

01;03;04

Влияние стенок из изолирующего материала на структуру электродинамических течений в канале

© И.А. Ашихмин, Ю.К. Стишков

Научно-образовательный центр „Электрофизика“ физического факультета Санкт-Петербургского университета, 198504 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: stishkov@paloma.spbu.ru

(Поступило в Редакцию 8 августа 2011 г.)

Рассмотрено влияние диэлектрических стенок канала на электрогидродинамические течения в нем. Анализ влияния проведен на основе численного моделирования полной системы уравнений, включающей в себя уравнения Пуассона, Навье–Стокса и Нернста–Планка. В результате получены решения для моделей с узким и широким расположением стенок канала. В качестве параметра сравнения выбрана ширина профиля жидкости в межэлектродном промежутке в свободном пространстве. Для полученных решений приведены распределения скоростей и плотности электрического заряда. Построены зависимости КПД и расхода от ширины канала.

Введение

Сквозному электрогидродинамическому (ЭГД) течению в симметричной системе электродов типа провод–провод посвящено большое количество работ, среди которых имеются экспериментальные [1–3] и использующие различные приемы компьютерного моделирования [4–6]. Этот вид течения интересен тем, что сквозное течение реализуется только благодаря так называемой электрохимической асимметрии, т.е. асимметрии скоростей зарядообразования на геометрически симметричных электродах. В последних работах, посвященных изучению сквозного ЭГД-течения, используется компьютерная система Comsol Multiphysics® 3.5a, позволяющая решать с помощью метода конечных элементов полную систему уравнений ЭГД.

1. Система уравнений

Целью настоящей работы было компьютерное моделирование процесса формирования и развития ЭГД-течений в симметричной системе электродов типа провод–провод на основе полной системы ЭГД-уравнений в канале, который находится в открытом пространстве.

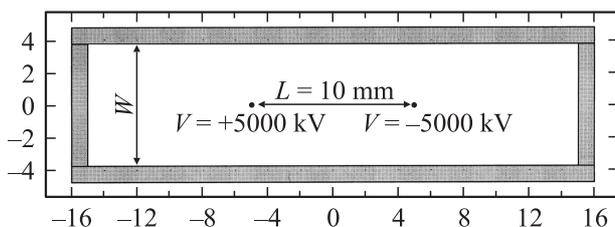


Рис. 1. Геометрия модели (размеры приведены в мм). Серым цветом выделен бесконечный домен. Ширина канала W является параметром исследования. Расстояние между электродами L фиксировано и равно 10 мм. Радиус электродов тоже фиксирован и составляет $100 \mu\text{m}$.

Геометрия модели представлена на рис. 1. Полная система уравнений имеет вид [1]

$$\gamma \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \gamma (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \eta \Delta \mathbf{v} - \rho \nabla \phi, \quad (1)$$

$$\nabla \mathbf{v} = 0, \quad (2)$$

$$\Delta \phi = -\frac{\rho}{\epsilon \epsilon_0}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial c_1}{\partial t} + \nabla(-D \nabla c_1 - z_1 b F c_1 \nabla \phi) = \alpha c_1 c_2 - \mathbf{v} \nabla c_1, \quad (4)$$

$$\frac{\partial c_2}{\partial t} + \nabla(-D \nabla c_2 - z_2 b F c_2 \nabla \phi) = \alpha c_1 c_2 - \mathbf{v} \nabla c_2. \quad (5)$$

Здесь ρ — объемная плотность заряда, γ — плотность вещества, v — скорость течения, p — давление, η — динамическая вязкость, ϕ — потенциал электрического поля, ϵ — относительная диэлектрическая проницаемость, ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума, D — коэффициент диффузии, F — число Фарадея, b — подвижность, α — коэффициент рекомбинации, c_1, c_2 — концентрации положительных и отрицательных ионов соответственно, z_1, z_2 — зарядовые числа. Все константы в модели брались из справочных данных [7].

Гидродинамика модели рассчитывается из уравнений Навье–Стокса (1) и неразрывности (2), которые записаны для приближения несжимаемой вязкой жидкости. Основной особенностью уравнения Навье–Стокса для расчета ЭГД-течений является то, что в правой части стоит массовая сила $\mathbf{f} = -\rho \nabla \phi$. Это сила Кулона, обобщенная на случай пространственного распределения заряда ρ и записанная в терминах потенциала электрического поля ϕ . Потенциал, в свою очередь, находится из уравнения Пуассона (3), в котором помимо электрического поля, создаваемого электродами, учитывается и поле, создаваемое объемным распределением заряда ρ . Само распределение заряда вычисляется по формуле $\rho = F(c_1 z_1 + c_2 z_2)$, где c_1, c_2 — концентрации положительных и отрицательных ионов, распределение которых рассчитывается из уравнений Нернста–Планка (4), (5).

2. Граничные условия

2.1. Электростатика

Для уравнения Пуассона на электродах задавалась разность потенциалов 10 kV. Внешняя область по условию должна представлять собой открытое пространство, потенциал в котором имеет нулевую асимптотику. Для моделирования такой постановки задачи использовался бесконечный домен (на рис. 1 он выделен серым цветом) с граничным условием равенства нулю потенциала на бесконечности. Бесконечный домен это область нашей модели, на которой задается растяжение координат по формуле

$$x' = x_0 \frac{\Delta x}{x_0 + \Delta x - x}, \quad (6)$$

где x_0 — координата на границе нашей модели, Δx — ширина бесконечного домена, x' — координата в новой системе отсчета, x — координата в старой системе. Таким образом, это преобразование „растягивает“ наш бесконечный домен на бесконечность и позволяет построить модель с бесконечными граничными условиями по электростатике. Для остальных уравнений расчет в этой области не производится.

Такая постановка задачи используется впервые, ранее для решения такого типа задач использовалось условие равенства нулю нормальной компоненты электрического поля на диэлектрических стенках канала [6]. Это объяснялось тем, что пространственный заряд за счет миграции оседает на стенках и экранирует электрическое поле. Но это не совсем корректно: как будет показано ниже, экранирование электрического поля стенками канала происходит не в полной мере, и часть линий поля проникает сквозь стенки канала.

2.2. Гидродинамика

Для уравнения Навье–Стокса на электродах и стенках канала задавалось условие прилипания $\mathbf{u} = 0$. На правой и левой границах задавалось условие „открытой границы“:

$$[-p\hat{l} + \eta(\nabla\mathbf{u} + \{\nabla\mathbf{u}\}^T)]\mathbf{n} = 0. \quad (7)$$

2.3. Уравнение Нернста–Планка

На диэлектрических стенках задавалось условие изоляции, на входе и выходе канала задавалось условие полного выноса заряда. Для этого на границе ставится следующее условие на нормальную составляющую потока: $\mathbf{J}\mathbf{n} = (-D\nabla c - zbfFc\nabla\phi + c\mathbf{v})\mathbf{n}$. На электродах же задается ток инжекции по формуле типа Шоттки [8]

$$\mathbf{J} = A \exp\left(\frac{B\sqrt{|\mathbf{E}|}}{kT}\right)\mathbf{n}, \quad (8)$$

где коэффициент A зависит от типа рассматриваемых электродов и соответственно является параметром ис-

следования, а $B = \sqrt{e^3/4\pi\epsilon_0}$. Отношение коэффициентов A для активного и пассивного электродов в нашей модели было выбрано равным 3:1. Кроме этого типа инжекции в данной модели при величинах электрического поля порядка 10^8 V/m может наблюдаться инжекция по формуле Фаулера–Нордгейма [9], но, как показывает расчет уравнения Пуассона для нашей модели, максимальное значение электрического поля составляет порядка 10^7 V/m, поэтому этот тип инжекции можно не учитывать.

Было экспериментально получено [3], что ЭГД-течения в симметричной системе электродов, расположенной в открытом пространстве при определенном соотношении токов инжекции на электродах, приобретают вид сквозной струи. Установка диэлектрических стенок, параллельных центральной оси течения, предотвращает боковой подсос жидкости к центральной струе сквозного течения и приводит к формированию сквозной прокачки жидкости через канал. Установлено, что центральная струя сквозного ЭГД-течения имеет характерные поперечные размеры, определяемые размерами заряженной струйки в межэлектродном промежутке (МЭП), и характерное распределение скорости вдоль центральной оси течения, имеющее протяженную зону ускорения, занимающую весь межэлектродный промежуток и частично выходящую за его пределы.

3. Результаты и их анализ

Целью настоящей работы было исследование влияния боковых диэлектрических стенок на структуру сквозного ЭГД-течения. Влияние стенок может носить гидродинамический и электрический характер. Если стенки находятся далеко от естественных поперечных размеров центральной струи ЭГД-течения, то влияние их на ЭГД-процессы минимально. Если поперечные размеры канала меньше естественных размеров центральной струи, то следует ожидать сильного влияния стенок как на кинематику ЭГД-течений, так и на электрические его характеристики. Для нашей модели естественная ширина заряженной струи составляет порядка 4–5 mm. Далее приведены результаты моделирования сквозного ЭГД-течения при трех ширинах канала: 1 mm (малая), 4.7 mm (средняя) и 1 cm (большая).

На рис. 2 приведены линии тока и распределение скоростей двумерного сквозного ЭГД-течения от электродов провод–провод в канале шириной 1 cm. Течение носит ламинарный характер. Сужение линий тока жидкости происходит в основном в области МЭП, что свидетельствует о сосредоточении движущих электрических сил преимущественно в пределах МЭП, однако имеется некоторый подсос жидкости. ЭГД-течения обусловлены наличием распределенной в объеме силы Кулона, поэтому, чтобы понять динамическую структуру, рассмотрим распределение плотности электрического заряда и линий электрического поля.

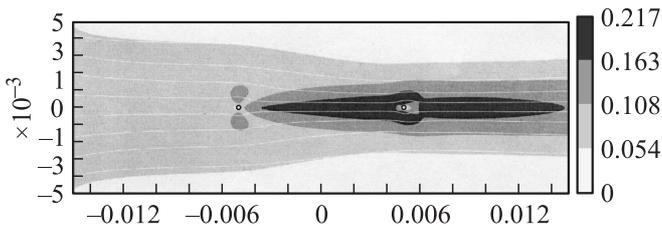


Рис. 2. Контурное распределение скоростей и линии тока ЭГД-течения в „широком“ канале.

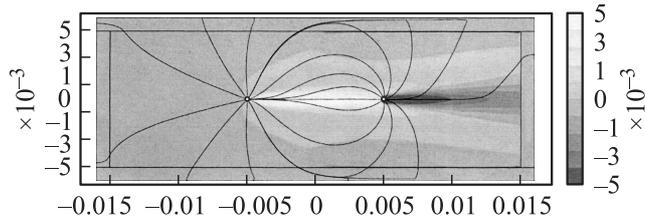


Рис. 3. Распределение плотности электрического заряда (светлая область — положительный заряд, темная — отрицательный) и линий электрического поля.

На рис. 3 приведены силовые линии электрического поля и распределения объемного заряда. Поскольку на внешних границах диэлектрических стенок задано условие типа бесконечности, поле проникает в диэлектрические стенки и имеет существенную нормальную компоненту. Из узкой приэлектродной области вокруг активного электрода распространяется тонкая (на графике просветленная) заряженная струйка одноименного с ним заряда, которая раздваивается за пассивным электродом на две части, разделенные слоем заряда противоположного знака (на графике зачерненная), создаваемого противоэлектродом. Поэтому основное ускорение жидкости локализовано в пределах межэлектродного промежутка, однако слоистая биполярная структура

распространяется в заэлектродной области, обеспечивая дополнительное ускорение жидкости за пассивным электродом. Противоположно заряженные струйки рекомбинируют в заэлектродной области и сносятся за пределы канала. Оседающий на диэлектрических стенках заряд не оказывает существенного влияния на структуру течения. Из графика распределения заряда видно, что в модели задан достаточно высокий уровень инжекции, так как происходит ощутимая деформация линий электрического поля. Это отчетливо видно по концентрации силовых линий вдоль оси в области за активным и за пассивным электродами, т. е. вдоль заряженной струйки, а также некоторого разряжения силовых линий перед пассивным электродом. Оседающий на диэлектрических стенках заряд не способен полностью заэкранировать поле.

На рис. 4 приведены осевые распределения скорости и профили на разных участках течения. Из графиков профилей скорости видно, что, как и было отмечено ранее, на входе в канал струя жидкости уже имеет некоторую начальную скорость, что связано с тем, что происходит подсос жидкости в канал. На начальном участке заряд отсутствует, а профиль скорости имеет параболический (пуазейлевский) характер. Ускорение жидкости максимально у активного электрода, однако оно идет и далее на протяжении всего МЭП и далее в заэлектродной области. Профиль скорости в середине МЭП имеет характерный вид, соответствующий двум участкам жидкости: заряженной струйке с поперечными размерами 5 mm и остальной незаряженной жидкости. Максимум скорости приходится на МЭП, за ним происходит расширение струи жидкости, но при этом она еще не принимает параболическую форму, что говорит о том, что и за пассивным электродом на жидкость продолжает действовать кулоновская сила. Из графика распределения скорости вдоль оси симметрии можно сделать вывод о том, что в канале на всем промежутке, вплоть до противоэлектрода, происходит ускорение

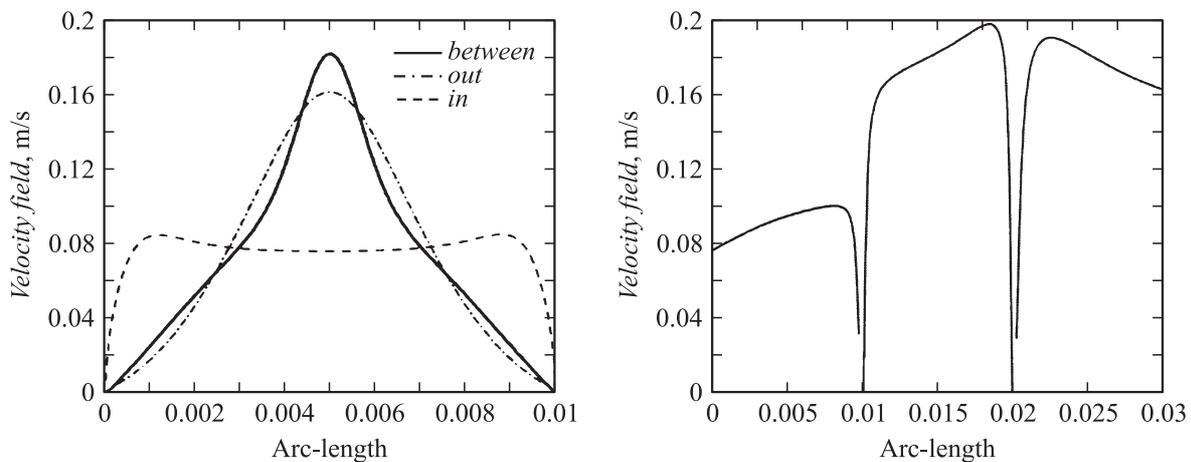


Рис. 4. Слева — профили скоростей на разных участках течения; штриховая линия — на левой границе канала, штрихпунктир — на правой границе, сплошная линия — по середине между электродами. Справа представлен график распределения скорости вдоль оси симметрии модели. Ширина канала 1 см.

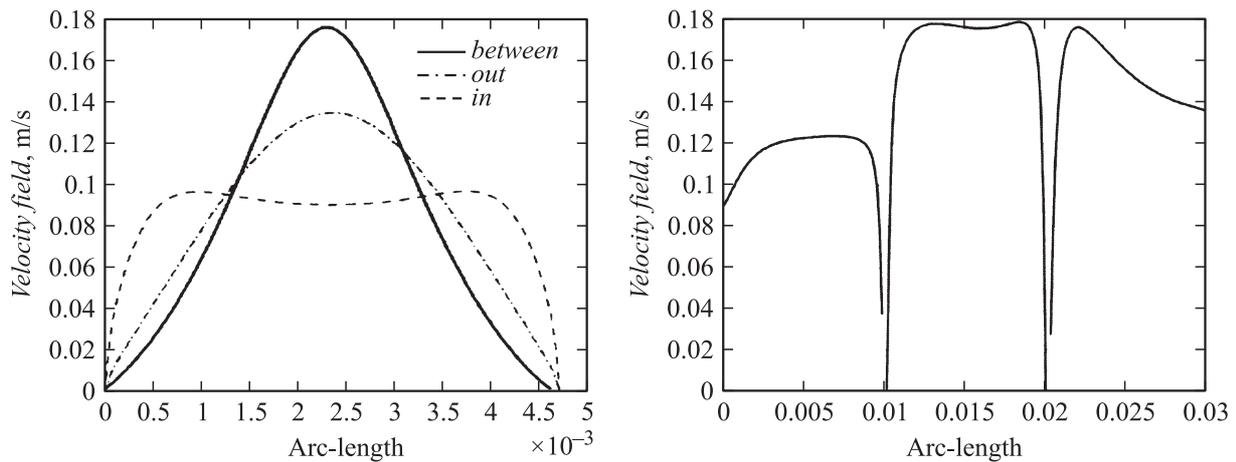


Рис. 5. Слева — профили скоростей на разных участках течения; штриховая линия — на левой границе канала, штрихпунктир — на правой границе, сплошная линия — по середине между электродами. Справа представлен график распределения скорости вдоль оси симметрии модели. Ширина канала 4.7 mm.

жидкости, причем наблюдается смещение максимума скорости к противозлектроду. За ним также имеется небольшая зона ускорения, после чего течение начинает тормозиться и его специфический гидродинамический профиль начинает „размываться“. Из графика профиля скорости можно определить, что полная ширина струи составляет 5 mm, что соответствует ширине струи в свободном пространстве. Таким образом, в этом случае канал слабо влияет на собственную структуру ЭГД-течения и его роль сводится к формированию подсоса жидкости из внешней области.

Рассмотрим теперь течение в канале с шириной 4.7 mm, практически равной собственной ширине центральной струи ЭГД-течения. Качественно графики распределения полей скоростей и заряда пока еще близки к рассмотренным выше. Отличия лучше видны на линейных профилях и осевых распределениях скорости вдоль оси симметрии, приведенных на рис. 5.

По сравнению с предыдущей моделью профиль скоростей в середине МЭП более пологий, пропала четкая граница между силовой и не силовой частями течения. На правой границе канала профиль можно описать параболической функцией, т.е. течение на выходе из канала можно считать установившимся, не силовым. График распределения скорости вдоль оси симметрии также существенно отличается от того, что был приведен ранее. Теперь ускорение жидкости локализовано на трех основных участках: на входе в канал, сразу за активным электродом, перед и сразу после пассивного электрода. На остальных же участках течение имеет установившийся характер. В МЭП можно заметить небольшой минимум скорости, что свидетельствует о том, что в этой модели уже внутри МЭП начинает проявляться влияние диссипативных сил за счет близости стенок.

При сужении канала еще более усиливаются оба типа влияния на структуру сквозного ЭГД-течения: это увеличение вязкого трения о стенки и влияние поверхност-

ного заряда, оседающего на диэлектрических стенках канала. Как видно из рис. 3, электрическое поле имеет существенную составляющую, нормальную к стенкам канала. Под действием этого поля объемный заряд заряженных струй с течением времени будет оседать на стенках канала и создавать собственное поле, влияющее на поле электрода. Первое окажется существенным при расстояниях между стенками, сопоставимых с естественными размерами центральной струйки течения, второе при расстояниях между стенками меньше межэлектродного расстояния.

Рассмотрим теперь модель с узким каналом шириной 1 mm. Из графика распределения заряда (рис. 6, а) видим, что, как и ожидалось, для узкого канала происходит существенное изменение зарядовой структуры течения. Пропала тонкая заряженная струйка, следующая от активного электрода вдоль центральной оси течения. Вместо нее зарядовая структура, следующая от активного электрода, имеет сложный характер, происходит накопление заряда на стенках канала. Увеличение накопления заряда в канале с узкими стенками обусловливается тем, что уменьшается конвективный снос жидкости и на передний план выходит ток миграции. Поскольку силовые линии поля имеют на стенках существенную нормальную компоненту, то внутри МЭП накапливается положительный заряд, а за пассивным электродом — отрицательный. Накопление заряда на стенках канала приводит к торможению жидкости, а также к тому, что линии электрического поля частично разворачиваются в направлении оси канала, и происходит частичное экранирование диэлектрических стенок полем заряда. Полного экранирования в данной модели не наблюдается. Это можно объяснить тем, что у нас все еще присутствует небольшой конвективный снос заряда. Кроме того, следует отметить, что положительный заряд практически не проникает за пассивный электрод. Вследствие этого на выходе канала образуется заря-

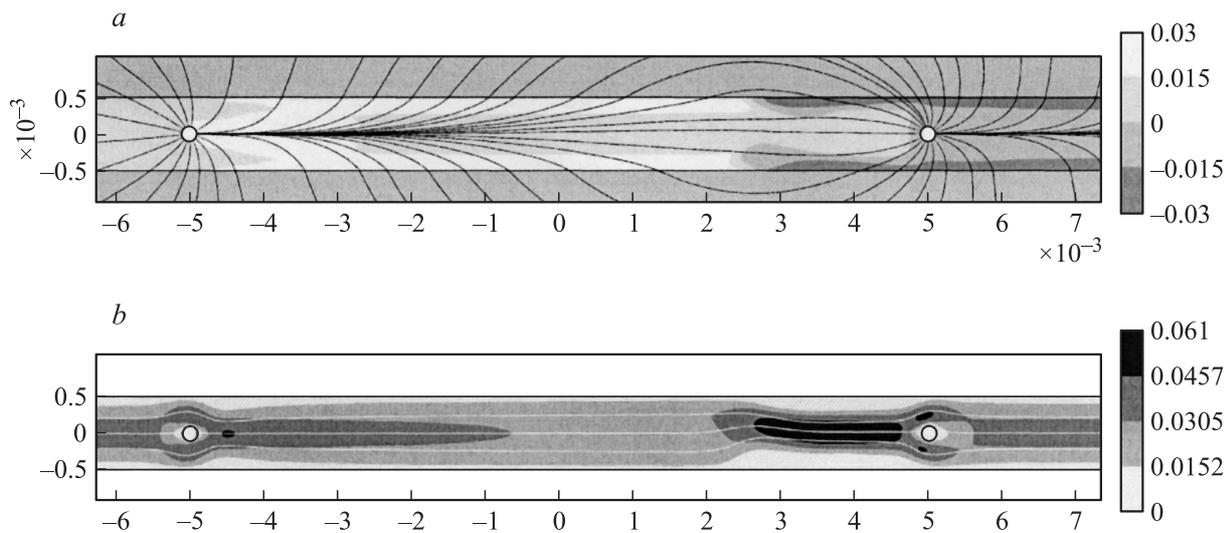


Рис. 6. Распределение линий электрического поля и плотности электрического заряда (а). Распределение линий тока жидкости и поля скоростей (b) в канале с шириной 1 mm.

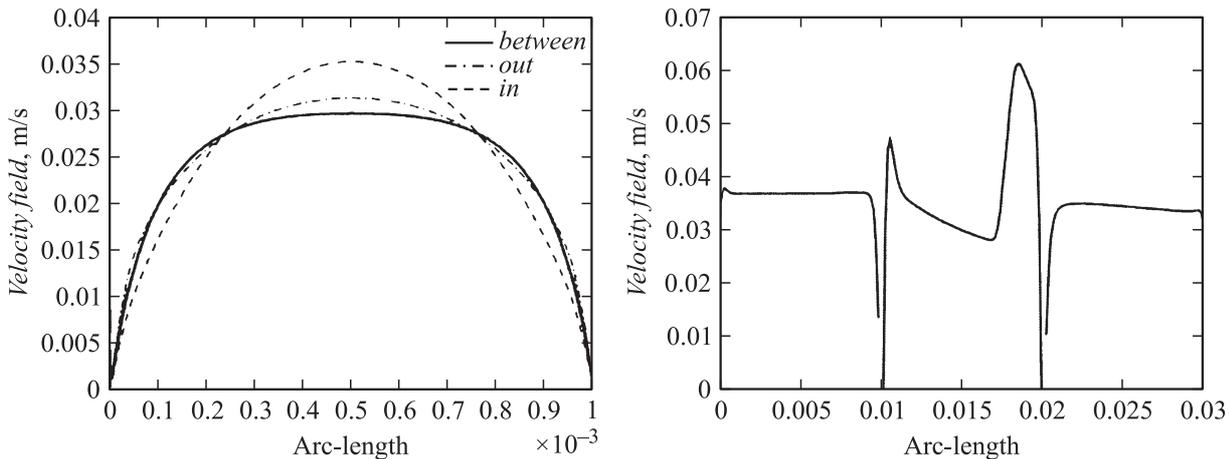


Рис. 7. Слева — профили скоростей на разных участках течения; штриховая линия — на левой границе канала, штрихпунктир — на правой границе, сплошная линия — по середине между электродами. Справа представлен график распределения скорости вдоль оси симметрии модели. Ширина канала 1 mm.

довая пробка, заряженная отрицательно и исходящая от противоэлектрода, которая снижает интенсивность установившегося сквозного течения. Это хорошо видно на поверхностных графиках распределения скоростей в узком канале (рис. 6, b).

Мы видим, что близкое расположение стенок существенно исказило структуру центральной струи сквозного ЭГД-течения. Практически пропал подсос жидкости. Изменилась структура зон ускорения. Если в случае широкого канала имеются две основные зоны ускорения: за активным электродом и за пассивным, то в случае узкого канала сформировались только две основные зоны ускорения: непосредственно после активного электрода и перед пассивным. После короткой зоны ускорения сразу за активным электродом скорость сквозного течения под действием возросших вязких сил быстро падает.

Также быстрый спад скорости виден и перед пассивным электродом. Поэтому течение в середине МЭП, а также перед активным и за пассивным электродами носит чисто вязкий характер. Силовой характер течения наблюдается только в зонах ускорения.

Эти особенности хорошо видны на линейных профилях и осевых распределениях скоростей.

Из этих графиков видим, что профили скоростей (рис. 7) в начале, середине и на выходе из канала практически совпадают и имеют параболическую форму. Это говорит о том, что силы вязкости доминируют практически на всей длине канала. Из графика распределения скорости вдоль оси симметрии видно, что у нас есть только две зоны ускорения: после активного электрода и перед пассивным. При этом из-за существенного увеличения сил вязкости максимальная скорость сквозного

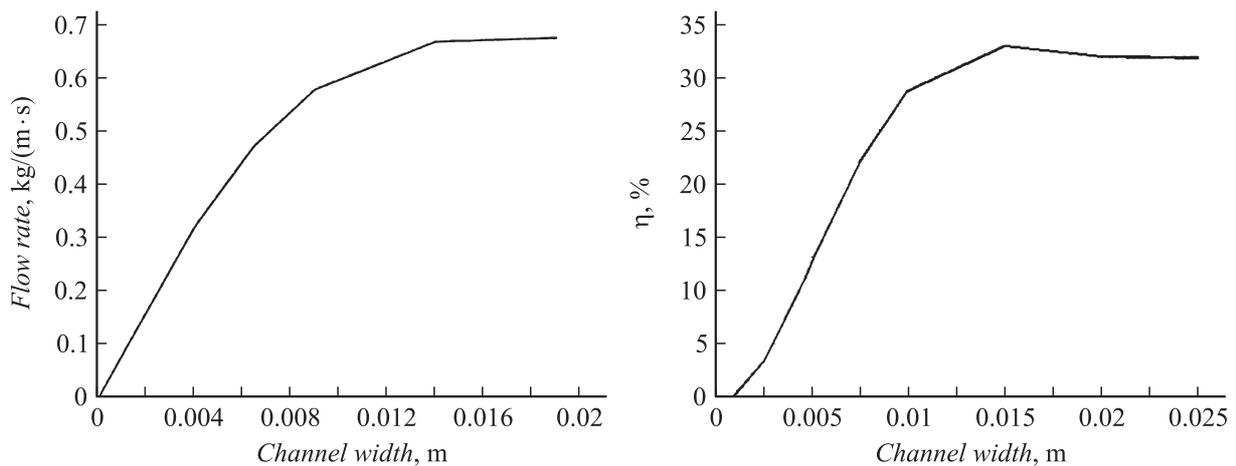


Рис. 8. Слева — график зависимости расхода жидкости от ширины канала. Справа — зависимость КПД (η) нашей системы от ширины канала.

течения почти в 4 раза меньше, чем скорость течения в открытом пространстве.

По результатам моделирования можем получить зависимости различных интегральных характеристик от ширины. Наибольший интерес представляют графики зависимости расхода жидкости и КПД. Расход жидкости вычисляется как интеграл от потока жидкости по правой границе канала

$$\Phi = \int_{\text{out}} \gamma \mathbf{u} \, d\mathbf{S}. \quad (9)$$

КПД, в свою очередь, определяется соотношением полезной работы к затрачиваемой: $\eta = P_{\text{out}}/P_{\text{in}}$. Затрачиваемая мощность определяется из теоремы Рамо—Шокли [10,11] путем вычисления следующего интеграла:

$$P_{\text{in}} = \int_{\Omega} \sum_{i=1,2} \left(\mathbf{j}_i \mathbf{E} - \rho_i \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) dr. \quad (10)$$

Здесь интегрирование ведется по всей области Ω существования электрического тока, суммирование же производится по ионным компонентам системы. Полезная мощность, в свою очередь, определяется, как объемный интеграл от скорости изменения энергии жидкости во времени [12]

$$P_{\text{out}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \left(\frac{\gamma v^2}{2} + \varepsilon \right) dV = - \oint_{\partial\Omega} \gamma \mathbf{v} \left(\frac{v^2}{2} + w \right) d\mathbf{S}. \quad (11)$$

Поскольку рассматриваем приближение изотермической несжимаемой жидкости, то выражение под знаком второго интеграла упрощается и принимает вид

$$P_{\text{out}} = \oint_{\partial\Omega} \gamma \mathbf{v} \left(\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\gamma} \right) d\mathbf{S}, \quad (12)$$

где интегрирование ведется по внешнему контуру $\partial\Omega$. Поскольку на стенках канала задано условие прилипания, то интеграл там будет равен нулю и для вычисления

полезной мощности нужно будет вычислить интеграл только на правой и левой границах канала. В результате графики зависимости выбранных интегральных характеристик будут иметь вид, представленный на рис. 8.

Из этих графиков видно, что с увеличением ширины канала происходит линейный рост расхода жидкости до некоторого предельного значения, совпадающего с расходом в открытом пространстве. Это происходит благодаря уменьшению вязких потерь на трение о стенки. Об этом же свидетельствует зависимость КПД от расстояния между стенками, имеющая аналогичный характер. Похожий вид имеет зависимость КПД системы. Мы видим, что максимальная эффективность системы составляет примерно 30%, причем она достигается на ширинах канала, больших трех характерных ширин гидродинамической струи.

Заключение

Проведено моделирование сквозного ЭГД-течения в симметричной системе электродов провод—провод на основе полной системы ЭГД-уравнений в плоском канале с диэлектрическими стенками, на которых заданы граничные условия типа бесконечности. Ток инжекции на электродах задавался в соответствии с зависимостью типа Шоттки. В настоящей работе рассмотрено влияние ширины канала на характеристики сквозного течения. Показано, что влияние стенок существенно при поперечных размерах канала меньше естественной ширины центральной струйки сквозного ЭГД-течения. Влияние носит вязкий характер и связано с накоплением объемного заряда на диэлектрических стенках канала. Также в работе приведены зависимости интегральных характеристик, таких как КПД и расход жидкости, от ширины канала.

Список литературы

- [1] *Остроумов Г.А.* Взаимодействие электрических и гидродинамических полей: физические основы электрогидродинамики. М.: Наука, 1979. 319 с.
- [2] *Стишков Ю.К., Остапенко А.А.* Электрогидродинамические течения в жидких диэлектриках. М.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1989. 174 с.
- [3] *Буянов А.В., Стишков Ю.К.* // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 8. С. 120–123.
- [4] *Елагин И.А., Стишков Ю.К.* // Вестник СПбГУ. 2009. Сер. 4. Вып. 2. С. 31–40.
- [5] *Стишков Ю.К., Чирков В.А.* // ЖТФ. 2008. Т. 78. Вып. 11. С. 17–23.
- [6] *Ашихмин И.А., Стишков Ю.К.* // Электронная обработка материалов. 2009. Вып. 6. С. 42–51.
- [7] *Адамчевский И.* Электрическая проводимость жидких диэлектриков. Л.: Энергия, 1972. 296 с.
- [8] *Жакин А.И.* // УФН. 2006. Т. 176. Вып. 3. С. 289–310.
- [9] *Castellanos A.* Electrohydrodynamics. Wien: Springer, 1998. 363 p.
- [10] *Shockly W.* // J. Appl. Phys. 1938. Vol. 9. October. P. 635–636.
- [11] *Ramo S.* // Proc. I.R.E. 1939. Vol. 27. September. P. 584–585.
- [12] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. Т. VI. М.: Наука, 1988. 736 с.