

01
Метод Парето-оптимального параметрического синтеза аксиально-симметричных магнитных систем с учетом нелинейных магнитных свойств ферромагнетика

© В.Я. Гальченко, А.Н. Якимов, Д.Л. Остапуценко

Луганский государственный медицинский университет,
91045 Луганск, Украина
e-mail: alex_forever_82@mail.ru

(Поступило в Редакцию 18 июля 2011 г.)

Разработан метод Парето-оптимального синтеза аксиально-симметричных магнитных систем, содержащих ферромагнитные элементы с нелинейными магнитными свойствами, основанный на совместном использовании парадигмы роевого интеллекта и эволюционной оптимизации с применением генетических алгоритмов. Приведены численные примеры проектирования устройств, предназначенных для создания однородного и градиентного магнитных полей в их рабочем объеме.

Введение

Оптимальное проектирование магнитных систем, содержащих ферромагнитные элементы, предполагает решение задачи параметрического синтеза, при котором происходит поиск оптимальных значений конструктивных параметров магнитопровода, полюсных наконечников и намагничивающих катушек, обеспечивающих требуемое распределение магнитного поля в рабочем объеме устройства. При этом в одинаковой степени важны как используемый метод расчета поля, так и применяемый алгоритм условной оптимизации.

В большинстве случаев априори заданного распределения магнитного поля удается достичь путем поиска оптимальной формы полюсных наконечников электромагнита. В работе [1] для этой цели при расчете магнитного поля применялся метод конечных элементов (FEM) совместно с локальным методом поиска экстремума оптимизируемой функции и методом анализа чувствительности (sensitivity analysis). Такой подход не позволяет в общем случае находить глобальное решение задачи оптимизации, а лишь одно из локальных решений. Кроме того, применение метода FEM предполагает разбиение на конечные элементы не только ферромагнетика, но и окружающего его пространства, что в результате на порядок увеличивает размерность задачи и требует искусственного ограничения расчетной области. В исследовании [2] для расчета поля был использован аппарат пространственных интегральных уравнений, предполагающий дискретизацию лишь ферромагнитных элементов магнитной системы, однако при поиске оптимальной формы полюсов магнита также применялся локальный метод крупногошагового поиска экстремума.

При проведении синтеза магнитных устройств более перспективным является применение алгоритмов, обладающих глобальными поисковыми свойствами. К ним относятся метод отжига (SA), генетические алгоритмы (GA), метод оптимизации роем частиц (PSO) [3–5] и др. Так как при учете нелинейных

магнитных характеристик ферромагнетика даже однократное решение прямой задачи анализа магнитного поля требует значительных вычислительных затрат, то особенно важно, чтобы оптимизационный алгоритм находил глобальное решение за наименьшее количество вычислений целевой функции. Как было показано в работе [6], совместное использование алгоритмов PSO и GA позволяет повысить скорость сходимости процесса оптимизации для различных классов функций, в том числе, многоэкстремальных и овражных, которые часто возникают при решении обратных некорректно поставленных задач, в том числе и задач синтеза магнитных устройств. Разработанный авторами гибридный алгоритм оптимизации роем частиц с эволюционным формированием состава популяции [6] отличается от известных алгоритмов, которые совместно используют поисковые стратегии PSO и GA [7,8], более гармоничным сочетанием обоих алгоритмов, применением оператора кроссовера не только для положений частиц, но и для их скоростей, а также наличием эволюции связей между частицами роя.

При синтезе реальных магнитных систем, содержащих ферромагнитные элементы, необходимо учитывать не только требования, предъявляемые к распределению магнитного поля, но и ряд дополнительных факторов, таких, как минимизация массы проектируемого устройства, уменьшение габаритных магнитной системы и потребляемой катушками мощности и др. Таким образом, возникает необходимость решать задачу оптимизации в многокритериальной постановке. В работах [9–13] для этой цели использовался агрегированный векторный критерий, позволяющий одновременно учесть несколько требований к проектируемой магнитной системе и свести многокритериальную задачу оптимизации к однокритериальной. Основной особенностью такого подхода является проблема выбора значений весовых коэффициентов для отдельных критериев и задание приоритета их важности.

Другой проблемой является необходимость учета ограничений, накладываемых на конструктивные пара-

метры магнитной системы, которая чаще всего решается путем использования штрафных функций, что в свою очередь, требует рационального выбора численных значений коэффициентов в штрафной функции и обычно способствует повышению степени овражности целевой функции. Альтернативным подходом проведения многокритериальной оптимизации является поиск множества Парето [14], в которое входят все решения, не доминируемые другими решениями. Для выделения недоминируемых решений удобно использовать специальным образом рассчитываемые ранги. Однако возникает проблема сравнения нескольких решений, имеющих одинаковые значения рангов.

Целью настоящей работы является разработка гибридного алгоритма Парето-оптимального синтеза аксиально-симметричных магнитных систем с ферромагнитными элементами, обладающими нелинейными свойствами, и демонстрация его возможностей на ряде модельных примеров.

1. Метод Парето-оптимального синтеза

Решение задачи оптимального проектирования магнитных систем, содержащих ферромагнитные конструктивные элементы, предполагает решение двух основных подзадач — задачи эффективного расчета поля в рабочем объеме проектируемой магнитной системы, а также разработки алгоритма многокритериальной оптимизации, позволяющего находить оптимальные значения конструктивных параметров проектируемой магнитной системы с учетом ряда дополнительных критериев, непосредственно не связанных с требованиями к конфигурации магнитного поля, но учет которых может существенным образом отразиться на стоимости изготовления или эксплуатации проектируемого устройства, его габаритных размерах, массе и т.д. При этом высокой эффективности вычислительного процесса синтеза можно достичь при гармоничном сочетании алгоритмов расчета поля и оптимизации с учетом максимального числа специфических особенностей решаемой задачи. В рамках концепции, использованной в настоящей работе, решение задачи оптимального синтеза предполагает многократное повторение решения задачи расчета распределения поля в рабочем объеме при различных значениях конструктивных параметров магнитной системы. При этом увеличения скорости расчета поля можно добиться, выделив вычислительные процедуры, результат которых в максимальной степени не зависит от текущего значения конструктивных параметров магнитной системы, в отдельный блок, выполнение которого осуществляется на предварительной стадии с сохранением результатов в оперативной памяти компьютера для последующего использования. В свою очередь, используемый в основе метода синтеза алгоритм оптимизации должен обеспечивать возможность поиска глобального оптимума многоэкстремальных, многомерных овражных и функций, имеющих области типа плато. Поскольку

значения целевых функций определяются алгоритмически, т.е. в результате численного расчета поля, то также является нежелательным применение алгоритмов, использующих значения производных целевых функций.

Конструктивные параметры проектируемой магнитной системы удобно представить в виде вектора $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, принимающего значения из некоторого подмножества $\mathbf{D} \subset \mathbf{R}^n$, определяемого совокупностью ограничений, обусловленных геометрией магнитной системы и ее физической реализуемостью. Требования, предъявляемые к магнитной системе, задаются в виде векторного критерия $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \{f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})\}$. На множестве возможных значений векторного критерия вводится отношение частичной упорядоченности, называемое доминированием по Парето, при котором $\mathbf{f}^{(1)} \prec \mathbf{f}^{(2)}$ тогда, когда для всех $i = \overline{1, m}$ выполняется условие $f_i^{(1)} \leq f_i^{(2)}$, а для одного i — условие $f_i^{(1)} < f_i^{(2)}$. Это правило позволяет ввести отношение доминирования на множестве \mathbf{D} , при котором $\mathbf{x}_1 \prec \mathbf{x}_2$ тогда, когда $\mathbf{f}(\mathbf{x}_1) \prec \mathbf{f}(\mathbf{x}_2)$. Решение $\mathbf{x}_1 \in \mathbf{D}$ называется Парето-оптимальным, если не существует решения $\mathbf{x}_2 \in \mathbf{D}$ такого, чтобы выполнялось условие $\mathbf{x}_1 \prec \mathbf{x}_2$. Множество Парето-оптимальных решений называется множеством Парето, которое обозначим \mathbf{P} , $\mathbf{P} \subset \mathbf{D}$. Следует отметить, что элементы множества \mathbf{P} попарно несравнимы между собой.

Для решения задачи поиска Парето-оптимальных значений конструктивных параметров проектируемой магнитной системы используется разработанный авторами гибридный алгоритм роевой оптимизации с эволюционным формированием состава роя [6]. При использовании этого алгоритма из множества \mathbf{D} случайным образом выбирается некоторое подмножество точек $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N\}$, представляющее рой частиц. Всем решениям из подмножества \mathbf{X} , согласно числу доминирующих их элементов, присваиваются ранги, множество которых обозначим $\mathbf{r} = \{r_1, r_2, \dots, r_N\}$. При этом частицы, имеющие нулевой ранг, являются некоторыми приближениями Парето-оптимальных решений из подмножества \mathbf{P} . Элементы подмножества \mathbf{X} сортируются в порядке возрастания рангов, при этом элементы, имеющие одинаковый ранг, сравниваются согласно дополнительно вводимому агрегированному критерию вида $f = f_1^{\lambda_1} f_2^{\lambda_2} \dots f_m^{\lambda_m}$, где $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ — вещественные показатели, определяющие приоритет критериев. Ввод дополнительной информации в виде агрегированного критерия позволяет указать в явном виде предпочтительность выбора решения среди одноранговых вариантов. Таким образом, частицы, имеющие меньший ранг совместно с меньшим значением агрегированного критерия, характеризуются меньшим значением индекса. В множестве \mathbf{X} фиксируется два подмножества \mathbf{X}_{PSO} и \mathbf{X}_{MP} с числом элементов N_{PSO} и N_{MP} соответственно, связанные соотношением $\mathbf{X}_{\text{MP}} \subset \mathbf{X}_{\text{PSO}} \subset \mathbf{X}$. При этом в подмножества \mathbf{X}_{PSO} и \mathbf{X}_{MP} попадают элементы, имеющие наименьшие индексы, т.е. \mathbf{X} приобретает структуру

$$\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{N_{\text{MP}}}, \mathbf{x}_{N_{\text{MP}}+1}, \dots, \mathbf{x}_{N_{\text{PSO}}}, \mathbf{x}_{N_{\text{PSO}}+1}, \dots, \mathbf{x}_N\}. \quad (1)$$

К подмножеству \mathbf{X}_{PSO} применяется определенное число итераций алгоритма PSO. Для этого с частицами роя ассоциируются их скорости, множество которых обозначим $\mathbf{V} = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_N\}$, обладающее аналогичной структурой.

На каждой итерации алгоритма PSO осуществляется обновление положений и скоростей частиц подмножества \mathbf{X}_{PSO} в соответствии с формулами

$$\mathbf{v}'_i = \omega \mathbf{v}_i + c_1 \mathbf{r}_1 (\mathbf{x}_i^p - \mathbf{x}_i) + c_2 \mathbf{r}_2 (\mathbf{x}_i^g - \mathbf{x}_i), \quad (2)$$

$$\mathbf{x}'_i = \mathbf{x}_i + \mathbf{v}'_i, \quad (3)$$

где $i = \overline{1, N_{\text{PSO}}}$, \mathbf{x}_i — вектор параметров, характеризующий положение i -й частицы, \mathbf{v}_i — скорость i -й частицы, ω — инерционный коэффициент, c_i — коэффициент, характеризующий индивидуальное поведение i -й частицы, \mathbf{x}_i^p — лучшее решение, найденное i -й частицей на всей ее траектории движения, c_2 — коэффициент, характеризующий коллективное поведение частицы, \mathbf{x}_i^g — лучшее решение, найденное частицами, соседними по отношению к i -й, согласно некоторому перечню ее соседей, \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 — векторы, содержащие случайные числа с равномерным законом распределения. В случае, когда частица вышла за пределы множества \mathbf{D} , она возвращается к ближайшей границе с обнулением соответствующих компонент скорости. Если в течение нескольких итераций не удалось найти более лучшего решения, то связи между частицами обновляются.

После выполнения заданного числа итераций алгоритма PSO элементы множества \mathbf{X} , не вошедшие в подмножество \mathbf{X}_{PSO} , замещаются частицами, полученными в результате применения генетических операторов к элементам подмножества \mathbf{X}_{MP} . К генетическим операторам относятся бинарные стохастические операторы, называемые кроссинговерами, и унарные, называемые мутациями. Следует выделить применение генетических операторов, затрагивающих положения частиц, их скорости и перечни соседей.

В качестве примеров таких генетических операторов можно указать кроссинговеры, действующие по следующим схемам:

$$\mathbf{x}_{i_3} = \alpha \mathbf{x}_{i_1} + (1 - \alpha) \mathbf{x}_{i_2}, \quad (4)$$

$$\mathbf{v}_{i_3} = \beta \mathbf{v}_{i_1} + (1 - \beta) \mathbf{v}_{i_2}, \quad (5)$$

где $i_1, i_2 = \overline{1, N_{\text{MP}}}$ — индексы случайным образом отобранных для скрещивания частиц из \mathbf{X}_{MP} , называемых родителями, $i_3 = \overline{N_{\text{PSO}} + 1, N}$ — индексы замещаемых частиц из подмножества $\mathbf{X} \setminus \mathbf{X}_{\text{PSO}}$, называемых потомками, α, β — случайные числа с равномерным законом распределения, генерируемые таким образом, чтобы результат применения описываемых кроссинговеров не выходил за пределы множества допустимых решений \mathbf{D} . В кроссинговерах, затрагивающих список соседей, потомки без изменений наследуют положения и скорости родителей, однако их соседи случайным образом выбираются из списков соседей обоих родителей. Соответственно при мутациях случайным образом,

согласно некоторым законам, возмущаются положения, скорости и списки соседей частиц.

После реализации описанных выше действий выполняется повторное ранжирование и сортировка элементов множества \mathbf{X} . Следует отметить, что при проведении сортировки ассоциированные с частицами скорости, списки соседних частиц, найденные индивидуальные и коллективные лучшие решения перемещаются вместе с частицами. Для нахождения приемлемого решения необходимо циклическое выполнение приведенных выше этапов работы оптимизационного алгоритма.

2. Метод анализа распределения магнитного поля

Для расчета поля, создаваемого магнитной системой, содержащей ферромагнитные элементы с восприимчивостью $\chi(H)$, удобно использовать пространственное интегральное уравнение, записанное относительно распределения намагниченности [13],

$$\mathbf{H}(\mathbf{Q}) + \mathbf{M}(\mathbf{Q}) = \frac{1}{4\pi} \text{rot}_{\mathbf{Q}} \iiint_V \mathbf{M}(\mathbf{P}) \times \text{grad}_{\mathbf{P}} \frac{1}{r_{\text{PQ}}} dV_{\mathbf{P}} + \mathbf{H}^{(0)}(\mathbf{Q}), \quad (6)$$

дополненное материальным уравнением вида

$$\mathbf{M}(\mathbf{Q}) = \chi(H) \mathbf{H}(\mathbf{Q}), \quad (7)$$

где $\mathbf{r}_{\text{PQ}} = \mathbf{r}_{\mathbf{Q}} - \mathbf{r}_{\mathbf{P}}$ — вектор, проведенный из точки истока \mathbf{P} в точку наблюдения \mathbf{Q} , принадлежащие ферромагнитному телу, $\mathbf{H}^{(0)}(\mathbf{Q})$ — напряженность первичного поля, создаваемого токами, протекающими в катушках.

При известном распределении намагниченности \mathbf{M} по всему объему ферромагнетика V напряженность магнитного поля в произвольной точке рабочего объема \mathbf{Q} может быть рассчитана по формуле

$$\overline{\mathbf{H}}(\mathbf{Q}) = \frac{1}{4\pi} \text{rot}_{\mathbf{Q}} \iiint_V \frac{\mathbf{M}(\mathbf{P}) \times \mathbf{r}_{\text{PQ}}}{r_{\text{PQ}}^3} dV_{\mathbf{P}} + \mathbf{H}^{(0)}(\mathbf{Q}). \quad (8)$$

В цилиндрической системе координат для случая аксиально-симметричной магнитной системы, разбивая ферромагнитное тело на кольцевые элементы с постоянным шагом по координатным осям ρ и z , решение исходного интегрального уравнения (6) в предположении о кусочно-непрерывном характере распределения намагниченности внутри элементов разбиения сводится к решению системы нелинейных уравнений вида, как это сделано в [13],

$$\mathbf{F}^{-1}(\mathbf{M}) + \mathbf{M} = \mathbf{A}\mathbf{M} + \mathbf{H}^{(0)}, \quad (9)$$

где \mathbf{A} — матрица коэффициентов взаимного влияния между кольцевыми элементами разбиения, $\mathbf{F}^{-1}(\mathbf{M})$ — оператор обратной магнитной характеристики. Наиболее трудоемким этапом решения системы уравнений (9)

является расчет коэффициентов матрицы \mathbf{A} . Поэтому для исключения повторных вычислений в процессе оптимизации предлагается заранее насчитывать их значения для всех возможных пар кольцевых элементов на регулярной сети разбиения возможного пространства размещения ферромагнетика [13], а затем использовать эти значения по мере необходимости. Значительно сократить время расчета коэффициентов матрицы \mathbf{A} и уменьшить необходимую для их хранения оперативную память компьютера позволил учет трансляционной симметрии вдоль оси z , так как значение коэффициентов взаимного влияния с точностью до знака зависит лишь от взаимного расположения пары кольцевых элементов, что подробно рассматривается в работе [13].

Для решения системы нелинейных уравнений (9), использовался метод Ньютона-GMRES, где наибольшее время при решении системы линейных уравнений занимает построение базиса подпространства Крылова, которое формально сводится к многократному умножению матрицы на вектор. Значительно ускорить проведение этого вычислительного этапа позволило использование некоторых матричных преобразований с последующим применением процедуры быстрого преобразования Фурье для осуществления операций типа свертки. Существенный выигрыш во времени счета при использовании данного приема достигается при уменьшении шага дискретизации пространства поиска решения.

3. Верификация метода синтеза

Проверка правильности синтеза осуществлялась для задачи поиска формы тела, способного однородно намагничиваться в однородном магнитном поле. Как известно, этим свойством обладают только тела, имеющие форму эллипсоида вращения. При проведении верификации аксиально-симметричное ферромагнитное тело представлялось в виде набора цилиндров с фиксированными радиусами, с последующим их разбиением на кольцевые элементы. Требовалось найти численные значения длин этих цилиндров, при которых намагниченность образованного ими тела была максимально однородной и имела наибольшее возможное значение. В рассматриваемой задаче оптимизации в качестве частных минимизируемых критериев выступали значения величины, обратной намагниченности в центре тела, а также усредненные по объему относительные отклонения радиальной и аксиальной компонент намагниченности.

Для сравнения решений, имеющих одинаковые ранги, использовалась целевая функция

$$f = \frac{\sum_{i=1}^n |\mathbf{M}_i - \mathbf{M}_0|^2 V_i}{|\mathbf{M}_0|^2 V}, \quad (10)$$

где \mathbf{M}_i — намагниченность в i -м кольцевом элементе разбиения, \mathbf{M}_0 — намагниченность в центре тела, V_i — объем i -го элемента разбиения, V — общий объем, занимаемый ферромагнетиком.

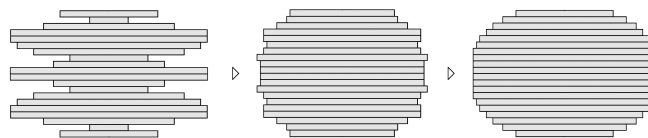


Рис. 1. Поиск формы однородного намагничиваемого тела.

Количество цилиндрических элементов выбиралось равным 10, радиус и наибольшая допустимая длина цилиндров составляли 10 и 80 мм соответственно. Дискретизация цилиндров проводилась с шагом 0,5 мм. Во время численного моделирования напряженность внешнего поля полагалась равной $H_0 = 1$ кА/м. На рис. 1 показана динамика изменения формы тела в процессе синтеза. В результате проведения оптимизации погрешность однородности намагничивания ферромагнитного тела уменьшилась до величины 10%. При увеличении числа цилиндрических элементов имеется тенденция дальнейшего повышения однородности намагничивания.

Подробные сведения о примерах верификации разработанного ПО для тел с известными аналитическими решениями для определения распределения напряженности магнитного поля содержатся в работе [13].

4. Примеры численного моделирования

4.1. Синтез однородного магнитного поля

В качестве первого примера использования разработанного метода рассмотрим синтез аксиально-симметричной магнитной системы, предназначенной для создания в рабочем объеме магнитного поля, имеющего высокую степень однородности. При этом полюсные наконечники представлялись совокупностью из трех цилиндрических ферромагнитных элементов. В каче-

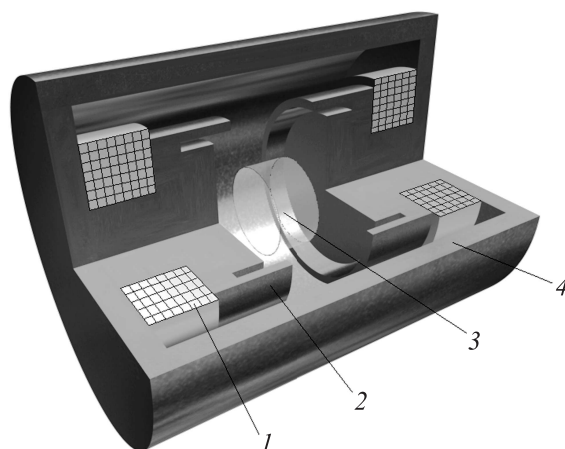


Рис. 2. Синтезированная магнитная система, обеспечивающая однородное магнитное поле в рабочем объеме: 1 — катушки, 2 — полюсные элементы, 3 — рабочий объем, 4 — магнитопровод.

стве варьируемых параметров выступали радиусы ρ_i и высоты h_i этих элементов, $i = \overline{1, 3}$, внутренний R_1 и внешний R_2 радиусы катушек, их длина h_c и плотность протекающего в них тока j , толщина стенок d , длина L и внешний радиус R магнитопровода (рис. 2). На основные геометрические параметры магнитной системы, выраженные в миллиметрах, накладывались следующие ограничения:

$$\begin{cases} 5 \leq d \leq 10, \\ 60 \leq L \leq 120, \quad 20 \leq R \leq 40, \\ 0 \leq \rho_1 \leq \rho_2 \leq \rho_3 \leq R - d, \\ 20 \leq h_i \leq L/2 - 10. \end{cases} \quad (11)$$

Параметры катушек h_c, R_1, R_2 варьировались в пределах, обеспечивающих их непересекаемость с магнитопроводом и полюсами; величина плотности тока j изменялась от 1 до 5 А/мм². Рабочий объем имел форму цилиндра радиусом и длиной равными 10 мм, контрольные точки k в котором располагались регулярно с шагом 1 мм по координатным осям ρ и z . Для аппроксимации ферромагнитных элементов в расчетной области $R \times L$ вводилась регулярная сеть с шагом 1 мм по обеим осям. При этом общее число элементов разбиения системы составляло более трех тысяч.

В качестве частных критериев выступали функции

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{1}{H_z^{(0)}}, & \varphi_2 &= \frac{\max_k |\Delta H^{(k)}|}{H^{(0)}}, \\ \varphi_3 &= V, & \varphi_4 &= j^2 V_c, \end{aligned} \quad (12)$$

где $H^{(0)}$ — величина напряженности магнитного поля в центре рабочего объема, $\Delta H^{(k)}$ — абсолютное отклонение напряженности магнитного поля в контрольных точках от значения в центре системы, V — объем, занимаемый ферромагнетиком, V_c — объем, занимаемый катушками. Минимизация этих критериев позволяет максимизировать величину поля в центре рабочего объема, обеспечить высокую степень однородности магнитного поля, минимизировать объем, занимаемый ферромагнетиком, уменьшить потребляемую катушками мощность.

Для сравнения решений, имеющих равные ранги, использовался агрегированный критерий вида

$$f = f_1^{\lambda_1} f_2^{\lambda_2} f_3^{\lambda_3}, \quad (13)$$

где

$$f_1 = \sum_{k=1}^K \left(\frac{\Delta H^{(k)}}{H^{(0)}} \right)^2, \quad f_2 = \frac{V - V_{\min}}{V_{\max} - V_{\min}},$$

$$f_3 = \frac{P - P_{\min}}{P_{\max} - P_{\min}},$$

$$P = j^2 V_c, \quad P_{\min} = j_{\min}^2 V_{c \min}, \quad P_{\max} = j_{\max}^2 V_{c \max},$$

$$\lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = \lambda_3 = 0.5.$$

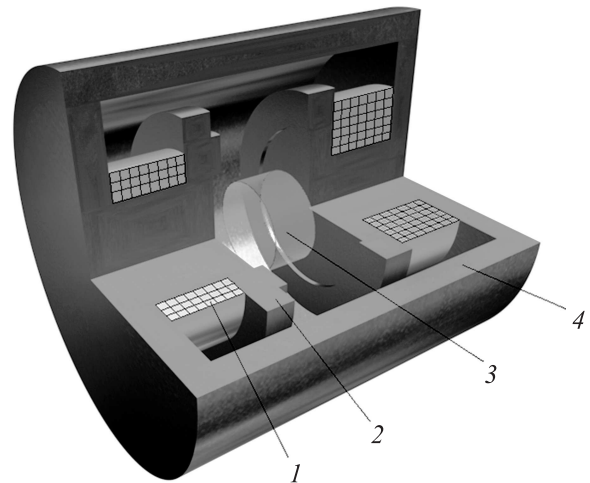


Рис. 3. Синтезированная магнитная система, обеспечивающая постоянство величины $\text{grad } H_z$ в рабочем объеме: 1 — катушки, 2 — полюсные элементы, 3 — рабочий объем, 4 — магнитопровод.

Внешний вид синтезированной магнитной системы проиллюстрирован на рис. 3. При оптимизации априори предполагалась зеркальная симметрия системы относительно плоскости $\rho O z$. Оптимальные численные значения найденных при синтезе параметров магнитной системы приведены в табл. 1.

Таблица 1. Оптимальные значения конструктивных параметров

| $d,$ | $L,$ | $R,$ | $h_c,$ | $R_1,$ | $R_2,$ | $j,$ | $\rho_1,$ | $\rho_2,$ | $\rho_3,$ | $h_1,$ | $h_2,$ | $h_3,$ |
|------|------|------|--------|--------|--------|-------------------|-----------|-----------|-----------|--------|--------|--------|
| mm | | | | | | A/mm ² | mm | | | | | |
| 5 | 90 | 36 | 13 | 11 | 24 | 1.3 | 18 | 20 | 22 | 31 | 24 | 35 |

График относительного отклонения напряженности магнитного поля в рабочем объеме от его значения в центре магнитной системы показан на рис. 4, а. Максимальная относительная погрешность синтезированного распределения поля не превышала 0.06%.

4.2. Синтез градиентного магнитного поля

В качестве второго примера рассмотрим синтез аксиально-симметричной магнитной системы, предназначенной для создания в рабочем объеме магнитного поля, обладающим постоянством величины $\text{grad } H_z$. Размеры рабочего объема и пределы изменения конструктивных параметров в этом случае выбирались такими же, как и в предыдущем примере, однако симметрия левой и правой половины магнитной системы заранее не предполагалась.

Первый частный критерий, минимизация которого позволяет максимизировать значение градиента поля,

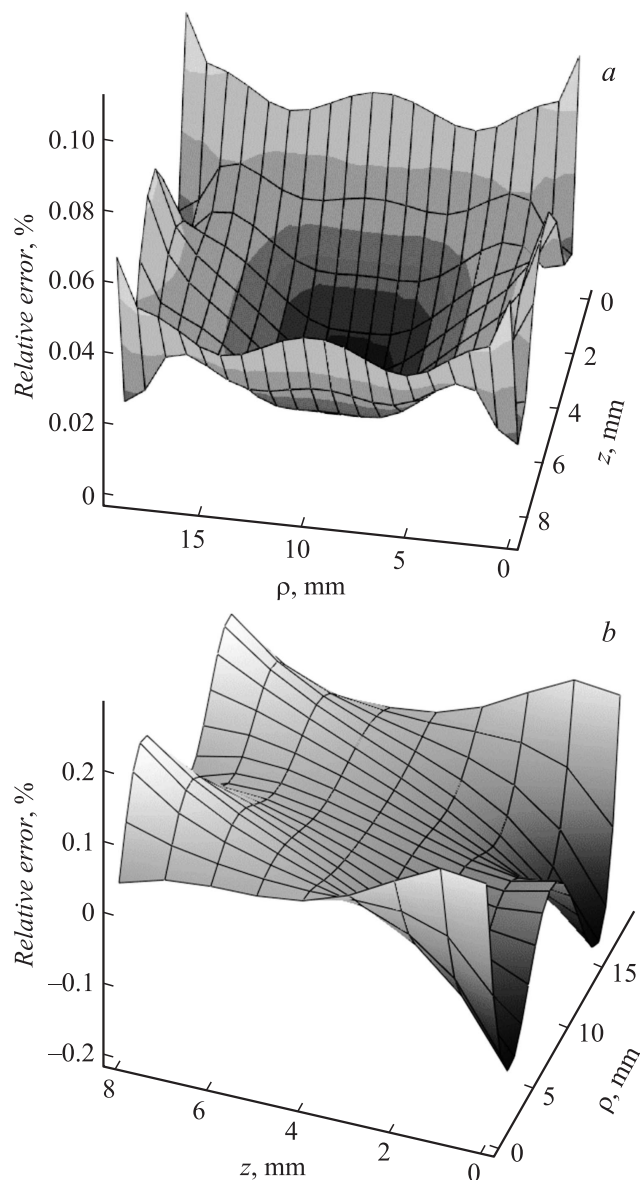


Рис. 4. Относительная ошибка синтеза магнитного поля в рабочем объеме магнитной системы: *a* — однородное распределение, *b* — градиентное распределение.

имел вид

$$\varphi_1 = \left| \frac{H_{z2} - H_{z1}}{z_2 - z_1} \right|^{-1}, \quad (14)$$

где z_1 и z_2 — координаты точек, лежащих на оси вблизи левого и правого торцов рабочего объема, H_{z1} и H_{z2} — аксиальные составляющие напряженности магнитного поля в этих точках. При $\text{grad } H_z = \text{const}$ распределение магнитного поля вдоль оси z подчиняется уравнению

$$H_z = Az + B, \quad (15)$$

где

$$A = \frac{H_{z2} - H_{z1}}{z_2 - z_1}, \quad B = \frac{H_{z1}z_2 - H_{z2}z_1}{z_2 - z_1}.$$

Для обеспечения требуемого распределения поля в рабочем объеме в качестве второго критерия выбрана функция

$$\varphi_2 = \frac{\max}{k} \left| \frac{H_z - H_z^k}{H_z} \right|. \quad (16)$$

Критерии, учитывающие объем, занимаемый ферромагнетиком, и мощность, потребляемую катушками, были аналогичны φ_3 и φ_4 из (12). Для сравнения одноранговых решений, применялся агрегированный критерий с

$$f_1 = \sum_{k=1}^K \left(\frac{H_z - H_z^k}{H_z} \right)^2 \quad (17)$$

и множителем

$$f_4 = \frac{z_2 - z_1}{H_{z2} - H_{z1}}, \quad (18)$$

учет которого позволяет максимизировать градиент поля.

Найденные при синтезе оптимальные численные значения основных конструктивных параметров магнитопровода составляют $d = 6$ mm, $L = 80$ mm и $R = 39$ mm. Значения оптимальных параметров катушек и полюсных элементов магнитной системы приведены в табл. 2.

Таблица 2. Оптимальные значения конструктивных параметров

| Параметры магнитной системы | h_c | R_1 | R_2 | j , A/mm ² | ρ_1 | ρ_2 | ρ_3 | h_1 | h_2 | h_3 |
|-----------------------------|-------|-------|-------|----------------------------|----------|----------|----------|-------|-------|-------|
| | mm | | | | mm | | | | | |
| Левая часть | 15 | 14 | 11 | 3.5 | 14 | 22 | 27 | 27 | 29 | 27 |
| Правая часть | 17 | 20 | 23 | 3.6 | 6 | 18 | 26 | 29 | 29 | 30 |

Внешний вид синтезированной магнитной системы проиллюстрирован на рис. 3. График относительного отклонения напряженности магнитного поля в рабочем объеме от требуемого распределения показан на рис. 4, *b*. При этом, погрешность синтеза не превышала 0.2%, а достигнутое значение градиента поля имело величину 3.6 (kA/m)/cm.

Заключение

Предложенный метод синтеза может быть использован для оптимального проектирования широкого класса аксиально-симметричных магнитных систем, содержащих ферромагнитные элементы с нелинейными магнитными свойствами. Разработанный гибридный алгоритм Парето-оптимального синтеза позволяет находить оптимальные значения их конструктивных параметров, а ускоренный метод решения задачи анализа, в котором применялось быстрое преобразование Фурье и учитывалась трансляционная симметрия элементов разбиения, значительно повышает эффективность процесса синтеза в целом.

Список литературы

- [1] *Ryu J.S., Yao Y., Koh C.S., Shin Y.J.* // IEEE Trans. Magn. 2006. Vol. 42. N 4. P. 1351–1354.
- [2] *Курбатов П.А., Кузнецова Е.А., Кулаев Ю.В.* // Электричество. 2007. № 7. С. 47–52.
- [3] *Kennedy J., Eberhart R.* Particle Swarm Optimization // IEEE Conference on Neural Networks. 1995. P. 1942–1948.
- [4] *Clerc M.* Particle Swarm Optimization. USA: ISTE Ltd, 2006. 243 p.
- [5] Неитеративные, эволюционные и мультиагентные методы синтеза нечеткологических и нейросетевых моделей: Монография / Под ред. С.А. Субботина. Запорожье: Изд-во ЗНТУ, 2009. 375 с.
- [6] *Гальченко В.Я., Якимов А.Н., Остапущенко Д.Л.* // Информационные технологии. 2010. № 10. С. 9–16.
- [7] *Settles M., Soule T.* // Proc. 2005 conf. on genetic and evolutionary computations. 2005. P. 161–168.
- [8] *Li W.T., Shi X.W., Xu L.* // Progress in Electromagnetics Research. 2008. P. 461–476.
- [9] *Ho S.L., Yang S., Ni G., Wong H.C.* // IEEE Trans. Magn. 2002. Vol. 38. N 2. P. 1013–1016.
- [10] *Ho S.L., Yang S., Wong H.C., Ni G.* // IEEE Trans. Magn. 2003. Vol. 39. N 3. P. 1285–1288.
- [11] *Douglas A.G. Vieira, Ricardo L.S. Adriano, João A. Vasconcelos, Krähenbuhl L.* // IEEE Trans. Magn. 2004. Vol. 40. N 2. P. 1188–1191.
- [12] *Baumgartner U., Magele Ch., Renhart W.* // IEEE Trans. Magn. 2004. Vol. 40. N 2. P. 1172–1175.
- [13] *Гальченко В.Я., Якимов А.Н., Остапущенко Д.Л.* // Дефектоскопия. 2011. № 5. С. 3–18.
- [14] *Ногин В.Д.* Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход. М.: Физматгиздат, 2004. 176 с.