

01

Прохождение сигналов через фильтр с поглощением и отрицательное время задержки

© М.В. Давидович

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского,
410012 Саратов, Россия
e-mail: davidovichmv@info.sgu.ru

(Поступило в Редакцию 24 мая 2011 г.)

Рассмотрено прохождение сигналов через однозвенный RLC -фильтр, предложенный в работе [1] для получения „отрицательного времени задержки“ и для прогнозирования сигнала. Показано, что все результаты и выводы работы [1] ошибочны, а отрицательное время задержки и прогнозирование не имеют места.

Введение

В теории фильтрации для физически реализуемых фильтров с бесконечной памятью (фильтров второго рода), работающих в режиме реального времени по формуле [2,3]

$$\tilde{U}(t) = \int_{-\infty}^t k(t-t')U(t')dt' = \int_0^{\infty} k(\tau)U(t-\tau)d\tau, \quad (1)$$

всегда имеет место принцип причинности: $k(t) = 0$ для $t < 0$ [2–4]. Он и определяет пределы в (1). Это свойство импульсной реакции (импульсной характеристики) $k(t)$ или аппаратной (передаточной) функции фильтра следует из общих предположений о свойствах любой цепи [2–4]. Соотношение (1) описывает также дисперсионные свойства сред (зависимость индукций от полей) и распространение импульсов через слой диспергирующей среды заданной толщины [3,4], если считать, что отражений от его границ нет. В случае связи электрической индукции \mathbf{D} и электрического поля \mathbf{E} тензорное в общем случае ядро $\hat{\varepsilon}(t)$ в (1) также обладает свойством $\hat{\varepsilon}(t) = 0$, $t < 0$ [5] (для простоты считаем среду однородной). Принцип причинности связан с аналитическими свойствами соответствующих преобразованных по Фурье ядер интегральных преобразований (1) и выполняется как для диссипативных структур и сред (причем и с бесконечно малыми потерями), так и для активных сред и структур [4]. В электродинамике сплошных сред этому принципу соответствуют соотношения Крамерса–Кронига [5], также связанные с аналитическими свойствами комплексных ядер $\hat{\varepsilon}(\omega)$ и $\hat{\mu}(\omega)$ [5]. Доказательство принципа причинности для пассивных структур и сред, имеющих полюса в верхней полуплоскости комплексной плоскости ω (при зависимости $\exp(i\omega t)$), ничем не отличается от его доказательства для активных сред: для случая $t < 0$ следует просто провести замкнутый контур вне всех имеющихся полюсов. При диссипации этот контур может пройти по действительной оси ω и замкнуться по нижней полуокружности. В этом случае имеет место так называемый первый принцип физической реализуемости диссипатив-

ной цепи [6]. Для активных структур и сред возможны полюса ниже действительной оси, и контур следует провести ниже указанных полюсов [4]. Таким образом, вне зависимости от того пассивная или активная структура (цепь) или среда сигнал на ее выходе не может появиться раньше, чем он поступил на ее вход. В общем случае формула (1) может быть дополнена дифференциальными операторами [2], что не изменяет принцип причинности. Для четырехполюсника следует, вообще говоря, определить четыре коэффициента передачи (КП) и строить матричные уравнения типа (1) [6]. Но обычно используют КП по напряжению $K(\omega)$ и соответственно (1) связывает выходное и входное напряжения.

Все вышеизложенное хорошо известно и не требовало бы специального исследования, если бы в научной печати регулярно не появлялись работы по сверхсветовым движениям (туннелированию) через диспергирующие структуры и среды, работы об опережающем появлении сигнала на выходе (отрицательное время задержки) и т. п. [1,7,8] (см. также обзор литературы по сверхсветовому туннелированию в [9] и комментарии в работе [10]).

Цель настоящей работы — показать, что для рассмотренного в работе [1] „резонансного фильтра поглощения“ не может быть отрицательного времени задержки сигнала, как и нарушения принципа причинности, а все результаты и выводы работы [1] ошибочны.

Суть проблемы

В работе [1] высказано утверждение о возможности отрицательного времени задержки сигнала при прохождении его через пассивный (диссипативный) фильтр, т. е. об „опережающем появлении сигнала на выходе“ по отношению ко входу или о „приеме еще не переданного сигнала“ (все фразы в кавычках далее соответствуют публикациям [1,7,8]). Утверждается также, что это „не противоречит принципу причинности“, что совсем удивительно, так как принцип причинности для фильтра как раз и утверждает обратное [2–4]. В публикации [1] имеются ссылки на работы одного из ее авторов, в частности на публикации [7,8], в которых такие же ошибочные

высказывания и результаты приведены для распространения (передачи) сигналов через дисперсивные среды. В [1] рассмотрено зеркальное Г-звено, содержащее сопротивление r в левом плече и шунт в виде L -, C -, R -элементов, т.е. делитель напряжения с сопротивлениями r и $Z(\omega, R) = R + i(\omega L - \omega^{-1}C^{-1})$ в его плечах. Анализируются передаточные свойства именно этого делителя, но далее для „усиления эффекта“ предполагается каскадирование звеньев путем возведения КП в степень. Вход и выход делителя непосредственно связаны через сопротивление r , поэтому никакой задержки (ни положительной, ни тем более отрицательной) нет. Есть только искажение и ослабление сигнала. При каскадировании же, естественно, будут положительная задержка, ослабление и искажение сигнала. Как указано выше, рассмотренные в [1,7,8] вопросы давно и правильно решены в теории цепей, радиофизике, оптике и нестационарной электродинамике (см. [2–5,9–13]). Тем не менее конкретное рассмотрение ошибок одной из подобных работ представляет, по нашему мнению, важную задачу. Данное рассмотрение также полезно, поскольку часто путаются понятия огибающей [3] и формфактора — множителя при осциллирующей части сигнала.

Авторы [1,7,8] рассматривают первое приближение теории дисперсии, вводят групповую скорость, бесконечную нефизическую „гауссову огибающую“ (точнее формфактор) в диссипативных и активных средах и групповое время задержки в диссипативных фильтрах, чего делать нельзя [3,4,10–15]. Конечно, эти величины вводить можно, но никакого физического смысла у них здесь (т.е. в диссипативных и активных системах) нет, за исключением скорости и времени движения биений для двух бесконечно близких по частоте гармонических волн одинаковой амплитуды (как это и определил Стокс). Таким образом, фазовая v_p и групповая v_g скорости (и соответствующие им времена) есть понятия кинематические и могут быть любыми [9,10], при этом в данном случае они не соответствуют переносу никакой физической субстанции и ничего не характеризуют. По-видимому, все недоразумения и парадоксы, связанные с групповой скоростью, обусловлены тем, что для монохроматической волны в нескольких идеальных (т.е. физически не реализуемых) средах (например, в бесстолкновительной плазме) и в структурах (в частности, в полых волноводах с идеальными стенками) скорость переноса энергии монохроматической волны (но не волновым пакетом) совпадает с групповой скоростью, хотя и нет группы волн (импульса или пакета). Как известно, впервые для замкнутых консервативных систем (систем без потерь) групповую скорость рассмотрел Гамильтон. По данному поводу для консервативных систем с эрмитовым гамильтонианом доказана теорема Леонтовича–Лайтхила (см., например, ссылки в [10,14,15]). Она утверждает, что в этом случае $v_g(\omega)$ совпадает со скоростью энергии в монохроматической волне. Но для импульса (цуга) групповая скорость не есть скорость его переноса, особенно при его широком спектре и тем более при

наличии потерь, как и не есть скорость энергии и передачи сигнала [10,11,15]. При этом первое приближение теории дисперсии (первый член асимптотического разложения) использовать нельзя. Для импульса вообще не существует единой скорости [4,10]: каждая его область движется со своей скоростью, которую можно определять по-разному. Поскольку импульс в среде есть движение электромагнитной энергии, переносимой фотонами и квазифотонами (поляритонами), целесообразно мгновенную скорость энергии в каждой точке и использовать [16]. Абсолютизация групповой скорости в огромном числе учебников, монографий и статей и есть причина таких парадоксов. Эта кинематическая скорость может иметь оба направления и быть больше скорости света [3,4,9–15] (это же как некий неизвестный факт констатируется и в [7,8]). Впервые на это указано П. Эренфестом в 1910 г. (см. ссылку в [4]). В [1] имеется ссылка на работу [4], глубокий смысл которой авторы [1], по-видимому, не поняли. В ней и в ряде других работ, например, [11–15] показано, что сверхсветовое распространение импульсов невозможно в любых (в том числе и активных) средах и структурах, включая фильтры, отрезки линий передачи, активные оптические волокна т.п.

Основной целью авторов [1] было доказать возможность „отрицательного времени задержки“ сигнала. Для этого они путают понятия „сигнал“ и передачу—прием сигнала, а также и время его задержки (вообще изложение в [1] весьма путанное). Так, сигналы, „переносящие информацию“, авторы считают „не являющимися детерминированными“, т.е. случайными, что весьма удивительно. Скажем, их статья [1], переданная с помощью какого-либо кода, есть сигнал, каковым они ее не считают. Конечно, сигнал на входе приемника может быть не полностью детерминированным за счет шума, при этом встает задача о выделении сигнала из шума [2–4]. Можно с определенной целью искусственно зашумлять сигнал, но полностью недетерминированный на данный момент t временной процесс есть шум, а не сигнал [2–4,17,18]. Все изложенное на стр. 76 и 80–83 публикации [1] говорит о том, что ее авторы слабо и весьма запутанно представляют себе теорию сигналов, теорию информации и ее передачи, а также и теорию прогнозирования. Радиопульс с „гауссовой огибающей“, т.е. гауссовым формфактором (гауссовой функцией в виде множителя), не есть физически реализуемый сигнал, причем практически никакую информацию он не переносит (да и его реальная огибающая гауссовой не является). Работа содержит ошибки в трактовке понятий и в численных результатах, причем часто авторы противоречат сами себе. Так, детерминированный процесс они сигналом не считают, а, с другой стороны, рассматривают именно такой „сигнал“ $\cos \omega_0 t$ с гауссовой функцией в качестве множителя. С одной стороны, они говорят о сверхсветовой скорости и об „отрицательном времени задержки сигнала“, а с другой — о том, что реальные сигналы (имеющие начало)

не могут появиться на выходе раньше, чем на входе. Авторы утверждают, что не все сигналы подчиняются принципу причинности, а рассмотренный ими фильтр позволяет осуществлять предсказание сигналов. Ничего общего с теорией прогнозирования это не имеет [18]. Фильтр, осуществляющий прогнозирование, должен быть синтезирован на основе информации о предыстории сигнала за некоторое время T до данного момента времени, а также с использованием возможных статистических свойств сигнала [2–4,18]. Поэтому следует сделать следующие пояснения.

1. Сигналом $u(t)$ (в некоторой точке пространства) в обобщенном смысле называется обычно полностью детерминированный (до данного момента t) процесс, интегрируемый для любого данного t вместе со своим квадратом, т.е. имеющий конечную энергию и принадлежащий пространству функций L_2 . Такой сигнал может быть и бесконечным, убывающим при $t \rightarrow \pm\infty$, но физически реализован тогда он быть не может. Формально сигналы, имеющие разрывы первого (но не второго) рода рассматриваются, но реальные физические (аналоговые) сигналы есть функции непрерывные. Сигналом в узком смысле является указанный процесс, имеющий начало, т.е. равный нулю до момента его передачи и, как правило, имеющий конец. Все реальные сигналы на входе всегда имеют начало и конец. Сигнал, передаваемый из одной точки пространства в другую, есть нестационарная (в электродинамическом смысле) волна, т.е. импульс. Сигналом можно считать и случайный процесс, определенный своими моментами [2,3,17,18], а также его детерминированную на момент t реализацию. Часто как сигнал рассматривают стационарный (в статистическом смысле) случайный процесс, т.е. процесс бесконечный и физически не реализуемый, для которого не существует интеграл Фурье [2,3,18]. Пришедший на приемник конечный детерминированный сигнал из-за дисперсии может иметь и бесконечный убывающий хвост [19]. Например, курс доллара — это сигнал, известный до данного момента, и его можно пытаться предсказывать, а функцию (10) из [1] (как и синусоиду) предсказывать бессмысленно [2,18], поскольку она известна при $-\infty < t < \infty$, т.е. всегда. Рассмотренный фильтр не предсказывает, а искажает сигнал.

2. Огибающая сигнала в общем случае, вопреки утверждениям авторов, не есть аналитическая функция на оси времени [3]. Например, сигналом может быть конечная последовательность прямоугольных видеоимпульсов. Если сопряженный сигнал $v(t)$ есть преобразованный по Гильберту сигнал $u(t)$, то аналитической в верхней полуплоскости комплексной плоскости времени t функцией будет аналитический сигнал (АС) $w(t) = u(t) + iv(t)$, а огибающая сигнала $u(t)$ (как и сигнала $v(t)$) есть $a(t) = |w(t)| = \sqrt{u^2(t) + v^2(t)}$ [3]. В приведенном выше примере она имеет логарифмические сингулярности. Так, симметричный относительно нуля как бы прямоугольный импульс длительности $2T$ и высоты $1/(2T)$ реально имеет огибаю-

щую (амплитуду) $a(t) = |\ln((t+T)/(t-T))|/\pi$ [3]. Логарифмическая сингулярность есть следствие нефизического скачка. Для непрерывных сигналов амплитуда непрерывна. Соответственно бесконечный видеоимпульс $u(t) = (1+t^2)^{-1}$ имеет сопряженную по Гильберту функцию $v(t) = -t(1+t^2)^{-1}$, т.е. огибающую $a(t) = (1+t^2)^{-1/2}$ и фазу $\varphi(t) = \arctan(-t)$. Это показывает, что амплитуда сигналов (особенно бесконечных) не согласуется с интуитивным понятием амплитуды [3]. Амплитуда радиоимпульсов имеет высокочастотные колебания на своей вершине [20], а для начального сигнала $u(t) = [\theta(t) - \theta(t-T)] \cos(\omega_0 t)$ с высокочастотным заполнением и прямоугольным амплитудным множителем, распространяющимся в дисперсной среде или в линии задержки — выбросы и на фронтах [20] (здесь $\theta(t)$ — функция Хевисайда).

3. Вопреки утверждениям авторов [1] „причинные ограничения“ (принцип причинности) имеют отношения ко всем передаваемым сигналам в том смысле, что любой фрагмент передаваемого сигнала не может появиться на выходе с опережением. То есть утверждение, „опережающее появление таких сигналов на выходе линейного фильтра, не приводит ни к каким противоречиям с принципом причинности“ не верно. Для переноса (движения) любых физических реальностей (материальных тел или объектов, энергии и импульса электромагнитного поля т.п.), включая и импульсы (цуги, т.е. волновые пакеты), принцип причинности утверждает невозможность указанного движения со скоростью, большей скорости света c . Хотя нет никаких оснований для опровержения этого современной наукой, один из авторов работы [1] в публикации [8] буквально призывает „признать абсурдность утверждения о невозможности движения материальных объектов со сверхсветовой скоростью“.

4. Работа [1] содержит ошибки. Первая — нельзя использовать первое приближение теории дисперсии, которое дает неверный результат. Вторая — формула (8) из [1] в рассматриваемом случае неверна: входные и выходные сопротивления четырехполосником не согласованы. КП следует определять из возведенной в степень n матрицы передачи звена и учитывать скачок сопротивлений на входе и выходе. Третья — неверно интерпретируются результаты. Рассмотренный процесс есть сигнал, физически не реализуемый и не переносящий информацию. „Гауссова огибающая“ (как и часто используемая „прямоугольная огибающая“) не есть настоящая огибающая [3]. Рассмотренный фильтр не прогнозирует сигнал. Когда говорят о передаче сигнала, предполагается его детектирование (обнаружение). В рассмотренную схему следует включить сопротивление генератора r_1 и сопротивление нагрузки r_2 . Первое не обязательно, но последнее необходимо, поскольку при детектировании через детектор течет ток (и происходит запаздывание), т.е. бесконечное сопротивление выхода — это идеализация. Ошибочно и утверждение, что „мгновенная передача скачка огибающей через фильтр не связана

с конкретным выбором формы передаточной функции фильтра и является непосредственным следствием принципа причинности“.

Постановка задачи

Целью настоящей работы является опровержение возможности детектирования (обнаружения) использованного в [1] „сигнала“ на выходе раньше, чем на входе. Рассмотрим пример из [1], где приведены „результаты расчетов“ прохождения сигналов для левого (зеркального) Г-звена фильтра из сопротивления r в левом плече и шунтирующего сопротивления $Z(\omega)$ последовательного контура. Фильтр имеет КП $K(\omega) = Z(\omega, R)/Z(\omega, R + r)$, записываемый в форме $K(\omega) = 1 - r/Z(\omega, R + r) = 1 - K_1(\omega)$ (мы используем обозначения [1]). Очевидно, импульсная реакция фильтра получается интегрированием и имеет вид

$$\begin{aligned} k(t) &= \delta(t) - k_1(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(\omega) \exp(j\omega t) d\omega \\ &= \delta(t) - \omega_0^2 \tau_2 \theta(t) \exp(-\omega_0 \alpha t) [\cos(\omega_0 \beta t) - (\alpha/\beta) \sin(\omega_0 \beta t)]. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\alpha = \omega_0 \tau_1 / 2 < 1$, $\beta = \sqrt{1 - \alpha^2}$, $\tau_1 = (R + r)C$, $\tau_2 = rC$, $\omega_0 = (LC)^{-1/2}$. Использован метод теории вычетов, поскольку оба полюса $\omega_{1,2} = \omega_0(i\alpha \pm \beta)$ функции $K(\omega)$ симметрично расположены в верхней полуплоскости комплексной плоскости частоты ω , а в нижней полуплоскости она аналитическая, т.е. при $t < 0$ интеграл (1) равен нулю. Собственно, это и есть доказательство принципа причинности для диссипативных структур, включая и данную. У активных линейных структур полюса могут находиться ниже действительной оси. Тогда контур интегрирования следует привести ниже оси $\text{Re } \omega$ и всех имеющихся полюсов [4], а замкнуть его при $t < 0$ по нижней полуокружности, на которой выполняются условия леммы Жордана, т.е. подынтегральная функция в (1) стремится к нулю так, что интеграл по бесконечной полуокружности есть нуль. То есть и для активных фильтров принцип причинности выполняется. Пусть $U(t)$ — сигнал на входе. Тогда сигнал на выходе $\tilde{U}(t)$ определяется соотношением (1). Этим уравнением описываются все R, L, C -фильтры [2,3]. Нетрудно явно вычислить интеграл (1) для, например, следующих реальных сигналов:

$$U(t) = \theta(t) \sin(\omega_0 t), \quad (3)$$

$$U(t) = [\theta(t) - \theta(t - T)] \sin(\omega_0 t), \quad (4)$$

$$U(t) = [\theta(t) - \theta(t - T)] \sin(\pi t/T + \varphi) \sin(\omega_0 t). \quad (5)$$

При этом огибающая искажается и появляется на выходе позже, чем на входе. Поскольку (в силу наличия δ -функции) рассмотренное звено не дает задержки для

очень больших (бесконечных) частот спектров сигналов (3)–(5), они на выходе плавно начинаются от момента $t = 0$, а если есть скачок первого рода (при $\varphi \neq 0, \pi$ в (5)), он есть и на выходе. Рассмотрим теперь бесконечный сигнал с „гауссовой огибающей“ длительности $2T$

$$U(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi T}} \exp\left(-\frac{t^2}{2T^2}\right) \cos(\omega_0 t) = U_0(t) \cos(\omega_0 t), \quad (6)$$

имеющий спектр $U(\omega) = [F(\omega) + F^*(-\omega)]/2$, где $F(\omega) = \exp(-(\omega - \omega_0)^2 T^2 / 2)$ [3]. Глобальный максимум функции (6) на входе расположен при $t = 0$. Пусть этот сигнал бесконечно долго (в прошлом) действует на входе фильтра, а рассматриваем мы его в момент $t > 0$. Тогда

$$\begin{aligned} \tilde{U}(t) &= U(t) - \frac{1}{\sqrt{2\pi T}} \\ &\times \int_{-\infty}^t k_1(t - t') \exp\left(-\frac{t'^2}{2T^2}\right) \cos(\omega_0 t') dt' \\ &= \tilde{U}(0) + U(t) - \frac{1}{\sqrt{2\pi T}} \\ &\times \int_0^t k_1(t - t') \exp\left(-\frac{t'^2}{2T^2}\right) \cos(\omega_0 t') dt' \\ &= U(t) - \int_0^{\infty} k_1(\tau) U(t - \tau) d\tau, \end{aligned} \quad (7)$$

где $\tilde{U}(0)$ есть значение (7) при $t = 0$. Интегралы в (7) хорошо сходятся и их можно вычислить весьма точно для любых t . Определим из (7) производную $\tilde{U}'(t)$ в точке $t > 0$ и в точке $t = 0$. Очевидно,

$$\begin{aligned} \tilde{U}'(t) &= U'(t) - \frac{1}{\sqrt{2\pi T}} k_1(0) \exp\left(-\frac{t^2}{2T^2}\right) \cos(\omega_0 t) \\ &- \frac{1}{\sqrt{2\pi T}} \int_0^t k_1'(t - t') \exp\left(-\frac{t'^2}{2T^2}\right) \cos(\omega_0 t') dt', \\ U'(t) &= -\frac{1}{\sqrt{2\pi T}} \exp\left(-\frac{t^2}{2T^2}\right) \\ &\times [\omega_0 \sin(\omega_0 t) + t/T^2 \cos(\omega_0 t)]. \end{aligned}$$

Рассмотрим случай $\tau_2 \rightarrow 0$, т.е. $r \rightarrow 0$. Тогда $U'(t) < 0$ и $\tilde{U}'(t) < 0$. В частности, $\tilde{U}'(0) = -(\sqrt{2\pi T})^{-1} \omega_0^2 \tau_2$. Это вовсе не означает, что максимум огибающей на выходе появляется с опережением, как это утверждается в [1]. На самом деле огибающая входного сигнала не есть гауссова функция $U_0(t)$ в (6). Это просто означает соответствующий провал и сдвиг максимума высокочастотного наполнения сигнала, т.е. фазовый сдвиг, который может быть любым. В данном случае этот сдвиг

осуществляется влево за счет потерь. С таким же успехом можно „подать“ на вход бесконечную косинусоиду $u(t) = \cos(\omega_0 t)$. Тогда $v(t) = \sin(\omega_0 t)$, $a(t) \equiv 1$ и функция

$$\begin{aligned} \tilde{u}(t) &= \tilde{a} \cos(\omega_0 t + \tilde{\varphi}) = \tilde{u}_0 [\cos(\omega_0 t) \cos(\varphi) \\ &- \sin(\omega_0 t) \sin(\varphi)] = \cos(\omega_0 t) - \omega_0^2 \tau_2 \int_0^\infty \exp(-\omega_0 \alpha \tau) \\ &\times [\cos(\omega_0 \beta \tau) - (\alpha/\beta) \sin(\omega_0 \beta \tau)] \cos(\omega_0(t - \tau)) d\tau \end{aligned}$$

есть сигнал на выходе, откуда имеем для его мгновенной фазы $\tilde{\varphi}$ и амплитуды \tilde{a}

$$\begin{aligned} \tan(\tilde{\varphi}) &= \frac{\omega_0^2 \tau_2 \int_0^\infty \exp(-\omega_0 \alpha \tau) [\cos(\omega_0 \beta \tau) - (\alpha/\beta) \sin(\omega_0 \beta \tau)] \sin(\omega_0 \tau) d\tau}{1 - \omega_0^2 \tau_2 \int_0^\infty \exp(-\omega_0 \alpha \tau) [\cos(\omega_0 \beta \tau) - (\alpha/\beta) \sin(\omega_0 \beta \tau)] \cos(\omega_0 \tau) d\tau}, \\ \tilde{a} &= \left[1 - \omega_0^2 \tau_2 \int_0^\infty \exp(-\omega_0 \alpha \tau) [\cos(\omega_0 \beta \tau) - (\alpha/\beta) \sin(\omega_0 \beta \tau)] \cos(\omega_0 \tau) d\tau \right] / \cos(\varphi). \end{aligned}$$

Здесь при малых τ_2 фазовый сдвиг мал и положителен, $\tilde{u}(0) < 1$ и $\tilde{u}'(0) < 0$. Для того чтобы определить положение максимума при малых t , разложим уравнение $\tilde{U}'(t) = 0$ в ряд Тейлора. В первом порядке малости имеем $t_{\max} = -\tau_2 / [1 + (\omega_0 T)^{-2} - 2\alpha\omega_0\tau_2]$. Во втором порядке получим

$$\begin{aligned} \omega_0 t_{\max} &= \\ &= \frac{[1 + (\omega_0 T)^{-2} - 2\alpha\omega_0\tau_2] - \sqrt{[1 + (\omega_0 T)^{-2} - 2\alpha\omega_0\tau_2]^2 + 4(\omega_0\tau_2)^2 [2\alpha^2 + (\omega_0 T)^{-2}/2]}}{2\omega_0\tau_2 [2\alpha^2 + (\omega_0 T)^{-2}/2]}. \end{aligned}$$

Следует опять подчеркнуть, что это не максимум огибающей, а максимум высокочастотного заполнения в окрестности нуля. Найдем огибающую (амплитуду) входного сигнала. Сигнал, сопряженный по Гильберту с сигналом (6), имеет вид [3]

$$\begin{aligned} V(t) &= \cos(\omega_0 t) V_c(t) + \sin(\omega_0 t) V_s(t) = \frac{1}{\pi\sqrt{2\pi T}} \\ &\times \int_0^\infty \frac{\exp(-\frac{(t-s)^2}{2T^2}) \cos(\omega_0(t-s)) - \exp(-\frac{(t+s)^2}{2T^2}) \cos(\omega_0(t+s))}{s} ds. \end{aligned}$$

Амплитуда принимает значение

$$a(t) = \sqrt{U^2(t) + V^2(t)} = \sqrt{\bar{a}(t) + \ddot{a}^2(t)}.$$

В ее квадрате имеется медленная часть

$$\bar{a}^2(t) = (U_0^2(t) + V_c^2(t) + V_s^2(t))/2$$

и быстрая осциллирующая с частотой $2\omega_0$ часть

$$\begin{aligned} \ddot{a}^2(t) &= \cos(2\omega_0 t) (U_0^2(t) + V_c^2(t) - V_s^2(t))/2 \\ &+ \sin(2\omega_0 t) V_s(t) V_c(t). \end{aligned}$$

Появление осцилляций не удивительно, поскольку, например, при двухполупериодном линейном детектировании детектор выделяет модуль $|U(t)|$ (при квадратичном детектировании соответственно $U^2(t)$) и не может полностью подавить частоты ω_0 и $2\omega_0$. Однако реальный детектор обычно выделяет более гладкую амплитуду, нежели ее точное значение, определенное согласно [3]. Здесь приведены следующие функции:

$$\begin{aligned} V_c(t) &= \frac{2}{\pi\sqrt{2\pi T}} \exp\left(-\frac{t^2}{2T^2}\right) \\ &\times \int_0^\infty \exp\left(-\frac{s^2}{2T^2}\right) \frac{\sinh(ts/T^2)}{s} \cos(\omega_0 s) ds, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} V_s(t) &= \frac{2}{\pi\sqrt{2\pi T}} \exp\left(-\frac{t^2}{2T^2}\right) \\ &\times \int_0^\infty \exp\left(-\frac{s^2}{2T^2}\right) \frac{\sin(\omega_0 s)}{s} \cosh(ts/T^2) ds, \end{aligned} \quad (9)$$

Функция (8) нечетная, убывает по модулю при $|t| \rightarrow \infty$ и имеет два экстремума. Функция (9) четная, имеет минимум в нуле, два максимума и убывает при $|t| \rightarrow \infty$. Эквивалентное определение амплитуды таково [3]: $a(t) = |W(t)| = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}$, где

$$\begin{aligned} W(t) &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left[\exp\left(-(\omega - \omega_0)^2 T^2 / 2\right) \right. \\ &+ \left. \exp\left(-(\omega + \omega_0)^2 T^2 / 2\right) \right] \exp(i\omega t) d\omega \\ &= x(t) + iy(t) = x_1(t) + x_2(t) + i[y_1(t) + y_2(t)]. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь функции $x_1(t)$ и $y_1(t)$ определены так:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \cos(\omega_0 t) \frac{1}{\pi T} \int_{-\omega_0 T}^\infty \exp(-\Omega^2/2) \cos(\Omega t/T) d\Omega \\ &- \sin(\omega_0 t) \frac{1}{\pi T} \int_{-\omega_0 T}^\infty \exp(-\Omega^2/2) \sin(\Omega t/T) d\Omega. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_1(t) &= \sin(\omega_0 t) \frac{1}{\pi T} \int_0^\infty \exp(-\Omega^2/2) \cos(\Omega t/T) d\omega \\ &+ \cos(\omega_0 t) \frac{1}{\pi T} \int_0^\infty \exp(-\Omega^2/2) \sin(\Omega t/T) d\omega. \end{aligned}$$

Функции $x_2(t)$ и $y_2(t)$ получаются из $x_1(t)$ и $y_1(t)$ изменением знака у частоты ω_0 . Аналогично следует определить амплитуду на выходе $\tilde{a}(t)$. Поскольку фильтр линейный, АС на выходе можно получить, подавая на вход сигнал (10). Для спектра АС имеем $\tilde{W}(\omega) = 2\theta(\omega)K(\omega)U(\omega) = 2\theta(\omega)[1 - K_1(\omega)]U(\omega)$, поэтому

$$\begin{aligned} \tilde{W}(t) &= W(t) - \frac{1}{\pi} \int_0^\infty K_1(\omega)U(\omega) \exp(i\omega t) d\omega \\ &= U(t) - \Delta_1 + i(V(t) - \Delta_2) = U(t) + iV(t) \\ &\quad - \frac{\tau_2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\tau_1 \omega \cos(\omega t) + (\omega^2/\omega_0^2 - 1) \sin(\omega t)}{\omega^2 \tau_1^2 + (\omega^2/\omega_0^2 - 1)^2} U(\omega) \omega d\omega \\ &\quad - i \frac{\tau_2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\tau_1 \omega \sin(\omega t) - (\omega^2/\omega_0^2 - 1) \cos(\omega t)}{\omega^2 \tau_1^2 + (\omega^2/\omega_0^2 - 1)^2} \end{aligned}$$

Теперь

$$\tilde{a}(t) = \sqrt{a^2(t) - 2(U(t)\Delta_1(t) + V(t) - \Delta_2(t)) + (\Delta_1(t)\Delta_2(t))^2}.$$

Если поправки $\Delta_{1,2}(t)$ малы, в первом приближении имеем $\tilde{a}(t) = a(t) - (\Delta_1(t)U(t) + \Delta_2(t)V(t))/a(t)$. Тогда при $t = 0$ находим $\tilde{a}(0) = a(0) - \Delta_1(0)(U(0))/a(0) < a(0)$, где введен положительный интеграл

$$\Delta_1(0) = \frac{\tau_1 \tau_2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\omega^2}{\omega^2 \tau_1^2 + (\omega^2/\omega_0^2 - 1)^2} U(\omega) d\omega > 0.$$

Уменьшение амплитуды в нуле на выходе вполне закономерно из-за потерь и ничего не означает насчет опережения или запазывания. Ясно, что амплитуда не является гладкой гауссовой функцией, сосредоточена в основном в области $-T < t < T$, имеет колебания на вершине и вне нее, у нее появляется хвост, а затем она резко спадает. Детектор производит сглаживание и сдвиг в область больших времен, т.е. дополнительное запазывание [3]. Небольшое запазывание возникнет и из-за реальных размеров фильтров.

Численные результаты

На рис. 1 приведены результаты вычисления входной амплитуды (жирная линия) и выходной амплитуды (тонкие линии с цифрами), а также гауссова множителя (жирный штрих) для сигнала с безразмерными временами $T = 1$, $T_0 = 0.1 = 2\pi/\omega_0$ и фильтра с нормированным сопротивлением $R = 1$ по приведенным выше формулам. Рисунок 1, а соответствуют параметры $\alpha = 0.1$, $\tau_1 = 3.183 \cdot 10^{-3}$, при этом кривая 1 построена для $r = R$, $Z_0 = \sqrt{L/C} = 10$, $\tau_2 = 1.591 \cdot 10^{-3}$, а кривая 2 для $r = 10$, $Z_0 = 55$, $\tau_2 = 2.894 \cdot 10^{-3}$. Рисунок 1, б соответствуют параметры $\alpha = 0.9$, $\tau_1 = 2.865 \cdot 10^{-2}$.

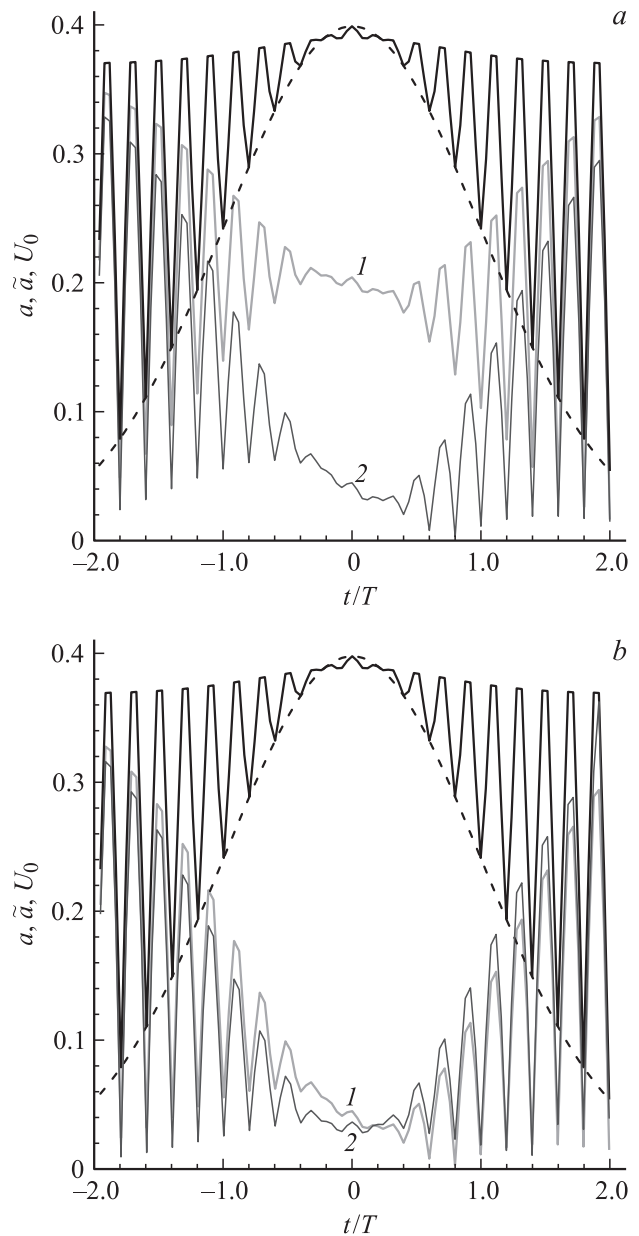


Рис. 1. Результаты вычислений амплитуд и гауссова множителя для сигнала.

Кривая 1 на нем построена для $r = 1$, $Z_0 = 1.111$, $\tau_2 = 1.432 \cdot 10^{-2}$, а кривая 2 — для $r = 10$, $Z_0 = 6.111$, $\tau_2 = 2.604 \cdot 10^{-2}$. Из рисунка видно, что никакого опережения и задержки нет. Есть сдвиг провала в сторону запазывания. Это и не удивительно, поскольку фильтр представляет собой частотно-зависимый делитель напряжения и не может обеспечивать задержку, а только уменьшение (провал) максимума, так как для очень низких и очень высоких частот КП есть единица, а на резонансной частоте он равен $r/(r + R)$. Работа детектора была смоделирована для сигнала (7) с параметрами рис. 1: модуль сигнала, пропущенного через сглаживающий цифровой фильтр, представлен на

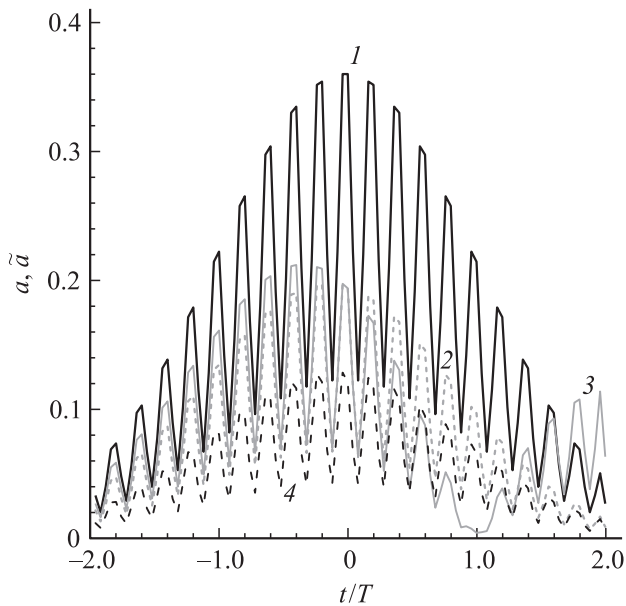


Рис. 2. Модуль сигнала, пропущенного через сглаживающий фильтр.

рис. 2. Сглаживание осуществлялось методом скользящего среднего по точкам одного периода T_0 . Если исходного фильтра нет (кривая 1), то вершина сигнала детектируется (практически без запазывания). Если он имеется (кривые 2, 4), на вершине образуется провал. Этот провал детектируется с запазыванием. Кривая 2 соответствует $\alpha = 0.1, r = 1$, кривая 3 построена для $\alpha = 0.01, r = 10$, кривая 4 — для $\alpha = 0.5, r = 10$. Если максимум „сигнала“ известен заранее, можно сконструировать детектор, обнаруживающий момент его реального прихода $t = 0$ в некий момент $t > 0$. Однако если перед детектором стоит рассмотренный „резонансный фильтр поглощения“, понижающий указанный уровень (кривые 2–4 на рис. 2), „сигнал“ не будет обнаружен. Можно обнаруживать „сигнал“ по максимальному перепаду его заднего фронта, поставив после детектора дифференциальную цепь или соответствующий дифференцирующий цифровой фильтр. Постоянную времени детектора целесообразно увеличить, чтобы сгладить осцилляции. Как видно, минимальное (максимальное по модулю) значение производной огибающей лежит при $t > 0$. Фильтр проваливает вершину, создает хвост, делая огибающую многогорбой, т.е. неузнаваемо изменяет „сигнал“. Естественно, образование нескольких горбов, т.е. сдвиг первого горба влево за счет провала, не есть „опережающее появление сигнала“, а выходной „сигнал“ не есть протектированный входной „сигнал“.

Заключение

1. Отрицательная временная задержка сигнала на выходе рассмотренного звена фильтра (как и для любого диссипативного или активного фильтра) не имеет места.

В случае зеркального Г-звена задержка нулевая, а при каскадировании таких звеньев задержка положительная.

2. Формфактор сигнала не есть его огибающая [3]. В частности, гауссов формфактор не дает гауссову огибающую. Аналогично прямоугольный формфактор приводит к сложному виду огибающей с выбросами на переднем и заднем фронтах [3,20].

3. Использовать групповое время запазывания при анализе диссипативных и активных фильтров нельзя. Указанное время, в частности, с успехом используется при анализе дисперсионных формирующих линий [3], потери в которых пренебрежимо малы. Соответствующий подход во временной области основан на методике мгновенной частоты, для которого можно получать высшие приближения.

4. Все парадоксальные выводы работы [1] основаны на неправильном понятии сигнала и его огибающей, на абсолютизации групповой скорости, группового времени задержки и первого приближения теории дисперсии. неправильном представлении о прогнозирующем фильтре. Рассмотренный фильтр не задерживает резкий фронт конечных импульсов. Можно построить имеющие положительную задержку квазипериодические фильтры из каскада n резонансных диссипативных ячеек, которые в периодическом случае ($n = \infty$) имели бы аномальную отрицательную дисперсию на некой несущей частоте. Тогда строгое вычисление сигнала на основе спектрального интеграла или уравнения фильтра даст указанную положительную задержку, а первое приближение теории дисперсии даст любое отрицательное „опережение“ $\tau_g(\omega_0) < 0$. Заметим, что суммарное нулевое опережение при конечной длине фильтра (например, при дополнительном включении в него коаксиального кабеля ($v_p = v_g = c$) длины l с временем задержки $\tau_c = -\tau_g(\omega_0) = l/c$) даст бесконечную скорость „прохождения сигнала“. Запутывает читателя и использование авторами [1] бесконечного сигнала.

Наконец, о приеме „еще не переданного сигнала“ и о „прогнозировании“. Если сигнал на входе в момент t_1 возникает, а в момент $t_2 \geq t_1$ исчезает, то сигнал на выходе фильтра имеет положительную или нулевую задержку. Если бесконечный сигнал действует на входе бесконечно долго, а затем обрывается, следует рассматривать фильтр первого рода. Для него на отрицательных временах $k(t)$ не нуль, принцип причинности не выполняется и возможно „опережение“. Это следствие уже переданного сигнала. Так, $\delta(t)$ — импульс на входе рассмотренного фильтра ($t_2 = t_1 = 0$) дает на выходе затухающий сигнал $\delta(t) - k_1(t)$, длящийся бесконечно с момента $t = 0$. При воздействии $\delta(t)$ для фильтра первого рода это некая функция $k(t)$, имеющая ненулевые значения на отрицательных временах. Реализовать такой фильтр физически нельзя: можно только построить его алгоритм.

Для использованного в [1] фильтра $K(0) = K(\infty) = 1$, а $K(\omega_0) = R/(E + r) \ll 1$ и сильно меняется в окрестности ω_0 , т.е. фильтр сильно искажает сигнал, в том

числе и за счет его подавления. Дисперсионные фильтры (линии задержки), синтезируемые для сжатия основной части импульса [3,4] или для формирования сигналов сложной модуляции (например, ЛЧМ) путем подачи резкого короткого импульса (близкого к $\delta(t)$) [3], имеют минимально возможные потери и $K(\omega) \approx 1$ в полосе рабочих частот. Формирование сигнала происходит в основном за счет изменения $\tau_g(\omega)$ в его полосе. Такие же фильтры позволяют сформировать (синтезировать) требуемый сигнал $u(t) = k(t)$ [18]. Как известно, реакция $h(t) = k(t + \tau)$ линейного прогнозирующего на момент $t + \tau$ фильтра есть сдвинутая влево на τ по временной оси и „отрезанная слева“ импульсная реакция k , так, что $h(t) \equiv 0$ при $t < 0$ [18]. То есть принцип причинности здесь также выполняется. Если $S(\omega)$ — спектральная интенсивность сигнала $u(t)$, а $H(\omega)$ — фурье-образ $h(t)$, то оптимальный прогнозирующий фильтр имеет КП $H_{\text{опт}}(\omega) = H(\omega)/S^{1/2}(\omega)$. В начале работы [1] есть следующая примечательная фраза: „даже для физически реализуемого фильтра (отклик которого на произвольный сигнал не может опережать этот сигнал) возможна как ситуация, когда ФЧХ фильтра (в том или ином интервале частот) уменьшается с ростом частоты (что соответствует задержке сигнала при фильтрации), так и ситуация, когда ФЧХ фильтра растет с увеличением частоты (что соответствует отрицательному времени задержки)“. Для рассмотренного фильтра ФЧХ равна нулю при $\omega = 0$, $\omega = \omega_0$ и $\omega = \infty$. В диапазоне $(0, \omega_0)$ ФЧХ $\varphi(\omega)$ меньше нуля и сначала уменьшается, а затем растет до нуля. В диапазоне (ω_0, ∞) она больше нуля и сначала растет, а потом уменьшается с частотой до нуля. Из этого никак не следует, что имеет место какая-либо отрицательная задержка сигнала. Идеальная линия задержки на время $t_0 > 0$ должна иметь КП $K(\omega) = \exp(-i\omega t_0)$. В качестве такой линии, например, можно рассматривать согласованный идеальный коаксиальный кабель длины $l = ct_0$ при распространении в нем T -волны. Такой кабель можно приближенно описать лестничной схемой с большим числом одинаковых LC -элементов. Для получения идеального КП необходимо устремить номиналы сосредоточенных элементов к нулю при бесконечном увеличении числа ячеек и при постоянстве волнового сопротивления контуров $\rho = \sqrt{L/C}$, равного сопротивлению кабеля. Принцип причинности утверждает, что нельзя создать устройство с КП $K(\omega) = \exp(-i\omega t_0)$ и $t_0 < 0$ во всем диапазоне частот. Естественно, рассмотренный фильтр этому условию не удовлетворяет. Следовательно, все результаты публикации [1] ошибочны, не имеют теоретического и практического значений, а ее выводы абсурдны. Это же относится и к ряду других работ, например [21,22].

Список литературы

- [1] Бухман Н.С., Бухман С.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2004. Т. 47. № 1. С. 75–84.
- [2] Вайнштейн Л.А., Зубаков В.Д. Выделение сигналов на фоне случайных помех. М.: Сов. радио, 1960. 448 с.
- [3] Вайнштейн Л.А., Вакман Д.Е. Разделение частот в теории колебаний и волн. М.: Наука, 1983. 287 с.
- [4] Вайнштейн Л.А. // УФН. 1976. Т. 118. № 2. С. 339–367.
- [5] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
- [6] Фельдштейн А.П., Явич Л.Р. Синтез четырехполосников и четырехполосников на СВЧ. М.: Связь, 1971. 388 с.
- [7] Бухман Н.С. // ЖТФ. 2002. Т. 72. Вып. 1. С. 136–138.
- [8] Бухман Н.С. Принцип причинности, неантропоегное прогнозирование и сверхсветовая скорость распространения сигнала. Самарск. обл. гос. арх.-строит. ун-т, 2005. 161 с.
- [9] Шварцбург А.Б. // УФН. 2007. Т. 177. № 1. С. 43–58.
- [10] Давидович М.В. // УФН. 2009. Т. 179. № 4. С. 443–446.
- [11] Мандельштам Л.И. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. М.: Наука, 1972. 438 с.
- [12] Стрэттон Д.А. Теория электромагнетизма. М.: Гостехиздат, 1948. 539 с.
- [13] Ахизер А.И., Ахизер И.А. Электромагнетизм и электромагнитные волны. М.: Высшая школа, 1985. 504 с.
- [14] Давидович М.В. // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32. Вып. 22. С. 53–63.
- [15] Давидович М.В. // Вопросы прикладной физики. Межвуз. науч. сб. Саратов: Изд-во саратовского ун-та, 2009. Вып. 16. С. 16–18.
- [16] Давидович М.В. // УФН. 2010. Т. 180. № 6. С. 623–638.
- [17] Френкс Л. Теория сигналов. М.: Сов. радио, 1974. 344 с.
- [18] Ефимов А.Н. Предсказание случайных процессов. М.: Знание, 1976. 64 с.
- [19] Давидович М.В. // РЭ. 2001. Т. 46. № 11. С. 1285–1292.
- [20] Стелков Г.М. // РЭ. 2006. Т. 51. № 6. С. 672–682.
- [21] Бухман Н.С. // Квант. электрон. 2001. Т. 31. № 9. С. 774–780.
- [22] Бухман Н.С. // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. Вып. 18. С. 81–87.