

05;12

Исследование механических характеристик и электрического поля, возникающего при колебаниях растянутых нитей

© Ю.К. Бивин

Институт проблем механики РАН,
119526 Москва, Россия
e-mail: kirill-o@mail.ru

(Поступило в Редакцию 11 октября 2011 г. В окончательной редакции 13 февраля 2012 г.)

Приведены результаты исследования механических характеристик и электрического поля, возникающего при колебаниях нитей, растянутых между жесткими опорами. Опыты проводились на нитях из нейлона, резины, металла. Колебания возбуждались щипком в различных точках по длине нити. Производились кино-съемка движения нити и регистрация электрического поля, сопровождающего ее колебания. На основании предположения о том, что поле вызвано появлением зарядов противоположного знака, сопровождающих движение нити, ведется анализ результатов эксперимента. Установлено, что возникновение поля позволяет определять не только временные характеристики движения нити, но различать формы ее деформации. Сравнены модули Юнга при статическом растяжении тонких нейлоновых нитей и его величин, вычисленных по результатам измерения собственных частот колебаний при различных относительных деформациях нити. Проведено сопоставление математического описания движения струны с реально наблюдаемой картиной.

Тот факт, что механическим динамическим процессам сопутствует появление электрического поля, достаточно сильного для его регистрации, позволяет в некоторых случаях получать сведения о самом механическом процессе. С другой стороны, зная общие черты простых динамических процессов, иногда возможно определить причину или источник возникновения поля. В [1] приведены результаты исследования электрического поля, возникающего при изгибных и крутильных колебаниях балок, а также при движении продольных волн в стержне. Установлено, что это вызвано появлением электрических зарядов различного знака в зоне действия напряжений разного знака. В [2] приведены результаты исследования электрического поля, сопровождающего движение в атмосфере тела, свободного от внутренних механических напряжений. Показано, что электрическое поле связано с появлением в атмосфере электрических зарядов разного знака перед телом и за ним. Это, очевидно, обусловлено возникновением в воздушной среде зон сжатия и разряжения перед телом и за ним.

В представленном материале приведены результаты исследования колебания в воздухе растянутой нити, когда присутствуют мало изменяющиеся растягивающие напряжения. Опыты проводились в основном с нитями из нейлона и резины, а также из металла. Исследовались характеристики электрического поля в окрестности колеблющейся нити. Устанавливалась их связь с местом регистрации и формой колебания нити, которая определялась с помощью скоростной кино-съемки. Представлена возможность объяснения картины поля на основании возникновения в воздухе зарядов противоположного знака с разных сторон подвижного участка нити. Дано сопоставление математического описания колебания струны и наблюдаемой картины движения. Показана возможность сравнительной оценки в динамике и статике модулей Юнга тонких нитей. При различных значениях относительной деформации.

Постановка эксперимента

Статические испытания проводились либо созданием растягивающего усилия на свободном конце нити и измерением соответствующего удлинения, либо регистрацией усилия при заданном удлинении. Затем модуль Юнга E вычислялся из соотношения $E = Tl_0/S\Delta l$. T — сила натяжения нити, S , l_0 , Δl — площадь ее поперечного сечения, начальная длина и удлинение соответственно. Испытывались нити диаметром 0.5 и 0.14 mm марки WTXTER PRO-TYPT.

При динамических испытаниях нить растягивалась между жесткими опорами. Одну опору можно было перемещать, чтобы создавать различные растягивающие усилия при испытаниях установленной нити. Резиновая нить растягивалась вдвое и только в этом состоянии проводилась кино-съемка ее движения и регистрация соответствующего электрического поля в различных точках ее окрестности. Исследовалась зависимость частоты и формы электрического сигнала от места его регистрации, начального натяжения нити, места возбуждения колебаний. На металлической нити проверялась возможность регистрации электрического поля при ее колебаниях. Схема эксперимента представлена на рис. 1. Здесь 1 — неподвижная опора, 2 — подвижная опора. Линия между ними — нить в неподвижном положении.

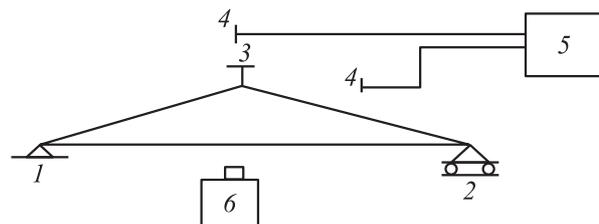


Рис. 1. Схема эксперимента.

Цифрой 3 отмечена точка начального отклонения нити (точка так называемого щипка), 4 — антенны в виде кусочка медной проволоки, 5 — осциллограф LeCroi типа WaveSurfer 24c с полосой пропускания 200 МГц, 6 — цифровая кинокамера Photon PHASTCAM 1024 PSI Model 100КС. В экспериментах щипок производился в разных местах по длине нити. Антенны устанавливались как в плоскости колебаний нити, так и вне ее для определения природы источника поля. Кинокамера устанавливалась по нормали к плоскости колебаний. Источник света располагался со стороны кинокамеры. Для щипка использовалась тонкая деревянная палочка, с которой при достижении нужной величины отклонения от нейтрального положения нить сбрасывалась.

Результаты эксперимента

При динамических испытаниях проводились скоростная киносъемка и измерение электрического поля в окрестности колеблющейся нити в разных точках. Анализ показал, что осциллограммы поля в плоскости колебания нити имеют периодический вид. Период колебаний равен времени повторения формы струны при движении. При установке антенны в плоскости, нормальной к плоскости колебаний нити на уровне ее нейтрального положения, периодичность сохраняется, но частота увеличивается вдвое.

При определении источника электрического поля в окрестности нити, колеблющейся в воздухе, не рассматривалось влияние изменения ее напряженного состояния, так как нить при колебаниях все время находится под действием только растягивающих напряжений, которые мало изменяются в процессе колебаний (не более 1% у резиновой нити и 0,2% у нейлоновой). В [2] приведены результаты исследования электрического поля, сопровождающего тело, движущееся в атмосфере. Установлено, что перед и за телом возникают заряды разного знака. В предположении, что в окрестности подвижного участка нити (перед и за нею) в атмосфере также появляются заряды разного знака, проводился анализ полученных осциллограмм. На рис. 2 приведен ряд осциллограмм. Осциллограммы 1 и 3 получены при колебаниях резиновой нити, а 2 — нейлоновой. Результат, отмеченный цифрами 1 и 2, получен при расположении антенн в плоскости колебаний нити посередине ее длины с разных ее сторон примерно на одинаковом расстоянии от первоначально невозмущенного состояния. Щипок производился также посередине нити так, чтобы ее колебания происходили в промежутке между антеннами. Длина антенны была на два порядка короче нити. Сама длина нити примерно во столько же раз превосходила ее диаметр. Расстояние места щипка до антенны было примерно в тридцать-пятьдесят раз больше диаметра нити.

При таком возбуждении колебаний к положению равновесия движется с постоянной скоростью прямолинейный средний участок нити, увеличивающийся по длине.

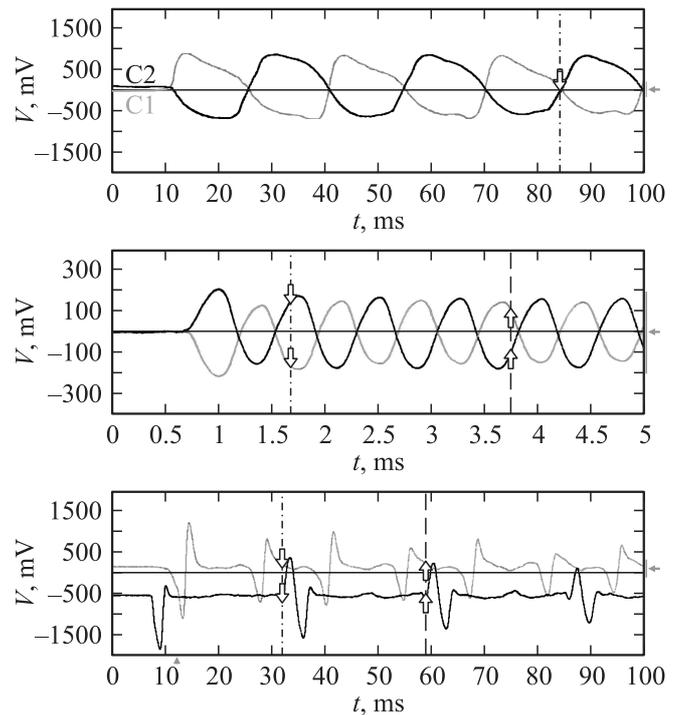
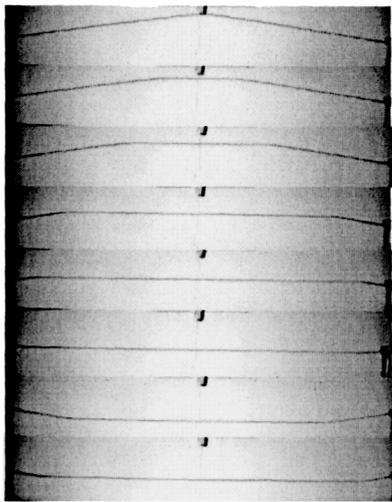
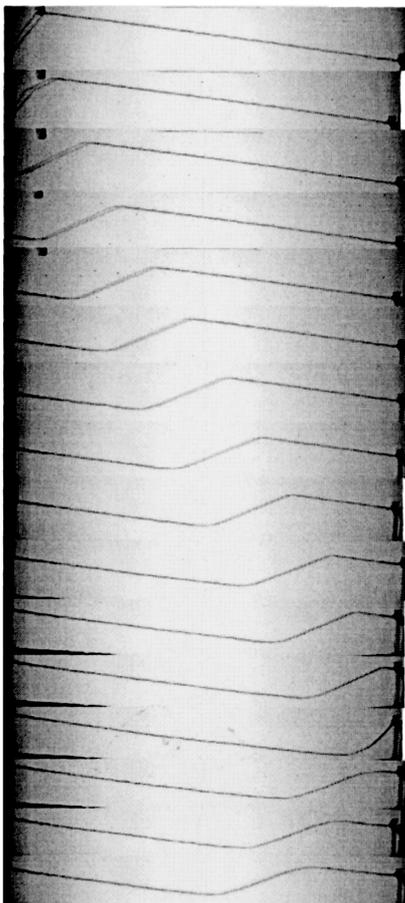


Рис. 2. Осциллограммы изменения потенциала поля: 1 — в плоскости колебания, возбужденного щипком посередине и расположении антенны над этой точкой при $\text{tg } \alpha = 0.15$, $b = 30$, $L = 240$. 2 — по той же схеме, но $\text{tg } \alpha = 0.05$, $b = 30$, $2L = 70$. 3 — в плоскости, нормальной к плоскости колебаний и проходящей через невозмущенное положение нити. Антенна расположена посередине длины нити на расстоянии $b = 30$, $L = 240$. Щипок у края заделки.

Это показано на рис. 3 (1). В то же время боковые участки укорачиваются, но сохраняют угол наклона к положению нити, которое она занимала до щипка. После прохождения положения равновесия картина движения зеркальная. Тот факт, что часть нити движется во всех точках с одинаковой и постоянной скоростью, позволяет предположить, что в направлении движения с разных его сторон возникают заряды разного знака, равные по абсолютной величине. Плотность распределения зарядов по длине подвижного участка нити по тем же причинам в дальнейшем принимается постоянной. В [2] показано, что расстояние между зарядами, возникающими перед и за телом при движении в воздухе, близко к его размеру в направлении движения. Это соблюдается вплоть до скоростей 200 м/с. С учетом сделанных оценок геометрических параметров условий экспериментов, результаты которых представлены осциллограммами, приведенными на рис. 2, можно определить характер изменения потенциала в некоторой точке в плоскости колебаний в зависимости от начального отклонения нити и расстояния до нее. Расчетная схема, соответствующая постановке и результатам эксперимента, показана на рис. 4. В точках A и B — нить закреплена, C — точка щипка посередине нити. Из положения ACB начинается движение нити. ADDB — положение нити в некоторый момент



1



2

Рис. 3. Кинограмма колебания нити. 1 — щипок посередине нити, 2 — щипок у закрепленного края.

движения. Точка F , в которой установлена антенна, располагается на нормали к линии DD , проходящей через точку C . Ось y совпадает с линией DD . Ось z параллельна линии CF . Обозначения: $2L$ — длина нити,

$2l$ — длина участка нити, движущегося с постоянной скоростью, α — угол наклона нити к линии AB в начале движения, a — расстояние от C до линии AB , b — расстояние от F до C , r — расстояние от начала координат до антенны.

Так как расстояние между зарядами близко к диаметру нити, можно провести вычисления потенциала в точке F , если предположить, что с каждым подвижным участком нити dy связан диполь qdy . Элементарный потенциал $d\varphi$ в точке F будет $d\varphi = qzdy/4\pi\epsilon_0r^3$. В дальнейших вычислениях постоянная величина $4\pi\epsilon_0$ не играет роли и будет опущена. Полагаем также, что величина q постоянна вдоль нити. Тогда потенциал от действия зарядов на половине длины нити будет

$$\varphi = qz \int_0^l \frac{dy}{(z^2 + y^2)^{3/2}} = \frac{ql}{z(\sqrt{z^2 + l^2})}.$$

Чтобы посмотреть, как изменяется потенциал с изменением l (в процессе движения нити), заметим, что $z = b + l \operatorname{tg} \alpha$ на участке движения нити до положения равновесия, а далее вниз $z = b + (2L - l) \operatorname{tg} \alpha$.

Изменение потенциала за первую половину периода движения, отмеченного на рис. 5 цифрой 1, получено при $\operatorname{tg} \alpha = 0.15$, $b = 30$, $L = 240$. По оси абсцисс — время, отнесенное к полупериоду колебаний, по оси ординат — потенциал φ . Это соответствует условиям эксперимента, представленного осциллограммой 1 рис. 2. Положительные значения потенциала соответствуют удалению нити от антенны. Важно то, что антенны с разных сторон нити регистрируют потенциал разного

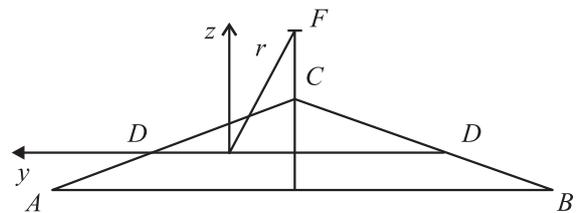


Рис. 4. Расчетная схема.

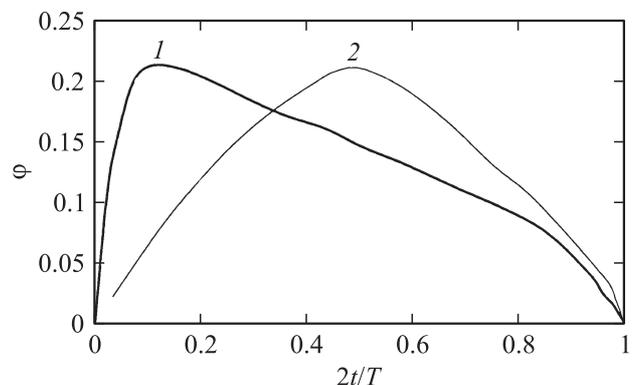


Рис. 5. Изменение потенциала φ за половину периода колебаний.

знака. Осциллограммы и расчетные кривые похожи. На рис. 2 цифрой 2 отмечена осциллограмма, полученная при $b = 40$, $2L = 70$, $\text{tg } \alpha = 0.05$. Значения φ , вычисленные при тех же величинах этих параметров, на рис. 5 отмечены цифрой 2. Снова формы этих кривых близки, но заметно отличаются от осциллограммы и расчетной кривой, полученной в первом случае. Эти сравнения были проведены для косвенного подтверждения возникновения при движении нити зарядов разного знака. Кроме того, действие этих зарядов при вычислении поля в окрестности нити можно представить в виде диполей при определенных условиях эксперимента.

Дополнительным подтверждением образования зарядов разного знака могут служить осциллограммы, получающиеся при щипке нити вблизи закрепленного края. Картина движения показана на рис. 3 (2). В этом случае наблюдается движение с постоянной скоростью участка нити, первоначально расположенного между точкой щипка и ближайшей заделкой нити. Осциллограмма, представленная на рис. 2 (3), получена для нити длиной 48 см, а щипок производился на расстоянии 4 см от места ее закрепления. Нижняя осциллограмма регистрирует сигнал с антенны, установленной против точки щипка, а верхняя — посередине длины нити. Такие осциллограммы получаются при пролете последовательно двух зарядов разного знака мимо антенны. Эти заряды могут возникнуть только на подвижном участке нити, пролетающем мимо антенны. При колебаниях металлической нити также возникают в воздухе электрические заряды, но они существенно меньше, чем у нити из диэлектрического материала таких же размеров. При частоте колебаний металлических нитей больше 200 Hz и диаметре 0.5 mm электрическое поле уверенно регистрируется.

Вид зависимости модуля Юнга нейлоновых нитей от относительного удлинения, полученный при статических испытаниях, показан на рис. 6. По оси абсцисс — относительное удлинение $\varepsilon = \Delta l/l_0$, по оси ординат —

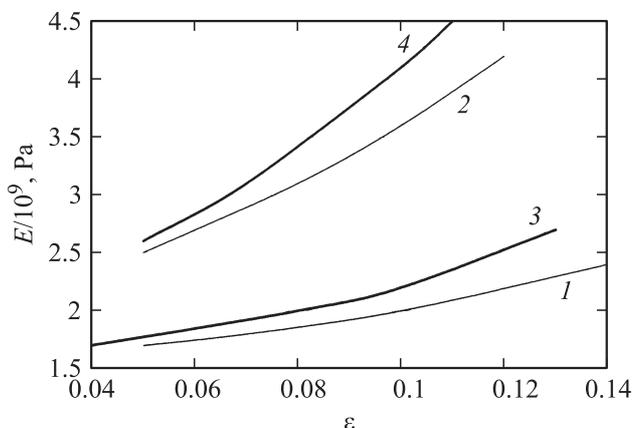


Рис. 6. Зависимость модуля Юнга E в статике и в динамике от относительного удлинения ε . 1, 2 — изменение E при статических испытаниях нитей диаметром 0.5 и 0.14 mm, 3, 4 — изменение E_d у нитей диаметром 0.5 и 1.14 mm.

модуль Юнга E . Линия 1 относится к волокну диаметром 0.5 mm, линия 2 — к волокну диаметром 0.14 mm.

При вычислении модуля Юнга в динамике использовались осциллограммы, полученные с помощью антенн, установленных в плоскости колебания нити.

Запись собственных частот колебаний нити при различных относительных удлинениях (различных начальной растягивающих усилиях) позволяет определить изменение модуля Юнга с изменением относительной деформации и частоты, используя известное их соотношение для растянутой струны $E_d = 16L^2 \rho f^2 / \varepsilon$. Здесь ρ — погонная плотность струны, f — первая собственная частота.

Зависимость модуля Юнга от относительного удлинения при динамических испытаниях нити диаметром 0.5 mm отмечена на рис. 6 цифрой 3, а нити диаметром 0.14 mm — 4. Эти данные получены в условиях, когда вместе с увеличением относительного удлинения увеличивалась и частота колебаний. У тонкого волокна это было в пределах от 1300 до 3500 Hz. У волокна диаметром 0.5 mm от 1800 до 3800 Hz. Для более длинной нити, когда частота колебаний не превосходила 300 Hz при таких же относительных деформациях, модули Юнга в динамике фактически совпадали с его значениями при статических испытаниях. Это говорит о том, что важно разделять влияние параметров ε и f на величину динамического модуля Юнга.

Сопоставление математического описания и наблюдаемого в эксперименте движения струны

В опытах движение нити создавалось начальным отклонением от положения равновесия при отсутствии начальной скорости. У нейлоновых нитей во время колебаний деформации изменялись не более чем на 0.2%. В пределах этих изменений деформаций модуль Юнга меняется настолько мало, как это видно из результатов, приведенных на рис. 6, что его можно считать постоянным. Ввиду этого для описания движения нити можно использовать уравнение малых поперечных колебаний струны.

Решение уравнения движения жестко закрепленной нити по методу Фурье для начальной формы колебаний, представленной на рис. 4, получает вид [3]

$$u(t, x) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos \frac{\pi n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho}} t \sin \frac{\pi n}{2L} x.$$

При щипке посередине струны и отклонении от нейтрального положения ее в этой точке в начальный момент на величину d изменение формы во времени запишется

$$u(x, t) = \frac{8d}{\pi^2} \left(\cos \frac{\pi}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho}} t \sin \frac{\pi x}{2L} - \frac{1}{3^2} \cos \frac{3\pi}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho}} t \sin \frac{3\pi x}{2L} + \frac{1}{5^2} \cos \frac{5\pi}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho}} t \sin \frac{5\pi x}{2L} \dots \right).$$

Первый член суммы значительно превосходит остальные. Видно, что при ограниченном учете количества членов ряда решение не соответствует начальному этапу колебаний нити ни по форме, ни во времени (рис. 3 (*I*)). Скоростная киносъемка показала, что вначале движение нити происходит так, что образуются три участка, различимых по характеру движения. Центральный — параллельный нейтральному положению нити. Он движется с постоянной скоростью и одновременно совпадает с начальным наклоном нити к нейтральному ее положению, испытывают только изменение длины, а скорость $\partial u/\partial t = 0$. Только со временем нить приобретает гармоническое движение во всех точках, что соответствует решению Фурье. Но это происходит благодаря появлению изгибной жесткости нити.

В случае решения уравнения движения жестко закрепленной нити по методу Даламбера для наших начальных и граничных условий оно принимает вид [4]

$$u(x, t) = \frac{1}{2}[Y(x - ct) + Y(x + ct)] \dots \dots \dots c = \sqrt{\frac{T}{\rho}},$$

где

$$Y(z) = -u_0(-z) \dots \dots \dots (-l \leq z \leq 0),$$

$$Y(z) = u_0(z) \dots \dots \dots (0 \leq z \leq l),$$

$$Y(z) = -u_0(2l - z) \dots \dots \dots (l \leq z \leq 2l)$$

и т. д.

Решение описывает периодическое движение с периодом $2l/c$, но не гармоническое, так как отдельные точки нити либо стоят, либо движутся с постоянной скоростью. Такое решение в точности описывает колебания нити в течение нескольких начальных периодов колебаний. Затем, как показывает скоростная киносъемка, движение становится гармоническим и в этом смысле более соответствует решению Фурье.

Заключение

1. Колебания нити в воздухе сопровождаются появлением в ее окрестности электрического поля, потенциал которого достаточен для его регистрации современной аппаратурой.

2. Возникновение поля обусловлено появлением зарядов перед и за подвижным участком нити.

3. Характеристики электрического поля позволяют определять частоту и форму движения нити.

4. Возможность изменять параметры движения одной и той же нити за счет изменения натяжения или места щипка позволяет определить величину динамического модуля Юнга при различных частотах и относительных деформациях.

Список литературы

- [1] Бивин Ю.К. // ЖТФ. 2010. Т. 80. Вып. 6. С. 59–63.
- [2] Бивин Ю.К. // ЖТФ. 2011. Т. 81. Вып. 10. С. 147–150.
- [3] Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972. Гл. 2. С. 140.
- [4] Морз Ф. Колебания и звук. М. Л.: Гостехиздат, 1949. Гл. 3. С. 99.