. // The Astrophysical Journal. 2006. Vol. 643. P. 523–531.
- [10] Koch H.W., Motz J.W. // Rev. Mod. Phys. 1959. Vol. 31. N 4. P. 920–955.