Журнал технической физики, 2012, том 82, вып. 1

Краткие сообщения

01;05

Численное моделирование динамики вихрей в двухзонной модели Гинзбурга–Ландау

© И.Н. Аскерзаде [1,2]

[1] Department of Computer Engineering, Engineering Faculty of Ankara University,
Aziz Kansu Building Tandogan Kampus,
06100, Tandogan, Ankara, Turkey
[2] Институт физики НАН Азербайджана,
Баку AZ1143, Азербайджан
e-mail: iasker@science.ankara.edu.tr,
solstphs@physics.ab.az

(Поступило в Редакцию 11 января 2011 г.)

По методу численного моделирования двухзонных нестационарных уравнений Гинзбурга–Ландау проанализирована динамика абрикосовских вихрей в промежуточном состоянии двухзонного сверхпроводника.

Открытие сверхпроводимости в дибориде магния MgB_2 [1] привлекло значительное внимание исследователей. Результаты вычислений зонной структуры носителей тока и фононного спектра предсказывают наличие двух энергетических щелей [2,3]. Бóльшая по величине щель относится к двухмерным p_{x-y}-орбиталям, а меньшая — к трехмерным p_z-орбиталям [4]. Двухзонный характер сверхпроводящего состояния в MgB_2 подтверждается туннельными экспериментами [5,6] и измерениями теплоемкости [7]. В последние годы обобщенная электрон-фононная теория Элиашберга для двухзонных сверхпроводников была применена для исследования свойств немагнитных борокарбидов $Y(Lu)Ni_2B_2C$ [8] и диборида магния MgB_2 [9]. В настоящей работе изучается динамика вихрей в двухзонной нестационарной теории Гинзбурга–Ландау применительно к сверхпроводнику MgB_2, принимая во внимание многолистный характер поверхности Ферми этого соединения [4]. Надо отметить, что динамика вихрей на основе нестационарной однозонной теории Гинзбурга–Ландау была проанализирована в работе [10]. Также следует отметить недавние исследования в данной области [11,12].

Уравнения стационарной теории Гинзбурга–Ландау использовались также для изучения физических свойств диборида магния MgB_2 в работах [13,14] и немагнитных борокарбидов $Y(Lu)Ni_2B_2C$ [15,16]. Совсем недавно нестационарные уравнения были применены для численного моделирования зарождения одиночного вихря в двухзонных сверхпроводниках [17]. Согласно этой модели, функционал свободной энергии Гинзбурга–Ландау для изотропного двухзонного сверхпроводника можно записать как

$$F_{\mathrm{SC}}=\int dV\left\{\frac{\hbar^2}{4m_1}\left|\left(\nabla-\frac{2\pi i\mathbf{A}}{\Phi_0}\right)\Psi_1\right|^2+\alpha_1(T)\Psi_1^2+\frac{\beta_1\Psi_1^2}{2}+\frac{\hbar^2}{4m_2}\right.$$
$$\times\left|\left(\nabla-\frac{2\pi i\mathbf{A}}{\Phi_0}\right)\Psi_2\right|^2+\alpha_2(T)\Psi_2^2+\frac{\beta_2\Psi_2^2}{2}+\varepsilon\left(\Psi_1^*\Psi_2+c.\,c.\right)$$
$$\left.+\,\varepsilon_1\left\{\left(\nabla+\frac{2\pi i\mathbf{A}}{\Phi_0}\right)\Psi_1^*\left(\nabla-\frac{2\pi i\mathbf{A}}{\Phi_0}\right)\Psi_2+c.\,c.\right\}+\frac{H^2}{8\pi}\right\}, \tag{1}$$

где m_i обозначает массы электронов, принадлежащих к разным зонам ($i=1,2$), Ψ_i — параметры порядка в разных зонах. Коэффициенты α_i линейно зависят от температуры $\alpha_i=\gamma_i(T-T_{c,i})$, в то время как β_i полагаются константами. Величины ε и ε_1 описывают межзонное взаимодействие между параметрами порядка и их градиентами соответственно. H — внешнее магнитное поле, Φ_0 — квант магнитного потока. В уравнении (1) параметры порядка полагаются медленно меняющимися в пространстве.

Нестационарные уравнения в двухзонной теории Гинзбурга–Ландау выводятся из функционала (1) аналогично работам [17,18]

$$\eta_1\left(\frac{\partial}{\partial t}+i\kappa\varphi\right)\Psi_1=-\frac{\delta F}{\delta\Psi_1^*}, \tag{2a}$$

$$\eta_2\left(\frac{\partial}{\partial t}+i\kappa\varphi\right)\Psi_2=-\frac{\delta F}{\delta\Psi_2^*}, \tag{2b}$$

$$\sigma_n\left(\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}+\nabla\varphi\right)=-\frac{1}{2}\,\frac{\delta F}{\delta\mathbf{A}}. \tag{2c}$$

Здесь использованы обозначения, принятые в работах [17,18]. В уравнениях (2) φ обозначает скалярный электрический потенциал, $\eta_{1,2}$ — релаксационные параметры волновых функций $\Psi_{1,2}$, $\kappa = \lambda/\xi$ — параметр Гинзбурга–Ландау, σ_n — проводимость. Выбором соответствующей калибровки электростатический потенциал можно исключить из системы уравнений (2) [18]. При такой калибровке и выборе конфигурации магнитного поля в виде $\mathbf{H} = (0, 0, H)$ (без ограничения общности) нестационарные уравнения в двухзонной теории Гинзбурга–Ландау принимают следующий вид:

$$\eta_1 \frac{\partial \Psi_1}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{4m_1}\left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2}\right)\Psi_1 + \alpha_1(T)\Psi_1 + \varepsilon\Psi_2$$
$$+ \varepsilon_1\left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2}\right)\Psi_2 + \beta_1\Psi_1^3 = 0, \tag{3a}$$

$$\eta_2 \frac{\partial \Psi_2}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{4m_2}\left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2}\right)\Psi_2 + \alpha_2(T)\Psi_2 + \varepsilon\Psi_1$$
$$+ \varepsilon_1\left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{x^2}{l_s^2}\right)\Psi_1 + \beta_2\Psi_2^3 = 0, \tag{3b}$$

$$\sigma_n \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\operatorname{rot}\mathbf{A} + \frac{2\pi}{\Phi_0}\left\{\frac{\hbar^2}{4m_1} n_1(T)\left(\frac{d\phi_1}{dr} - \frac{2\pi A}{\Phi_0}\right)\right.$$
$$+ \varepsilon_1\big(n_1(T)n_2(T)\big)^{0.5}\cos(\phi_1 - \phi_2)$$
$$\left. + \frac{\hbar^2}{4m_2} n_2(T)\left(\frac{d\phi_2}{dr} - \frac{2\pi A}{\Phi_0}\right)\right\}, \tag{3c}$$

где $l_s^2 = \hbar c/2eH$ — так называемая магнитная длина, $\phi_{1,2}(\mathbf{r})$ — фаза параметра порядка $\Psi_{1,2}(\mathbf{r}) = |\Psi_{1,2}|\exp(i\phi_{1,2})$, $n_{1,2}(T) = 2|\Psi_{1,2}|^2$ — концентрация сверхпроводящих электронов в равновесном состоянии [13,14]. К этим уравнениям надо добавить еще естественные граничные условия для параметров порядка

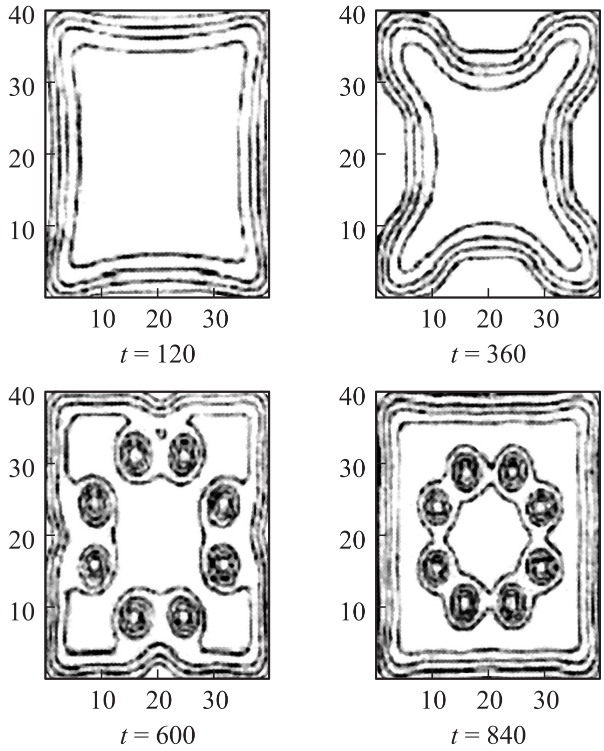
$$\mathbf{n}\left(\nabla - \frac{2\pi i\mathbf{A}}{\Phi_0}\right)\Psi_1 = a_{11}\Psi_1 + a_{12}\Psi_2, \tag{4a}$$

$$\mathbf{n}\left(\nabla - \frac{2\pi i\mathbf{A}}{\Phi_0}\right)\Psi_2 = a_{21}\Psi_1 + a_{22}\Psi_2, \tag{4b}$$

$$(\mathbf{n}\times\mathbf{A})\times\mathbf{n} = \mathbf{H}_0\times\mathbf{n}, \tag{4c}$$

где a_{ij} $(i, j = 1, 2)$ являются константами. Первые два условия соответствуют отсутствию сверхтока через границу двухзонного сверхпроводника, а третье соответствует непрерывности нормальной компоненты магнитного поля на границе сверхпроводника с вакуумом.

Рассмотрим динамику вихрей в однородной двухзонной сверхпроводящей пленке постоянной толщины, помещенной в постоянное перпендикулярное магнитное поле. При такой конфигурации модель становится двумерной и аналогично [19] для обеспечения масштабной инвариантности решений [20] удобно ввести связанные переменные типа



Проникновение абрикосовских вихрей в сверхпроводящую прямоугольную пленку в перпендикулярном магнитном поле.

$$W(x,y) = \exp\left(i\kappa\int^{x} A(\xi, y)\,d\xi\right), \tag{5a}$$

$$V(x,y) = \exp\left(i\kappa\int^{y} B(x, \eta)\,d\eta\right). \tag{5b}$$

Для получения пространственно-дискретной системы уравнений (3) используем улучшенный метод Эйлера [21]. При проведении численных экспериментов размеры сверхпроводящей пленки полагались равными $40\lambda \times 40\lambda$, где λ — длина проникновения магнитного поля для двухзонного сверхпроводника и определяется формулой из работ [13,14]:

$$\lambda^{-2}(T) = \frac{4\pi e^2}{c^2}\left\{\frac{n_1(T)}{m_1} + 2\varepsilon_1\big[n_1(T)n_2(T)\big]^{0.5} + \frac{n_2(T)}{m_2}\right\}. \tag{6}$$

При моделировании также вводятся следующие безразмерные параметры:

$$\mathbf{r}' = \frac{\mathbf{r}}{\lambda}, \quad \Psi'_{1,2} = \frac{\Psi_{1,2}}{\Psi_{(1,2)0}}, \quad \mathbf{A} = \frac{\mathbf{A}}{\lambda H_c\sqrt{2}},$$

$$F'(\Psi'_{1,2}, A') = \frac{F(\Psi_{1,2}, A)}{\alpha_0^2|\Psi_{1,0}|^2 + \alpha_1^2|\Psi_{2,0}|^2}. \tag{7}$$

Выражения для $\Psi_{(1,2)0}$, а также для термодинамического магнитного поля H_c представлены в работах [13,14].

При исследовании динамики вихрей на основе двухзонной теории Гинзбурга–Ландау использовались следующие значения для расчетных параметров для типичного двухзонного сверхпроводника [13,14]:

$$T_c = 40\,\mathrm{K}, \quad T_{c1} = 20\,\mathrm{K}, \quad T_{c2} = 10\,\mathrm{K},$$

$$\frac{\varepsilon_2}{\gamma_1\gamma_2 T_c^2} = 0.33, \quad \eta = \frac{T_c m_2 \varepsilon_1 \gamma_2}{\hbar^2 \varepsilon} = -0.016.$$

Параметр, связанный с соотношением эффективных масс носителей тока в разных зонах, выбран в виде $\gamma_1 m_1/\gamma_2 m_2 = 3$ [13,14]. Результаты численных расчетов представлены на рисунке в виде временно́й эволюции вихрей в пленке двухзонного сверхпроводника, где представлены контуры для плотности сверхпроводящих электронов при магнитных полях немного выше нижнего критического поля H_{c1}. Как видно, со временем внешнее магнитное поле проникает в сверхпроводящую пленку в виде вихрей. Из численных расчетов следует, что внешнее магнитное поле проникает в сверхпроводящую пленку с боковых сторон симметричным образом. Расчеты показали, что конечный вид равновесного состояния зависит от величины внешнего магнитного поля H и параметра Гинзбурга–Ланаду κ. Расчеты также подтвердили существование мейсснеровского состояния, т. е. при фиксированном значении κ и малых магнитных полях $H < H_{c1}$ зарождения вихрей не наблюдается. При больших магнитных полях выше верхнего критического поля $H > H_{c2}$ образец переходит в нормальное состояние. Структура вихревого состояния в пленке с размером $40\lambda \times 40\lambda$ вблизи верхнего критического поля $H \le H_{c2}$ имеет частично гексагональный характер, что соответствует минимуму свободной энергии (1). Это означает, что имеется отличие от точной гексагональной вихревой структуры в идеальном приближении, имеющее место в бесконечных сверхпроводниках [20]. Конечность размеров приводит к изменению структуры вихревой решетки. Представляет интерес проведение разных численных экспериментов для образцов с различными геометрическими структурами, а также изучение динамики вихрей в градиентном внешнем магнитном поле. Также интересно проведение численных расчетов при наличии в сверхпроводящем образце „пиннинг“-центров [20].

Таким образом, в настоящей работе проведено численное моделирование двухзонных нестационарных уравнений Гинзбурга–Ландау и проанализирована динамика абрикосовских вихрей в промежуточном состоянии двухзонного сверхпроводника. Обнаружен частично гексагональный характер вихревой структуры в сверхпроводнике прямоугольной формы при больших магнитных полях.

Настоящая работа частично поддержана исследовательским грантом CNRS-ANAS (UNR 5798-2009).

Список литературы

[1] *Nagamatsu O., Nakagava N., Muranaka T., Zenitani Y., Akimitsu J.* // Nature. 2001. Vol. 410. P. 63.
[2] *Kortus J.* et al. // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 86. P. 46 565.
[3] *Liu A.Y., Mazin I.I., Kortus J.* // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 87. P. 087 005.
[4] *Buzea C., Yamashita T.* // Supercond. Sci. Techn. 2002. Vol. 14. P. R115.
[5] *Chen X.K.* et al. // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 87. P. 157 002.
[6] *Giublie F.* et al. // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 87. P. 177 008.
[7] *Bouquet F.* et al. // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 87. P. 047 001.
[8] *Shulga S.V., Drechsler S.-L., Muller K.H., Fuchs G., Winzer K., Heinecke M., Krug K.* // Phys. Rev. Lett. 1998. Vol. 80. P. 1730.
[9] *Choi H.J.* et al. // Phys. Rev. B. 2006. Vol. 73. P. 104 520.
[10] *Winiecki T., Adams C.S.* // Phys. Rev. B. 2002. Vol. 65. P. 104 517.
[11] *Rosenstein B., Li D.* // Rev. Mod. Phys. 2010. Vol. 82. P. 108.
[12] *Zhitomirsky M.E., Dao V.-H.* // Phys. Rev. B. 2004. Vol. 69. P. 054 508.
[13] *Askerzade I.N., Gencer A.* // Supercond. Sci. Technol. 2002. Vol. 15. L13.
[14] *Askerzade I.N.* // Physica C. 2003. Vol. 390. P. 28.
[15] *Аскерзаде И.Н.* // УФН. 2006. Т. 176. С. 1025.
[16] *Аскерзаде И.Н.* // Письма ЖЭТФ. 2005. Т. 81. С. 583.
[17] *Аскерзаде И.Н.* // ЖТФ. 2010. Т. 80. Вып. 6. С. 144.
[18] *Schmid A.* // Phys. Condens. Matter. 1966. Vol. 5. P. 302.
[19] *Kwong M.K., Kaper H.G.* // J. Comput. Phys. 1995. Vol. 119. P. 120.
[20] *Абрикосов А.А.* Основы теории металлов. М.: Наука, 1987.
[21] *Thompson J.F., Warsi Z.U.A., Martin C.W.* Numerical Grid Generation. Elsevier, NY: 1985.