

01;03

Эффект Ранка как явление самоорганизации

© В.Г. Усыченко

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,
195251 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: Usychenko@rphf.spbstu.ru

(Поступило в Редакцию 21 июня 2011 г.)

Исходя из принципа минимизации интегрального лагранжиана, объяснены основные явления, протекающие в вихревой трубе: разделение молекул газа по энергиям, тенденция к увеличению числа Маха, отклонение радиального распределения температуры газа от закона адиабаты, причины возникновения турбулентности.

Введение

Вихревое разделение молекул газа по энергиям открыто в 1931 г. французским инженером Ж. Ранком [1]. Всестороннее изучение эффекта Ранка началось после 1946 г., когда немецкий физик Р. Хилш [2] опубликовал результаты исследований вихревой трубы. При тангенциальном вдувании сжатого газа в вихревой трубе (ВТ) происходит разделение газового потока на периферийный, который имеет температуру выше температуры вдуваемого газа, и центральный, температура которого ниже.

Интенсивные экспериментальные и теоретические исследования эффекта велись в 1950–1960 гг. Были разработаны вихревые аппараты различного назначения, нашедшие широкое применение в промышленности [3–5]. В лучших конструкциях ВТ, созданных для получения холода, было достигнуто снижение температуры газа на оси трубы до $-(130–200)^\circ\text{C}$ [3,6]. В промышленных образцах средняя температура охлажденного потока может быть ниже температуры вдуваемого газа на десятки градусов. Поскольку строгого научного обоснования эффекта не было, все практические успехи были достигнуты полуэмпирическими методами. Опубликованы тысячи статей, десятки монографий, но научный [7–10] и практический [11] интерес к эффекту все еще продолжают сохраняться. В настоящей статье сделана попытка объяснить физическую суть эффекта Ранка с помощью методов синергетики.

Описание эффекта

Наиболее распространенная конструкция ВТ схематически изображена на рис. 1. Гладкая цилиндрическая труба 1 снабжена тангенциальным соплом 2, улиткой 3, диафрагмой 4 и дроссельным клапаном 5. Сжатый газ 6, вдуваемый через сопло, образует интенсивный круговой поток, холодная приосевая часть 7 которого выводится наружу через отверстие диафрагмы, а нагретые периферийные слои 8 вытекают через кольцевую щель, регулируемую клапаном. Меняя ширину щели, можно

управлять температурой и интенсивностью холодного и горячего потоков.

В работе [3] рекомендуется выбирать диаметр $D = 2R$ вихревой трубы от 5 до 35 mm. В этом диапазоне значений при увеличении D температура охлажденного газа понижается. При дальнейшем увеличении D прирост эффекта охлаждения заметно снижается. Рекомендуемая длина трубы $L \approx 9D$. Диаметр отверстия диафрагмы для выхода холодного воздуха близок к значению $d_c \approx 0.45D$. Используется одно прямоугольное сопло, площадь проходного сечения которого $S = bh \approx 0.1\pi R^2$ при отношении ширины к высоте $b/h = 2$. Площадь выхода горячего воздуха сопоставима с S . С повышением давления p_0 подаваемого сжатого газа растет эффект охлаждения, но обычно $p_0 \leq 6 \cdot 10^5$ Pa при температуре $T_0 \approx 300$ K.

Другие исследователи рекомендуют использовать несколько сопел, конические трубы, предпочитают иные размеры и пропорции, но эти отличия не меняют физику явления и в нашем случае не имеют принципиального значения.

Параметры газа (скорости молекул, температура, давление) в различных областях ВТ измерялись разнообразными методами многими исследователями. На рис. 2, *a* изображена структура газовых потоков, а на рис. 2, *b–d* — значения тангенциальной u_r , осевой (продольной) u_z и радиальной u_r скоростей, нормированные на скорость истечения газа из сопла [7].

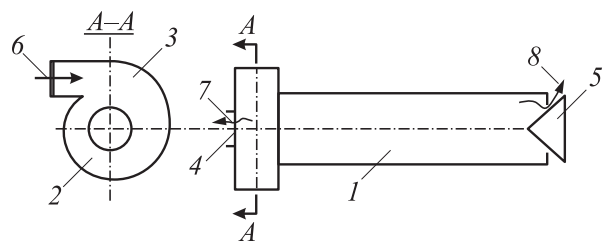


Рис. 1. Схема вихревой трубы: 1 — труба, 2 — тангенциальное сопло, 3 — улитка, 4 — диафрагма, 5 — дроссельный клапан, 6 — вдуваемый сжатый газ, 7 — холодная приосевая часть трубы, 8 — нагретые периферийные слои газа.

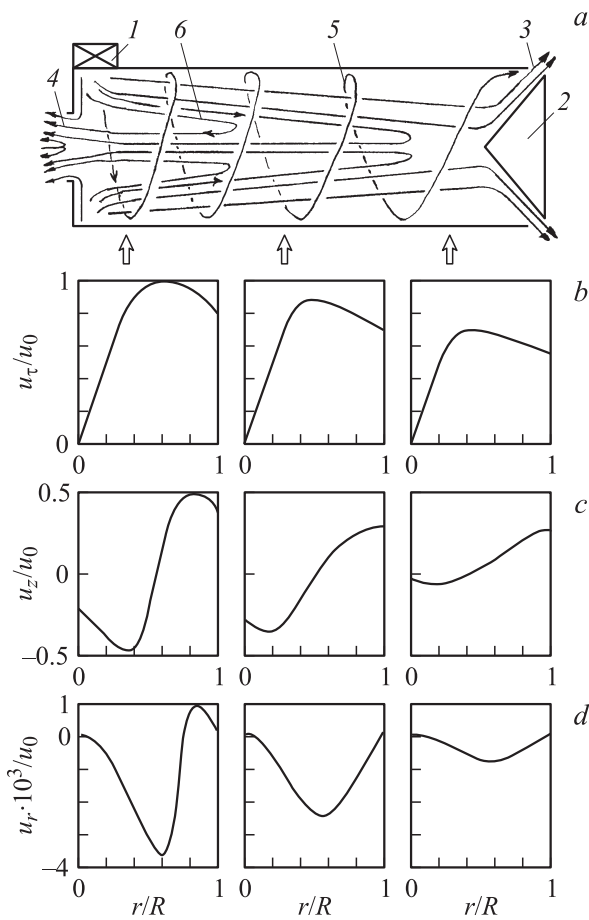


Рис. 2. Схема газовых течений в вихревой трубе (а): 1 — тангенциальный или улиточный завихритель, 2 — дроссельный клапан, 3 — выход горячего воздуха через кольцевую щель, 4 — выход холодного воздуха через диафрагму, 5 — периферийное вихревое течение, 6 — возвратное вихревое течение. Относительные значения скоростей молекул газа: *b* — тангенциальной, *c* — осевой, *d* — радиальной, в сечениях вихревой трубы, помеченных стрелками.

Из рис. 2, *b* видно, что при отклонении от оси трубы тангенциальная скорость во всех трех сечениях z растет при увеличении радиуса по одному закону $u_\tau(r) = Ar$, где $A = \text{const}$. Максимум скорости снижается по мере удаления от сопла к концу трубы. Из этих измерений следует, что в центральной области газ вращается вокруг оси трубы с постоянной угловой скоростью

$$\Omega = \frac{u_\tau}{r} = A \quad (1)$$

как вытянутое вдоль оси твердое тело, диаметр которого уменьшается с ростом продольной координаты z . В произвольном сечении z_i такое движение газа называют вынужденным вихрем (forced vortex). „Перевалив“ через максимум, тангенциальная скорость на рис. 2, *b* снижается при увеличении r , причем тем медленнее, чем больше z . Вблизи сопла закон изменения тангенциальной скорости периферийных слоев газа близок к закону

потенциального движения

$$u_\tau r = B, \quad B = \text{const}. \quad (2)$$

Периферийное движение газа называют свободным вихрем (free vortex).

Максимальные значения продольной скорости u_z примерно вдвое меньше максимальных тангенциальных скоростей (рис. 2, *c*). Обратные течения наблюдаются в центральной области и в большей части трубы в среднем ограничены радиусом $r \approx 0.5R$, увеличивающимся с приближением к соплу, причем на оси трубы скорость минимальна. Обратный поток у оптимально сконструированной трубы полностью заполняет отверстие диафрагмы. В некоторых случаях на оси диафрагмы возникает область пониженного давления, и воздух извне подсасывается внутрь трубы (рис. 2, *a*).

Радиальная составляющая скорости u_r (рис. 2, *d*) на три порядка меньше u_τ и в большей части трубы отрицательна (направлена к центру, где равна нулю), достигая максимальных абсолютных значений вблизи сопла.

Интенсивность ддуваемого потока часто характеризуют числом Маха $M = u_0/a$, где u_0 — скорость потока, a — скорость звука. При суживающихся входных соплах имеется условие $M \leq 1$, которое экспериментально подтверждается в работе [3] „запиранием“ ВТ при достижении критической скорости $u_0 = a$ на срезе сопла. Но в конструкциях с одним соплом высота h сопла соизмерима с радиусом ВТ. При достаточно большом давлении средняя скорость истечения газа из сопла будет близка к критической, а так как скорость

$$u_\tau(r) = \frac{B}{r}$$

переменна по высоте, то на каком-то радиусе r_{cr} может быть достигнуто критическое значение $u(r_{\text{cr}}) = a$, и тогда на более низких радиусах скорость слоев свободного вихря будет сверхзвуковой. Это подтверждают эксперименты [3].

Вихревая труба создает большой шум, спектральная интенсивность которого максимальна в области частот порядка 100 Hz. Шум порождают турбулентности — хаотически чередующиеся процессы сжатия и расширения вихрей. Нестационарные крупномасштабные вихревые структуры вдоль оси трубы визуально наблюдались в [8].

Температуру в локальных областях ВТ часто измеряют термомпарой, значения показаний которой определяются средней кинетической энергией ударяющихся частиц. При этом регистрируется так называемая „полная“ температура T_Σ . Минимальной энергией обладают молекулы газа на оси трубы в сечениях, близких к соплу. В этих же сечениях регистрируется и максимальный радиальный градиент полной температуры. Экспериментально установлено [3], что „статическая“ температура, связанная с хаотическими составляющими скорости молекул газа, также убывает с приближением радиуса к оси. Убывает и статическое давление.

В большинстве аналитических работ (см. списки литературы в [3–7]) объяснение эффекта Ранка базируется на гипотезе преобразования возникающего во входном сечении ВТ свободного вихря в вынужденный вихрь. Предполагается, что преобразование осуществляется благодаря вязкости и теплопроводности газового потока, спирально двигающегося вдоль трубы к дросселю. Система уравнений, справедливая для ламинарного осесимметричного потока, включает уравнения движения, непрерывности, энергии и адиабатного термодинамического состояния. При поиске решений используют различные приближения, не противоречащие экспериментальным данным.

Для свободного вихря решение уравнений приводит к распределению скоростей (2), к адиабатному радиальному распределению статической температуры

$$T p^{(1-\gamma)/\gamma} = \text{const} \quad (3)$$

и постоянству полной температуры по радиусу

$$T_{\Sigma} = T + \frac{u_r^2 + u_{\theta}^2}{c_p} = \text{const}. \quad (4)$$

В этих выражениях p — давление, c_p — изобарная теплоемкость, γ — показатель адиабаты, который у двухатомных газов равен 1.4. При этом установлено [3,5], что вязкость и сжимаемость газа не влияют на закон (2), вихрь устойчив к силам внутреннего трения и не разрушается ими. Эти свойства обеспечивают свободному вихрю законы сохранения механической энергии и кинетического момента частиц. Законы (3), (4) также выполняются. Таким образом, физика явлений, протекающих в свободном вихре, в основном понятна.

Иная ситуация у вынужденного вихря. Закон (1) его вращения существует как факт эксперимента, а не теоретического вывода или обоснования. Аналитическое решение системы уравнений с использованием (1) приводит к адиабатному радиальному распределению статической температуры

$$\frac{dT}{dr} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{T}{p} \frac{dp}{dr},$$

выполняющемуся далеко не всегда. Во всех случаях [3,5], когда этот закон не выполняется (а это практически значимые случаи), возникают турбулентные пульсации, о которых говорилось выше. Численные методы исследования эффекта Ранка для ламинарных [9] и турбулентных [10] потоков качественно и в определенной мере количественно согласуются с экспериментальными данными. Таким образом, математические модели в целом правильно отображают процессы, протекающие в вихревой трубе. Однако результаты численных решений не делают физику более понятной. Остается открытым вопрос о фундаментальных причинах, заставляющих молекулы газа разделяться по энергиям. Не демон же Максвелла выполняет эту работу? Неясно также, в ряду

каких других родственных явлений находится эффект Ранка? Имеются ли ему аналоги в природе и в технике, или эффект уникален?

Находясь в пределах традиционных представлений, получить ответы на эти вопросы едва ли возможно, поэтому обратимся к синергетике.

Объяснение эффекта

С точки зрения синергетики открытая система большого числа частиц, питаемая энергией высокого качества, способна к самоорганизации, часто сопровождаемой образованием коллективных структур [12–15]. Самоорганизация исходно присуща Вселенной и необратимо меняет ее структуру, начиная с момента Большого взрыва. Свидетельством этому является последовательное усложнение форм существования материи: появились элементарные частицы, обладающие массой; из них образовались ядра, и затем атомы водорода и гелия; возникли звезды, в недрах которых синтезировались ядра тяжелых элементов; образовались планеты, появилась жизнь. Энергией высокого качества снабдил Вселенную Большой взрыв. Но для осуществления преобразований помимо энергии необходимы условия. Эти условия последовательно меняясь, создавались в процессе расширения и остывания Вселенной.

В работе [14] на основании принципа наименьшего действия Гамильтона сформулирован принцип минимизации интегрального лагранжиана Λ системы, содержащей произвольное число частиц; лагранжиан Λ стремится к своему наименьшему значению, реагируя на изменения внешней среды посредством внутренней перестройки системы. Объективно принцип минимизации Λ отражает [15] реакцию закона сохранения и преобразования энергии на необратимые изменения, происходящие по причине расширения Вселенной. При образовании новых форм часть энергии высокого качества переходит в процессе работы в потенциальную энергию более сложной коллективной структуры, а оставшаяся часть сбрасывается в окружающую среду, увеличивая ее энтропию.

Вихревая труба — открывающая система. Энергия высокого качества, способная совершать работу по созданию коллективной структуры, поступает в ВТ в виде газа высокого давления, а условия для самоорганизации уготованы конструкцией трубы и тангенциальным вдуванием газа. Для объяснения эффекта Ранка воспользуемся следствием [14,15], которое вытекает из принципа минимизации Λ : преобразование энергии неорганизованных форм движения частиц в энергию коллективных структур всегда осуществляется с той максимальной эффективностью, которая возможна при сложившихся связях системы с внешней средой. В слабо неравновесной термодинамике это следствие находит свое отражение в принципах наименьшего рассеяния энергии (принцип

Л. Онсагера) и наименьшего производства энтропии (принцип И. Пригожина).

Энергия коллективной структуры в общем случае включает в себя различные виды потенциальной энергии взаимодействия частиц (например, энергию связи атомов или молекул), кинетическую энергию движения структуры как единого целого и кинетическую энергию неорганизованного движения частиц. В вихревой трубе температура газа относительно велика, поэтому энергией межмолекулярных взаимодействий можно пренебречь. Остаются различные виды кинетической энергии.

В трубу молекулы газа поступают случайно: каждая частица движется по индивидуальной траектории, не связанной с траекторией любой другой частицы; время сохранения случайно возникающих корреляций не превышает интервал времени между столкновениями — вакуум корреляций. Заполнение внутренней части трубы может идти либо таким же случайным образом, либо по пути, ведущему к образованию структуры, в которой молекулы перемещаются совместно, а время корреляции их траекторий велико по сравнению с интервалом времени между столкновениями. В соответствии со сказанным выше природа выбирает второй вариант.

Из физических соображений понятно, что наиболее вероятной и предельно организованной структурой в вихревой трубе мог бы быть вихрь, в котором молекулы газа неподвижны друг относительно друга, а сам вихрь вращается вокруг оси с постоянной угловой скоростью как твердое тело. В реальности степень приближения к этому пределу зависит от многих обстоятельств, влияние которых можно формально учесть, разложив скорость

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{\text{cor}} + \mathbf{u}_z + \mathbf{u}_r + \mathbf{u}_{\text{ch}} \quad (5)$$

каждой молекулы на ортогональные друг другу коррелированную (коллективную) $u_{\text{cor}} = \Omega r$, осевую u_z , радиальную u_r и хаотическую u_{ch} (тепловую) составляющие.

В установившемся (в среднестатистическом смысле) режиме число молекул газа N в ВТ постоянно. Движение газа в произвольном сечении z_i полагаем симметричным относительно оси трубы. Введем элемент объема $dV = r dr d\phi dz$ малый, по сравнению с объемом ВТ, но насчитывающий достаточно большое число молекул, концентрацию $n(dV) = n(r)$ и модуль полной скорости $u(dV) = u(r)$ которых в пределах dV можно считать постоянными. Найдем полную кинетическую энергию всех частиц в объеме ВТ

$$W_{\Sigma} = 0.5m \int_V u^2(r) n(r) dV. \quad (6)$$

Здесь m — масса молекул газа, предполагаемого однородным, $\int_V n(r) dV = N$. Выберем сечение z_i вблизи сопла, где соотношения (1), (2) выполняются наилучшим образом, и найдем кинетическую энергию частиц,

находящихся в объеме цилиндра $\Delta V_{z_i} = \pi R^2 dz_i$:

$$W_{z_i} = \pi m dz \int_0^{r_1} ((r^2 \Omega^2 + u_z^2 + u_r^2 + u_{\text{ch}}^2)) n(r) r dr + \pi m dz \int_{r_1}^R (u_r^2 r^2 + u_z^2 + u_r^2 + u_{\text{ch}}^2) n(r) r dr. \quad (7)$$

Здесь r_1 — радиус предельного вихря, соответствующий максимуму тангенциальной скорости на рис. 2, *b*.

Из принципа минимизации Λ следует, что в самоорганизующейся системе удельная (приходящаяся на одну частицу) энергия структуры, образованной из совместно перемещающихся частиц, стремится к тому максимальному значению, которое могут обеспечить конструкция устройства и его связи с внешней средой. При этом удельная кинетическая энергия несогласованно двигающихся молекул стремится к минимальному значению. В вихревой трубе организованной структурой является вынужденный вихрь, энергия молекул которого представлена в (7) первым интегралом. В соответствии со сказанным этот интеграл, нормированный на число находящихся в цилиндре частиц, можно представить в виде

$$w_{\text{forced}} = \frac{\pi m dz}{N_{\text{forced}}} \left(\int_0^{r_1} r^2 \Omega^2 n(r) r dr \right)_{\text{max}} + \frac{\pi m dz}{N_{\text{forced}}} \left(\int_0^{r_1} (u_z^2 + u_r^2 + u_{\text{ch}}^2) n(r) r dr \right)_{\text{min}}. \quad (8)$$

Индексы „max“ и „min“ в общем случае следует понимать как стремление индексируемых величин к предельным значениям [14,15]. Именно эта способность интегрального лагранжиана позволяет ему реагировать на изменения внешней среды, из которой в систему поступает поток энергии высокого качества. И только когда система, внутренне перестраиваясь, отлаживая тем самым связи с внешней средой, достигает устойчивого стационарного состояния, индексы можно воспринимать как экстремумы. Ведущим в стремлении достичь предела является первый интеграл в (8), который увеличивает энергию коллективной структуры за счет энергии независимых перемещений частиц, представленной вторым интегралом в (8) и вторым интегралом в (7).

Значение первого интеграла в (8) возрастает при увеличении частоты вращения Ω и радиуса r_1 вынужденного вихря. Соответственно значение второго интеграла уменьшается при уменьшении осевой, радиальной и тепловой составляющих скорости молекул. В частности, для усредненной статической температуры вынужденного вихря получаем стремящееся к минимальному значению

выражение

$$T_{\text{forced}} = \frac{i}{c_p} = \frac{\pi m dz}{c_p N_{\text{forced}}} \left(\int_0^{r_1} u_{\text{ch}}^2 n(r) r dr \right)_{\text{min}}, \quad (9)$$

в котором i — удельная энтальпия. Какого реального минимального значения достигнет температура в каждом конкретном случае, зависит от особенностей конструкции ВТ и характеристик вдуваемого газа.

В области свободного вихря все молекулы движутся независимо друг от друга, поэтому нормированное значение второго интеграла в (7) стремится к минимуму

$$w_{\text{free}} = \frac{\pi m dz}{N_{\text{free}}} \left(\int_{r_1}^R (u_r^2 r^2 + u_z^2 + u_r^2 + u_{\text{ch}}^2) n(r) r dr \right)_{\text{min}}, \quad (10)$$

обеспечивая энергией коллективную структуру — первый интеграл в (8). В приведенных выражениях

$$N_{\text{forced}} = 2\pi dz \int_0^{r_1} n(r) r dr \quad \text{и} \quad N_{\text{free}} = 2\pi dz \int_{r_1}^R n(r) r dr$$

— число молекул соответственно в вынужденном и в свободном вихрях.

Выпишем из [3] уравнение радиального движения частиц

$$u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{u_r^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} \right). \quad (11)$$

Здесь ρ — плотность молекул, ν — кинематическая вязкость. Используя распределения скоростей, приведенные на рис. 2, и значения коэффициента вязкости для воздуха несложно убедиться в том, что в (11) слагаемые u_r^2/r и $\partial p/\rho \partial r$ на два порядка больше остальных слагаемых. Поэтому основное движение молекул в ВТ с хорошим приближением описывает уравнение

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \frac{u_r^2}{r}. \quad (12)$$

Полагая $\rho = \text{const}$, подставив (1) в (12), проинтегрировав, найдем давление, создаваемое центробежными силами на границе вынужденного вихря

$$p_{\text{forced}} = 0.5 \rho \Omega^2 r_1^2 + C_1. \quad (13)$$

Здесь постоянная интегрирования C_1 есть давление на оси, которое у вихря, близкого к диафрагме, примерно равно внешнему атмосферному давлению. Из (13) следует, что давление в вынужденном вихре растет при увеличении его радиуса r_1 .

Подставив (2) в (12), найдем давление, создаваемое центробежными силами на границе свободного вихря

$$p_{\text{free}} = 0.5 \rho B^2 \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{R^2} \right) + C_2, \quad (14)$$

видно, что при увеличении r_1 давление уменьшается, приближаясь к значению давления C_2 на стенке ВТ.

В установившемся состоянии давления должны быть уравновешены на радиусе r_1 . Но этого не происходит. Стремление первого интеграла в (8) к максимуму требует непрерывного увеличения радиуса вынужденного вихря, в который „перетекают“ частицы из свободного вихря. Это влечет за собой увеличение давления (13) и уменьшение давления (14): свободный вихрь, утрачивая свои частицы, не способен ограничить рост вынужденного вихря, установление равновесия оказывается невозможным. При $r > r_1$ давление (13) вынужденного вихря превышает давление (14) свободного вихря, и система теряет устойчивость. Вынужденный вихрь „сбрасывает“ вместе с давлением часть молекул в свободный вихрь, уменьшаясь в своих размерах. При большой частоте столкновений молекул (см. ниже) в свободном вихре быстро появляются частицы с различными скоростями, которые, начиная с медленных, снова перетекают в вынужденный вихрь. Давление в вынужденном вихре начинает возрастать и в момент времени, при котором наступает неравенство $p_{\text{forced}} > p_{\text{free}}$, происходит очередной выброс. Такова природа крупномасштабной турбулентности в вихревой трубе. Отметим, что во многом подобная турбулентность возникает и при распаде вихреобразных уединенных электронных волн в магнетронном диоде [15].

Оценим порядки величин. При вдувании газа, состоящего из молекул азота, находящихся под давлением $p_0 = 6 \cdot 10^5$ Па при температуре $T_0 = 300$ К, концентрация молекул вблизи сопла достигает значений $n_0 = p_0/kT \approx 1.5 \cdot 10^{26} \text{ м}^{-3}$. Средняя длина свободного пробега молекулы с диаметром $d \approx 1 \cdot 10^{-10}$ м составляет $\langle \lambda \rangle = (\pi \sqrt{2} d^2 n_0)^{-1} \approx 1.5 \cdot 10^{-7}$ м. Средняя арифметическая скорость молекул $\langle u \rangle = (8kT_0/\pi m)^{1/2} \approx \approx 470$ м/с. Среднее число столкновений $\langle u \rangle / \langle \lambda \rangle \approx \approx 3 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$.

При такой большой частоте столкновений термализация молекул относительно средней скорости свободного вихря после сброса в него частиц вынужденного вихря происходит за ничтожное время. Молекулы, начиная с самых медленных, в соответствии с формулами (10), (8) перемещаются в приосевую часть трубы, радиус вынужденного вихря растет, вместе с ним растет тангенциальная скорость $u_r = \Omega r$, в результате чего число Маха M вблизи сопла на границе r_1 вихрей может превысить единицу. Это превышение достигается за счет самых быстрых частиц, которые при большой частоте столкновений возникают в свободном вихре и перетекают в вынужденный вихрь. Свободный вихрь истощается до предела, за которым следует очередной распад вынужденного вихря. В [3] со ссылкой на

предыдущие работы отмечено, что „в вихревой трубе всегда наблюдается тенденция к установлению максимального значения M “. С точки зрения синергетики эту „тенденцию“ порождает „стремление“ интегрального лагранжиана системы к минимальному значению.

При малых входных давлениях максимальная тангенциальная скорость $u_\tau(r_1) = (u_\tau)_{\max}$ реализуется на радиусе $p_1 \approx R$ [3]: „В этих условиях, т.е. при $M < 1$, свободный вихрь не может распространиться по радиусу и образует тонкий наружный слой, толщина которого определяется только его средней осевой скоростью и расходом газа“. Это экспериментальное наблюдение подтверждает сформулированный выше вывод о предельном истощении свободного вихря.

Ранее было сказано, что полная система уравнений, описывающих процессы в вихревой трубе, включает в себя уравнение газового состояния, которое (при теплоизолированных стенках ВТ, пренебрежении издаваемым стенками шумом и другими второстепенными явлениями) полагается адиабатным. Однако радиальное распределение температуры, особенно вблизи входной части ВТ [5], сильно отличается от адиабатического. Объясняется это влиянием турбулентности, для учета которой вводят пульсации скорости, давления, температуры, а в уравнении энергии заменяют динамическую вязкость газа на турбулентную вязкость. Но развиваемая в настоящей статье синергетическая теория эффекта объясняет отличие распределения температуры от закона адиабаты более глубокими причинами.

Известно, что адиабатическое движение идеального газа одновременно является и изоэнтропическим [16, глава 5]. Но в вынужденном вихре молекулы движутся упорядоченно и тем в большей мере, чем точнее выполняется равенство (1), побуждаемое к этому стремлением к максимуму первого интеграла в (8). Если бы вихрь достиг своего предела, превратившись в твердое тело, обнулив при этом второй интеграл в (8), то его энтропия имела бы наименьшее значение подобно тому, как энтропия кристаллического состояния вещества намного меньше энтропии его газового состояния.

С приближением к входному соплу диаметр вынужденного вихря растет, число упорядоченно перемещающихся молекул, нормированное на полное число молекул в вихре, увеличивается. В результате радиальное распределение энтропии от радиуса трубы к ее центру меняется от максимума к минимуму, резкий перепад происходит на границе r_1 вихрей. Невозможность реализации изоэнтропического и, как следствие, адиабатического состояний газа делает радиальное распределение температуры в ВТ отличным от закона адиабаты, причем наиболее сильно вблизи сопла. По мере приближения к дроссельному клапану диаметр вынужденного вихря уменьшается, равенства (1) и (2) выполняются все хуже, и у края длинных труб, как показывает опыт, распределение температуры становится близким к адиабатическому по всему поперечному сечению трубы [5].

К сказанному следует добавить, что уравнения состояния термодинамических систем строго доказаны только для квазистатических процессов, протекающих в закрытых системах, т.е. в системах, которые не обмениваются веществом с окружающей средой. Но вихревая труба — это открытая система, быстро обменивающаяся газом с внешней средой посредством направленного потока. Поэтому принципиально неверно априори полагать, что в ВТ реализуется „классический“ адиабатический процесс и что адиабатическое состояние газа является единственно возможным.

Снижение энтропии, связанное с образованием упорядоченной структуры, разделение молекул газа по энергиям, рост вынужденного вихря — эти явления первичны по отношению к распаду вихря, порождающему турбулентность. В [17] относительное снижение температуры до значений порядка 10% обнаружено при численном и экспериментальном исследовании ламинарных потоков, характеризуемых числом Рейнольдса порядка 100. Однако и в этих экспериментах, выполненных на вакуумной установке с давлениями на входе не более 10^3 Па, движение не было осесимметричным, а радиус r_1 вынужденного вихря едва ли был стабильным и устойчивым. На это указывали колебания и даже разрывы нити термомпары, протянутой по оси трубы. Заметим также, что положенный в основу самоорганизации механический принцип минимизации интегрального лагранжиана (как и термодинамические принципы минимума рассеиваемой энергии и минимального производства энтропии, справедливые для устойчивых стационарных состояний) исходно не включает в себя понятие турбулентности. Любая турбулентность проявляется только на фоне упорядоченности: в предшествующем самоорганизации изначальном состоянии молекулярного хаоса и вакуума корреляций турбулентность в принципе невозможна.

Запишем уравнение баланса энергетических потоков в вихревой трубе

$$0.5mN_0\langle u_0^2 \rangle = 0.5mN_c\langle u_c^2 \rangle + 0.5mN_h\langle u_h^2 \rangle \quad (15)$$

и уравнение сохранения числа молекул

$$N_0 = N_c + N_h.$$

В этих выражениях N_0, N_c, N_h — число молекул, которые в единицу времени втекают в ВТ и вытекают соответственно через отверстие диафрагмы и через дроссельный клапан, $\langle u_0^2 \rangle, \langle u_c^2 \rangle, \langle u_h^2 \rangle$ — усредненные квадраты скорости молекул газа соответственно поступающих в ВТ и вытекающих из нее.

Введем обозначение $\mu = N_c/N_0$ и выразим усредненные кинетические энергии частиц через эквивалентные температуры:

$$T_0 = \beta_0\langle u_0^2 \rangle, \quad T_c = \beta_c\langle u_c^2 \rangle, \quad T_h = \beta_h\langle u_h^2 \rangle.$$

Коэффициенты β_i тождественно не равны друг другу, поскольку молекулы каждого из потоков из-за различия

конвективных скоростей в разной степени не удовлетворяют исходным положениям теоремы Максвелла. Если же положить эти коэффициенты равными, то после нормировки получим вместо (15) хорошо известную в теории вихревых труб формулу

$$T_0 = \mu T_c + (1 - \mu) T_h,$$

в которой T_0 — температура газа, поступающего в ВТ, T_c и T_h — усредненные температуры холодного и горячего газа, вытекающего из ВТ соответственно через диафрагму и через дроссельный клапан.

Умножим (15) на среднее время жизни $\langle \tau \rangle$ молекул в вихревой трубе. Получим закон сохранения и преобразования энергии в форме, обычно применяемой для теплового двигателя:

$$W_0 = A + W_k. \quad (16)$$

Здесь $W_0 = 0.5mN_0\langle u_0^2 \rangle \langle \tau \rangle$ — энергия, поступающая в ВТ, $A = 0.5mN_c\langle u_c^2 \rangle \langle \tau \rangle$ — работа, затрачиваемая на создание и сохранение упорядоченной структуры, $W_k = 0.5mN_h\langle u_h^2 \rangle \langle \tau \rangle$ — кинетическая энергия неорганизованных частиц, выбрасываемых во внешнюю среду через дроссельный клапан. С учетом принципа минимизации интегрального лагранжиана формула (16), записывается в виде [14,15]

$$W_0 = A_{\max} + (W_k)_{\min},$$

где индексы понимаются как относящиеся к экстремальным значениям только при установившемся значении W_0 . В каждом конкретном случае предельные значения величин A_{\max} и $(W_k)_{\max}$ зависят от особенностей конструкции вихревой трубы и характеристик ддуваемого газа.

Введем эффективность работы

$$\eta = \frac{A}{W_0} = \frac{N_c\langle u_c^2 \rangle}{N_0\langle u_0^2 \rangle}$$

и коэффициент кооперации частиц

$$\xi = 1 - \eta = \frac{W_k}{W_0} = \frac{N_h\langle u_h^2 \rangle}{N_0\langle u_0^2 \rangle},$$

используемый в синергетике. В процессе самоорганизации систем [14,15] эффективность стремится к своему максимальному значению, возможному при складывающихся связях с внешней средой, а коэффициент кооперации соответственно к своему минимальному значению $\xi_{\min} = 1 - \eta_{\max}$.

Таким образом, в рамках синергетики эффект Ранка находит свое непротиворечивое объяснение как самоорганизующееся явление, развивающееся по общим законам.

Заключение

Итак, применение принципа минимизации интегрального лагранжиана позволило объяснить основные загадки эффекта Ранка: причину образования вынужденного вихря и снижения температуры наполняющих его молекул; „тенденцию“ к увеличению числа Маха; отклонение радиального распределения температуры газа от закона адиабаты; механизм возникновения турбулентности. Объяснения носят качественный характер. Разработке модели, претендующей на количественную точность, препятствует отсутствие у системы возможности достичь устойчивого состояния. Причина в том, что на пути минимизации интегрального лагранжиана (т.е. на пути максимизации первого интеграла в (8)) нет непреодолимого препятствия, достижение которого обеспечило бы лагранжиану наименьшее (а правому интегралу в (8) наибольшее) значение, строго определяемое математически по признаку экстремума. В этом уникальность эффекта Ранка, который в отличие от большого числа самоорганизующихся систем не выходит на максимальный уровень развития, обычно ограничиваемый различными диссипативными механизмами.

Напомним, что в рамках линейной неравновесной термодинамики именно диссипативные механизмы обеспечивают устойчивость стационарным состояниям систем, что нашло свое отражение в экстремальных принципах наименьшей диссипации энергии (принцип Л. Онсагера) и наименьшего производства энтропии (принцип И. Пригожина). Эти принципы не перестают выполняться и в существенно нелинейных установившихся (т.е. устойчивых) режимах и находятся в согласии [15,18] с принципом минимизации интегрального лагранжиана, который действует как в линейных, так и в нелинейных системах.

Непрестанно возобновляемая после каждого сброса кооперация молекул свидетельствует о том, что в открытых системах существует примат самоорганизации над неорганизованным движением частиц. Направленный поток энергии, поступающей извне, дает возможность системе выполнять работу A_{\max} по созданию структуры, что и отслеживает интегральный лагранжиан. Молекулы газа двигаются по траекториям минимального трения, что отслеживают термодинамические принципы наименьшего рассеяния энергии и производства энтропии. Таким образом, аналитическая механика и термодинамика с разных сторон рассматривают явление самоорганизации, и противоречие между ними не возникает [15].

Автор благодарен руководству АО „Аргус-Спектр“ за поддержку, а также Е.М. Смирнову и Д.К. Зайцеву за полезную дискуссию.

Список литературы

- [1] *Ranque G.J.* // J. de Phys. et le Radium. Paris, 1933. Vol. 4. N 7. P. 112–114.
- [2] *Hilsch R.* Zeitschrift für Naturforschung, Jan, 1946.

- [3] Меркулов А.П. Вихревой эффект и его применение в технике. М.: Машиностроение, 1969. 182 с.
- [4] Суслов А.Д., Иванов С.В., Мурашкин А.В., Чижиков Ю.В. Вихревые аппараты. М.: Машиностроение, 1985. 252 с.
- [5] Гупта А., Лилли Д., Сайред Н. Закрученные потоки. М.: Мир, 1987. 588 с.
- [6] Гольдштик М.А., Штерн В.Н., Яворский Н.И. Вязкие течения с парадоксальными свойствами. Новосибирск: Наука, 1989.
- [7] Гуцал А.Ф. // УФН. 1997. Т. 167. № 6. С. 665–687.
- [8] Арбузов В.А., Дубнищев Ю.Н., Лебедев А.В., Правдина М.Х., Яворский Н.И. // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. № 23. С. 84–90.
- [9] Тарунин Е.Л., Аликина О.Н. // Тр. Междунар. конф. RDAMM-2001. 2001. Т. 6. Ч. 2. Спец. выпуск. С. 363–371. (Proceedings of International Conference RDAMM-2001. 20001. Vol. 6. Pt. 2. Special Issue.)
- [10] Behera U., Paul P.J., Kasthuriengan S.K., Karunanithi R., Ram S.N., Dinesh K., Jacob S. // International Journal Heat and Mass Transfer. 2005. Vol. 48. N 10. P. 1961–1973.
- [11] Коновалов В.И., Орлов А.Ю., Гапанова Н.Ц. // Вест. Томского гос. тех. ун-та. 2010. Т. 16. № 4. С. 803–825. Transactions TSTU.
- [12] Хакен Г. Синергетика. М.: Мир, 1980. 404 с.
- [13] Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой. М.: Эдиториал УРСС, 2000. 312 с.
- [14] Усыченко В.Г. // ЖТФ. 2007. Т. 77. Вып. 7. С. 1–10.
- [15] Усыченко В.Г. Электронная синергетика. Физические основы самоорганизации и эволюции материи. Курс лекций. Лань. СПб.–М.–Краснодар, 2010. 240 с.
- [16] Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987. 840 с.
- [17] Baranov V.A., Smirnov E.M., Vikultsev Yu.A., Zaitcev D.K. // Russ. J. of Engineer. Thermophys. 1996. N 6. P. 292–305.
- [18] Усыченко В.Г. // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 11. С. 38–46.