

01;04;09

## Исследование динамики рассеяния электромагнитных волн при развитии СВЧ-стримера

© В.А. Битюрин, В.Г. Бровкин, П.В. Веденин

Объединенный институт высоких температур РАН,  
125412 Москва, Россия  
e-mail: pvedenin@rambler.ru

(Поступило в Редакцию 9 марта 2011 г.)

Предложена основанная на аналитических соотношениях самосогласованная электродинамическая модель, позволяющая описывать рассеяние электромагнитной волны на тонком (по сравнению с длиной волны) плазменном канале. Представлены результаты экспериментального исследования динамики рассеянного одиночным каналом сигнала в воздухе в диапазоне давлений  $P_0 = 10^4 - 1.4 \cdot 10^4$  Па. В рамках электродинамической модели проведен анализ этих результатов.

### Введение

Среди многообразия пространственных структур микроволнового разряда дипольные структуры, образующиеся в пучке(ах) линейно-поляризованных электромагнитных волн  $\text{Re}\{\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t)\}$  и состоящие из тонких сильно прогретых плазменных каналов (плазмоедов), в настоящее время наиболее изучены как экспериментально [1–8], так и теоретически [9–14]. Плазмоед обычно формируется в результате развития микроволнового стримера в газах при повышенном давлении, когда транспортная частота столкновений электронов значительно превышает частоту электромагнитной волны  $\nu \gg \omega$ , в области пространства  $|\mathbf{E}(\mathbf{r})| > E_{\text{бр}}$  ( $E_{\text{бр}}$  — пробойное значение). Видимая на фотографиях длина плазменного канала  $2l$  ограничена неравенством  $2l \leq \lambda/2$  ( $\lambda$  — длина волны).

Варьируя условия зажигания разряда, можно управлять процессом выстраивания пространственной структуры и изменять ее тип, а также влиять на динамику характеристик плазмоедов, в частности, на скорость нагрева газа. Эти уникальные особенности СВЧ-разряда демонстрируют перспективность его использования, например, при дистанционном безэлектродном воздействии на высокоскоростной поток газа (плазменная аэродинамика) и на процесс горения. Об актуальности исследования свойств СВЧ-разряда свидетельствует резко возросший в последнее десятилетие интерес к вышеупомянутым областям науки.

Первые эксперименты [1,2], проводившиеся с использованием высокодобротного квазиоптического открытого двухзеркального резонатора, показали, что в воздухе при атмосферном давлении разряд развивается в виде удлиняющегося вдоль внешнего поля  $\mathbf{E}_0$  плазменного канала. Подобным образом формировались плазмоеды при пробое газов (гелий, аргон, азот) высокочастотным импульсом наносекундной длительности в квазигауссовом пучке электромагнитных волн ( $|\mathbf{E}_{0f}|/\sqrt{2} = 10 - 15$  кВ/см,  $|\mathbf{e}_{0f}|$  — амплитуда поля в фокусе) [3]. Детальное экспериментальное исследование [4]

эволюции зародившегося в центральной пучности электрического поля плазменного образования, проведенное в азоте, воздухе, углекислом газе ( $P \cong 2.5 \cdot 10^3 - 10^3$  Па) и гелии ( $P \cong 4 \cdot 10^4 - 1.3 \cdot 10^5$  Па), выявило, что общая картина удлинения канала вдоль электрического поля до размера порядка  $\lambda/2$  качественно одинакова в различных газах. С помощью фотохронограмм установлено, что длина  $l(t)$  растет линейно с приблизительно постоянной скоростью. Сформировавшийся плазмоед напоминает эллипсоид с отношением поперечных вектору электрического поля осей  $2a_1 : 2a_2$  приблизительно 2 : 1 (большой из размеров реализуется в направлении магнитного поля в плоскости  $\mathbf{kH}$ ). Отметим, что в деталях каналы могут отличаться в зависимости от условий эксперимента. Так, например, при давлениях газа больше или порядка атмосферного в воздухе и в водороде наблюдались [5,6] каналы: а) со сферическим ядром в центре, б) двухядерные, в) заметно изогнутые поперек внешнего электрического поля.

В экспериментальных условиях [4] удалось проследить эволюцию разряда после прекращения удлинения плазменного канала. Было зафиксировано формирование внутри плазмоеда одной или трех тонких нитей с диаметром порядка 1 мм. На более поздних этапах отмечено вытягивание нитей за пределы плазмоеда, изветвление и искривление. В результате возникала структура с базовым элементом „синусоида“, впервые полученная в иницированном разряде [7]. Тонкая структура в виде ярко светящейся на фоне плазменного канала нити с характерным поперечным масштабом менее 0.1 мм наблюдались в микроволновом разряде в воздухе при давлении  $P \cong 10^4$  Па [8].

Удлинение плазмоеда (микроволнового стримера) вдоль внешнего электрического поля в двух взаимно противоположных направлениях происходит вследствие ионизации в усиленном в полярных областях электрическом поле. Нескомпенсированные объемные заряды противоположного знака, являющиеся первопричиной усиления поля, возникают при колебательном движении электронов относительно неподвижного на периоде

$T = 2\pi\omega^{-1}$  ионного фона в областях максимальных градиентов концентрации плазмы на фронтах волн ионизации. Эти заряды расположены симметрично относительно центра стримера.

Теоретическому исследованию развития микроволнового стримера посвящены работы [9–14].

В работе [9] численно в плоском двумерном приближении рассмотрена эволюция плазмоида на электростатическом этапе удлинения, когда эффектами, связанными с конечностью длины волны волнового пучка, можно пренебречь. Исследование проводилось в модельном газе. Впервые продемонстрировано, что образующиеся на начальной стадии плазменное образование в дальнейшем удлиняется вдоль поля  $E_{0j}$ . В работе [10], продолжившей исследование [9], была рассмотрена эволюция СВЧ-стримера практически вплоть до полного прекращения удлинения. Максимальная длина плазмоида достигала значения  $2\hat{l} \cong 2\lambda/3$ . Установлена важная роль электродинамического этапа развития, выявлены причины уменьшения скорости распространения стримера. В работе [11] представлены результаты численного моделирования микроволнового стримера в воздухе на электростатическом этапе в условиях, когда выполняется соотношение  $\nu_u \gg \omega$  ( $\nu_u$  — частота обмена энергией между электронами и молекулами). Получены соотношения, позволяющие связать основные характеристики СВЧ-стримера в воздухе.

Сложность реализации численными методами решения многомерной электродинамической задачи о развитии пространственных структур микроволнового стримера в свободном пространстве (постановка граничных условий, адаптированных к области интегрирования не слишком больших размеров) с привлечением достаточно полной системы плазмохимических реакций явилась причиной поиска упрощенных подходов.

В рамках модели, описанной в работе [12], оказалось возможным проследить динамику стримера в воздухе и азоте в начале электростатического этапа его развития и установить механизм поддержания квазистационарного уровня амплитуды электрического поля в центральной области стримера.

Предложенный в работе [13] подход позволяет самосогласованно описывать динамику основных интегральных характеристик плазмоида не только вплоть до полного прекращения его вытягивания, но и на более поздних этапах. В рамках электродинамической модели воспроизведены все установленные ранее при численном моделировании [9–11] закономерности поведения основных характеристик стримера (скорости вытягивания, длины, эффективного радиуса, концентрации электронов, амплитуды поля в канале и максимальной амплитуды). В работе [14] представлены основанные на интегральном подходе простые аналитические соотношения для оперативной оценки выделяемой в плазменном канале мощности.

В данной работе представлена основанная на интегральном подходе [13,14] аналитическая модель, позволяющая описывать рассеяние электромагнитной волны на тонком плазменном канале. Экспериментально в воздухе в диапазоне давлений  $P_0 = 10^4 - 1.4 \cdot 10^4$  Па исследована динамика рассеянного одиночным плазмодом сигнала. В рамках модели предложено объяснение особенностей поведения рассеянного сигнала, принимаемого на различных расстояниях от плазмоида. На основании результатов экспериментов проведена коррекция модели.

## Модель микроволнового стримера

Микроволновой стример с центром в начале системы координат удлиняется вдоль оси  $z$  и представляет собой диполь, симметрично расположенные относительно плоскости  $z = 0$  избыточные разноименные заряды  $\text{Re}\{Q^\pm(t) \exp(-i\omega t)\}$  которого соединены заполненным плазмой каналом. Везде в дальнейшем будем подразумевать, что знаки  $\pm$  относятся полуплоскостям  $z > 0$  и  $z < 0$  соответственно. Имеющиеся данные численных расчетов [9–11] позволяют использовать лишь модель простейшего вида с минимальным количеством параметров, характеризующих форму стримера.

В основание электродинамической модели стримера заложены следующие упрощающие предположения.

1. Заряд  $\text{Re}\{Q^\pm(t) \exp(-i\omega t)\}$  сконцентрирован на фронте продольной волны ионизации в области, максимальный линейный размер которой значительно меньше полудлины стримера  $l(t)$  (под длиной стримера будем подразумевать расстояние  $2l$  между точками, в которых амплитуда электрического поля максимальна).

2. Распределение концентрации электронов  $N_e(t)$  внутри эффективного плазменного канала с радиусом  $r_{ch}(t)$  и длиной  $2l_{ch}(t)$  ( $l - l_{ch} \ll l$ ) однородно.

3. Стример развивается в условиях

$$\Lambda = \frac{\omega_p^2 \kappa^2}{\omega \nu} < 1, \quad (1)$$

где  $\omega_p^2 = e^2 N_e / \epsilon_0 m$ ,  $\kappa = kr_{ch}$ ,  $k = 2\pi/\lambda$ , когда радиус  $r_{ch}$  меньше толщины скин-слоя.

4. Электрическое поле внутри канала  $\mathbf{E}_{ch} = (0, 0, E_{ch})$  имеет только продольную составляющую и распределено однородно  $|\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)| = E_{ch}(t)$ .

Соотношение

$$E_{ch} = \frac{E_{ch}}{1 + \frac{\Lambda(A+iB)}{1-i\vartheta}}, \quad (2)$$

где  $E_{0,c}$  — амплитуда внешнего поля в центре плазмоида,  $\vartheta = \omega/\nu < 1$ ,

$$\begin{pmatrix} A(\eta, \kappa) \\ B(\eta, \kappa) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\text{Im} \\ \text{Re} \end{pmatrix} \left\{ \frac{2(1-i\eta)}{\eta^2} \exp(i\eta) + \frac{4i}{\kappa^2} \int_0^\eta d\xi \left( \exp(i\sqrt{\kappa^2 + \xi^2}) - \exp(i\xi) \right) \right\},$$

$\eta = kl_{ch}$ , связывает комплексную амплитуду  $E_{ch}$  с интегральным параметром  $\Lambda$  и размерами канала. Воспользовавшись вытекающим из экспериментальных наблюдений ограничением  $2l_{ch} \leq 0.5\lambda$ , получаем следующие приближенные выражения для коэффициентов  $A$  и  $B$ :

$$A \cong \frac{4\eta}{3} + O\left(\left(\frac{\kappa}{\eta}\right)^2\right),$$

$$B \cong 2\left(\frac{1}{\eta^2} - \ln \frac{2\eta}{\kappa}\right) - \left(\frac{\eta}{2}\right)^2 + O\left(\left(\frac{\kappa}{\eta}\right)^2\right). \quad (3)$$

Динамика масштабов  $l(t)$  и  $r_{ch}(t)$  описывается комбинированным уравнением

$$V_z = \xi_P v_{ih}^{\text{eff}}(|E_h|)l + 2\xi_D \sqrt{D_a v_{ih}^{\text{eff}}(|E_h|)} \quad (4)$$

и соотношением

$$r_{ch} = r_{ch0} \left(\frac{l}{l_0}\right)^{1-0.5b}, \quad (5)$$

в которых  $\xi_P$  и  $\xi_D$  — варьируемые параметры модели ( $\xi_P < 1$ ,  $\xi_D \sim 1$ );  $v_i^{\text{eff}} = v_i - v_a$ ,  $v_i$  и  $v_a$  — частоты ионизации и прилипания;  $r_{ch0}$ ,  $l_0$  — радиус и длина плазменного облака к концу этапа развития электронной лавины во внешнем поле  $|E_0|$ ;  $|E_h|$  — максимальная амплитуда на головках стримера;  $D_a$  — коэффициент амбиполярной диффузии. Параметр модели  $b$  может быть выражен через итоговые (после прекращения удлинения) размеры плазмоида  $\hat{l}$  и  $\hat{r}_{ch}(\hat{j})$

$$b = 2\left(1 - \frac{\ln(\hat{r}/r_{ch0})}{\ln(\hat{l}/l_0)}\right). \quad (6)$$

Максимальная амплитуда поля, например, в точке  $\mathbf{r}^+ = (0, 0, l)$

$$|E_h| = |E_{0h} + E_{Qh}^+ + E_{Qh}^- + E_{Ih}| \quad (7)$$

складывается из амплитуд: а) внешнего поля, б) поля зарядов, сосредоточенных в окрестностях точек  $\mathbf{r}^+$  и  $\mathbf{r}^- = (0, 0, -l)$ ,

$$E_{Qh}^+ = \frac{i\Lambda E_{ch} \xi_Q}{1 - i\vartheta \beta^2},$$

$$E_{Qh}^- = -\frac{i\Lambda E_{ch}}{1 - i\vartheta} \frac{1 - i(\beta + \eta)}{(\beta + \eta)^2} \exp(i(\beta + \eta)), \quad (8)$$

$\beta = kl$ ,  $\xi_Q \gg 1$  — фактор, характеризующий форму головки стримера, в) вихревого поля, индуцируемого протекающим по плазменному каналу высокочастотным током

$$E_{Ih} = \frac{\Lambda E_{ch}}{1 - i\vartheta} \frac{2}{\kappa^2} \times \int_{-\eta}^{\eta} du \left( \exp(i\sqrt{\kappa^2 + (\beta - \eta)^2}) - \exp(i(\beta - \eta)) \right), \quad (9)$$

Величина форм-фактора  $\xi_Q$  подбирается такой, чтобы обеспечить вытягивание на максимальную длину  $2\hat{l}$ . Отметим, что предполагаемая в представляемой работе неизменность форм-факторов  $\xi_Q$  и  $l_{ch}^* = l_{ch}/l$  в продолжении расчета означает сохранение формы стримера при его удлинении.

Замыкает модель система уравнений, описывающая изменение концентраций основных нейтральных и заряженных компонент исследуемого газа. В воздухе учитывается девять сортов положительных и отрицательных ионов:  $O_2^+$ ,  $O^{+4}$ ,  $N_2^+$ ,  $N_4^+$ ,  $NO^+$ ,  $O^-$ ,  $O_2^-$ ,  $O_3^-$ ,  $O_4^-$ . За основу взята система ионно-молекулярных реакций [15]. Кроме того, в модель включено более 100 реакций с участием следующих нейтральных частиц:  $N_2(X^1\Sigma_g^+)$ ,  $N_2(A^3\Sigma_u^+)$ ,  $B_2(B^3\Pi_g)$ ,  $N_2(C^3\Pi_u)$ ,  $N_2(a^1\Sigma_u^-)$ ,  $N(^4S)$ ,  $N(^2D)$ ,  $N(^2P)$ ,  $NO$ ,  $O_2(X^3\Sigma_g)$ ,  $O_2(a^1\Delta_g)$ ,  $O(^3P)$ ,  $O(^1D)$ ,  $O(^1S)$  [15,16]. Предполагается, что в рассматриваемых условиях возбуждение частиц в разряде осуществляется преимущественно электронным ударом из основного электронного состояния.

Электродинамическая модель микроволнового стримера справедлива до тех пор, пока не начнет сказываться разрежение газа, приводящее к развитию ионизационно-перегревной неустойчивости. Вопрос о влиянии газодинамических процессов на электродинамические свойства интегральных характеристик плазмоида (амплитуду электрического поля в канале, амплитуду рассеянного электрического поля, выделяемую мощность и т.д.) остается за рамками данной работы.

## Рассеяние электромагнитных волн на плазмоеде

Фурье-компоненты рассеянного электрического  $\mathbf{E}_d$  и магнитного  $\mathbf{H}_d$  полей в „волновой зоне“ на расстоянии  $r \gg \lambda$  от центра диполя-осциллятора описываются формулами (см., например, [127])

$$\mathbf{E}_d = \frac{k^2[\mathbf{n}[\mathbf{D}\mathbf{n}]]}{4\pi\epsilon_0 r^3} \exp(ikr), \quad \mathbf{H}_d = -\frac{ck^2[\mathbf{D}\mathbf{n}]}{4\pi r^3} \exp(ikr), \quad (10)$$

где  $\mathbf{n} = \mathbf{r}/r$ ,

$$\mathbf{D} = \frac{i}{\omega} \int dV' \mathbf{j}(\mathbf{r}') \exp(-ik\mathbf{r}'\mathbf{n}),$$

$\mathbf{j}$  — плотность плазменного тока. Если размеры плазмоида малы ( $kl < 1$ ), то величина  $\mathbf{D}$  совпадает с дипольным моментом

$$\mathbf{d} = \int dV \mathbf{r} \rho(\mathbf{r}) = \frac{i}{\omega} \int dV \mathbf{j}(\mathbf{r}) \quad (\mathbf{d} = (0, 0, d_z)).$$

Опираясь на вышеописанные упрощающие предположения, заложенные в основание электродинамической модели стримера, а также приняв во внимание то обстоятельство, что максимальные значения амплитуды электрического поля достигаются в областях фронтов продольных волн ионизации, где плотность тока мала, и, следовательно, вклад этих объемов в выражения для  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{d}$  пренебрежимо мал, находим

$$\begin{aligned} D_z &\cong d_z \frac{2J_1(\kappa \sin \chi)}{\kappa \sin \chi} \frac{\sin(\eta \cos \chi)}{\eta \cos \chi}, \\ d_z &\cong 2l_{\text{ch}} Q^+, \\ Q^+ &\cong \pm Q_0 \frac{i\Lambda}{1 - i\vartheta} \frac{E_{\text{ch}}}{E_{0c}}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\chi$  — угол между векторами  $\mathbf{d}$  и  $\mathbf{n}$ ,  $J_1$  — функция Бесселя первого порядка,  $Q_0 = 4\pi\epsilon_0 E_{0c}/k^2$ . В плоскости  $z = 0$  ( $\chi = \pi/2$ ) имеем  $\mathbf{D} = \mathbf{d} + O(\kappa^2)$ .

Общеизвестная формула

$$I_d = \frac{c|d_z|^2 k^4}{12\pi\epsilon_0} \quad (12)$$

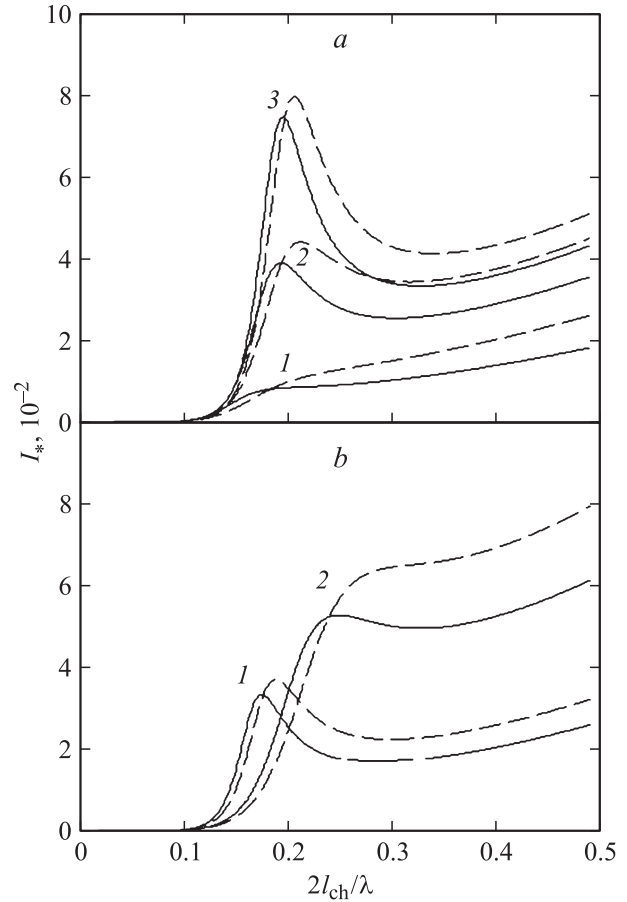
для полной средней интенсивности дипольного излучения (скорость излучения энергии) после подстановки в нее выражения для дипольного момента (11) принимает вид

$$I_d \cong \lambda^2 S_0 \frac{8}{3\pi} \frac{(\eta\Lambda)^2}{(1 + \Lambda A)^2 + (\Lambda B - \vartheta)^2}, \quad (13)$$

где  $S_0 = c\epsilon_0 E_{0c}^2/2$ . Интенсивность излучения пропорциональна произведению  $(|E_{\text{ch}}|\eta\Lambda)^2$ . По мере удлинения стримера возрастает роль плазменного тока, компенсирующего поле зарядов. Следствием такого рода конкуренции является увеличение амплитуды  $|E_{\text{ch}}|$  (резонанс). В тонком канале  $\kappa \ll 1$  с неизменным радиусом и проводимостью максимум функции  $|E_{\text{ch}}(l_{\text{ch}})|$  достигается в окрестности значения

$$2l_{\text{ch}}^{\text{res}} \cong \frac{\lambda}{\pi \sqrt{\ln(1/\kappa) + 0.5\vartheta/\Lambda}} < \frac{\lambda}{\pi}, \quad (14)$$

являющегося приближенным решением уравнения  $\Lambda B(\eta) = \vartheta$ . Отметим, что в тонком металлическом вибраторе резонанс плотности тока реализуется, когда  $2l_{\text{ch}}^{\text{res}} \cong \lambda/2$  [18]. Наличие множителя  $\eta$  вносит свою специфику в поведение функции  $I_d(\eta)$ : локальный максимум вблизи резонансного значения длины (14) появляется лишь в области значений параметров  $\Lambda^2 \ln(1/\kappa) > 0.1$ , а при выполнении противоположного неравенства эта функция монотонно нарастает.



**Рис. 1.** Зависимости нормированной интенсивности рассеяния  $I_*$  от нормированной длины плазменного канала  $2l_{\text{ch}}/\lambda$  в условиях:  $\Lambda = 0.2$  (1),  $0.5$  (2),  $0.8$  (3),  $kr_{\text{ch}} = 0.1$  (a);  $\Lambda = 0.5$ ,  $kr_{\text{ch}} = 0.05$  (1),  $0.3$  (2) (b);  $\vartheta = 0$  (пунктир),  $\vartheta = 0.5$ .

На рис. 1 представлены зависимости нормированной интенсивности рассеяния  $I_*$  ( $I_* = I_d/\lambda^2 S_0$ ) от нормированной длины плазменного канала  $2l_{\text{ch}}/\lambda$  для различных значений параметров  $\Lambda$ ,  $\kappa$  и  $\vartheta$ . Из рисунка следует, что: а) резонансный характер кривых проявляется тем ярче, чем выше проводимость и тоньше плазменный канал, б) величина параметра  $\vartheta$  ( $\vartheta = \omega/\nu$ ) в интересующей нас области значений  $\vartheta < 1$  лишь слабо количественно влияет на интенсивность рассеяния.

Воспользовавшись полученным в работе [14] выражением для поглощаемой мощности  $W_J$  (джоулево тепло)

$$W_J = \lambda^2 S_0 \frac{2}{\pi} \frac{\eta\Lambda}{(1 + \Lambda A)^2 + (\Lambda B + \vartheta)^2}, \quad (15)$$

приходим к следующему простому соотношению между энергетическими характеристиками плазмоида

$$I_d \cong \frac{4}{3} \eta \Lambda W_J. \quad (16)$$

Практически весь энергетический вклад осуществляется на электродинамическом этапе эволюции плазменного образования после прекращения распространения разнонаправленных волн ионизации ( $V_z \rightarrow 0$ ,  $l \cong \hat{l}k$ ,  $r_{\text{ch}} \cong \hat{r}_{\text{ch}}(\hat{l})$ ,

когда устанавливается состояние ионизационно-рекомбинационного квазиравновесия, характеризующегося слабым изменением интегрального параметра  $\Lambda$  и, следовательно, остальных интегральных характеристик плазмоида [14]. А поскольку функция  $I_d(t)$  нарастает быстрее, чем функция  $W_j(t)$ , ясно, что говорить о рассеянии имеет смысл лишь после заметного уменьшения скорости распространения волн ионизации.

## Исследование динамики рассеяния электромагнитных волн при эволюции плазмоида в воздухе

В этом разделе представлены результаты экспериментального исследования динамики рассеянного одиночным плазмодом сигнала в воздухе в диапазоне давлений  $P_0 = 10^4 - 1.4 \cdot 10^4$  Па. В рамках интегральной электродинамической модели проведен анализ этих результатов.

### Эксперимент

Источником СВЧ-излучения служил работавший в импульсном режиме магнетрон: импульсная мощность  $\leq 700$  kW, длина волны  $\lambda = 2.3$  см, длительность импульсов изменялась от 1 до  $10 \mu\text{s}$ . По волноводному тракту СВЧ-мощность поступала в разрядную камеру диаметром 0.7 м и длиной 1 м, где с помощью рупорной антенны формировался слабо расходящийся волновой пучок. Перехваченное сферическим зеркалом линейно поляризованное излучение направлялось обратно навстречу волновому пучку. В результате в фокальной области вдоль оси камеры (ось  $x$ ) формировалась характерная интерференционная картина с максимумами и минимумами поля,

Для создания начального фона электронной концентрации использовался зеленый луч неодимового лазера (LF117, длительность импульса  $\tau_L \leq 15$  ns), распространявшийся вдоль вектора электрического поля СВЧ-волны. При проведении экспериментов варьировались мощность лазера  $W_L$  и время задержки  $\delta t_L$  СВЧ-импульса относительно лазерной вспышки, что позволяло изменять начальную концентрацию электронов  $N_{e0}(W_L, \delta t_L)$  к моменту включения магнетрона. При сокращении длительности паузы  $\delta t_L$  в условиях фиксированной мощности лазера, начиная с некоторого порогового значения  $\delta t_L^{cr}(W_L)$ , время зажигания разряда, определявшееся с помощью фотоэлектронного умножителя (ФЭУ) и приемной антенны (см. ниже), заметно стабилизировалось.

Длительность импульса и мощность СВЧ-излучения подбирались такими, чтобы в фокальной зоне формировался только один плазменный канал. Разряд регистрировался скоростной камерой со временем экспозиции 1–4  $\mu\text{s}$ . Фотографии позволяли оценивать размеры светящейся разрядной области. Типичная картина эволюции видимой области плазмоида в плоскости  $\mathbf{kE}$

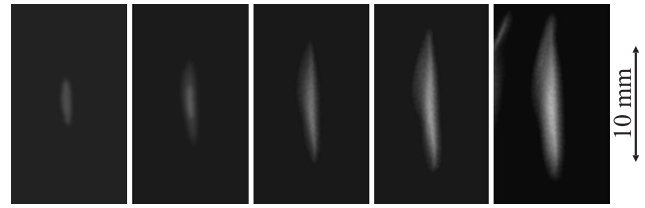


Рис. 2. Интегральные фотографии плазменного канала при давлении  $P_0 = 10^4$  Па.

(плоскость  $y = 0$ ) представлена на рис. 2. В результате формируется полуволновой плазменный диполь с характерными поперечными размерами  $a_x^{\text{vis}} \cong \lambda/30$  и  $a_a^{\text{vis}} \cong 1.5a_x^{\text{vis}}$ .

Исследование динамики развития плазмоида проводилось с помощью фотоэлектронного умножителя и антенны (открытый конец центральной жилы кабеля), отслеживающей эволюцию рассеянного сигнала. Антенна, установленная параллельно оси плазменного канала (ось  $z$ ), перемещалась в плоскости, перпендикулярной оси плазменного канала и проходящей через его центр ( $\chi = \pi/2$ , см. (11)). Сигнал с приемной антенны поступал на детектор. Величина сигнала  $F_d$ , визуализируемого осциллографом, пропорциональна квадрату амплитуды суммарного электрического поля  $F_d(r, t) \propto |\mathbf{E}(r) + \mathbf{E}_d(r, t)|^2$ . В случае указанной продольной ориентации датчика имеем

$$F_d(r, t) = C_d |E_{0z}(r) + E_{dz}(r, t)|^2, \quad (17)$$

где  $C_d = \text{const}$ . Функция  $F_d(r, t)$  отражает динамику рассеянного сигнала на стационарном фоне  $F_{d0}(r) = C_d |R_{0z}(r)|^2$

На рис. 3 представлены фрагменты (после включения СВЧ-импульса) осциллограмм сигналов, зарегистрированных ФЭУ и приемной антенной в четырех точках на оси  $y$  в „волновой зоне“. Четыре вида осциллограмм рассеянного плазменным диполем сигнала выявляют наличие интерференции электрических полей  $\mathbf{E}_0(r)$  и  $\mathbf{E}_d(r, t)$  (см. ниже). В частности, из рис. 3, *c* следует, что на определенных расстояниях плазменный канал невидим приемной антенной.

На начальном этапе развития  $t < t_0$  плазменное облако практически никак не проявляет себя, поэтому  $F_d(r) = F_{d0}(r)$ . После относительно короткого динамического этапа  $\delta t_{\text{str}}$  быстрого изменения функция  $F_d(r, t)$  (см. рис. 3, *a, d*), наличие которого естественно связать с развитием стримера, на временах  $t > t_{\text{st}}$  устанавливается квазистационарное состояние рассеянного сигнала  $F_{dst}(r, \mu t) (\mu \ll 1)$ .

Экспериментальные зависимости длительности начального этапа эволюции плазменного облака  $t_0$ , длительности динамического этапа  $\delta t_{\text{str}}$ , а также средней скорости распространения волны ионизации, опреде-

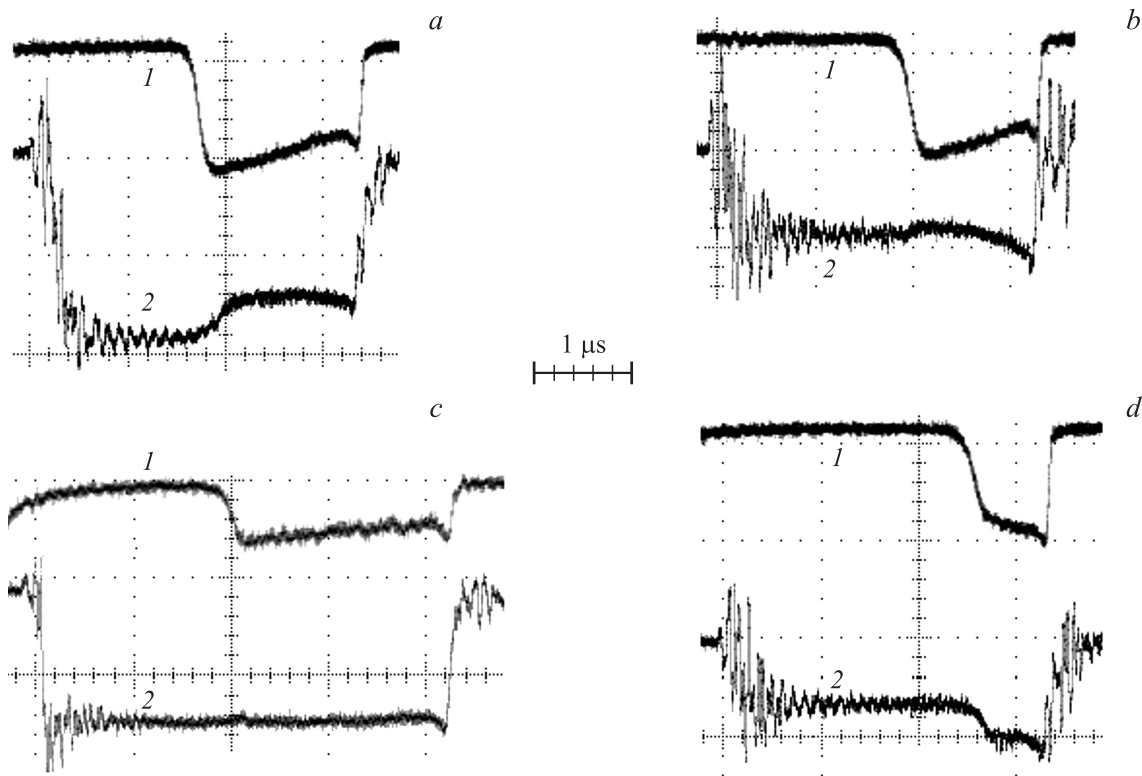


Рис. 3. Фрагменты осциллограмм с ФЭУ (1) и с приемной антенны (2) на различных расстояниях от плазмоида.

ляемой как

$$\bar{V}_z = \frac{\hat{l}}{\delta t_{str}} \cong \frac{\lambda}{4\delta t_{str}}, \quad (18)$$

от степени надпробойности поля  $E_{0c}/E_{br}$  при давлениях  $P_0 = 10^4$  и  $1.4 \cdot 10^4$  Па отражают рис. 4–6. С ростом давления скорость несколько увеличивается. Отметим, что в азоте в условиях  $P_0 \cong 6.7 \cdot 10^4$  Па,  $E_{0c} \cong 2.1$  кВ/см,  $\lambda = 4$  см [4] величина измеренной с помощью фоторазвертки средней скорости распространения волны ионизации составила  $\bar{V}_z \cong 2.8 \cdot 10^6$  см/с.

### Интерпетация экспериментальных результатов

Выражение (17) для функции  $F_d$  с учетом формулы (10) можно записать в виде

$$F_d(r, t) = C_d |E_{0c}|^2 (a_0^2(r) + s(r, t)^2 + 2a_0(r)s(r, t) \cos \varphi(r, t)), \quad (19)$$

где  $a_0(r) = |E_0(r)/E_{0c}|$  — распределение амплитуды внешнего продольного поля,  $s = |d_*| \sin^2 \chi / kr$ ,  $d_* = kd_z / Q_0$  ( $|d_*| = \sqrt{3\pi I_* / 2}$ ),  $\varphi(r, t) = \delta\varphi(r) + \varphi_Q(t)$ ,  $\delta\varphi(r) = kr + \varphi_{0c} - \varphi_0(r)$ ,  $\varphi_0$  и  $\varphi_Q$  — фазы комплексной амплитуды продольной составляющей поля  $E_0 = |E_0| \exp(i\varphi_0)$  и полного заряда  $Q^+ = |Q^+| \exp(i\varphi_Q)$  соответственно. В плоскости  $z = 0$  ( $\chi = \pi/2$ ) влияние плазмоида максимально.

Выражение (19) позволяет объяснить отраженные на рис. 3 особенности поведения сигнала  $F_d(r, t)$  на различных расстояниях от плазмоида.

В начале эволюции плазменного облака  $t < t_0$  электронная лавина развивается в невозмущенном пространственным зарядом внешнем электрическом поле. Концентрация электронов и размеры плазменного образования еще столь малы, что вклад рассеянного излучения практически не виден на стационарном фоне  $F_{d0}(r) = C_d |E_{0c}(r)|^2$ . На динамическом этапе удлинения стримера фаза  $\varphi(r, t)$ , зависящая от расстояния между плазмоидом и приемной антенной, определяет ход кривой  $F_d(r, t)$  ( $\cos \varphi < 0 \rightarrow F_d \downarrow$ , см. рис. 3, a, b;  $\cos \varphi > 0 \rightarrow F_d \uparrow$ , см. рис. 3, d). После прекращения удлинения устанавливается квазистационарный уровень  $F_{dst}(s_{st}, \varphi_{st})$ , на величину которого варьируемые параметры модели  $\xi_p, \xi_D, l_{ch*}$  практически не влияют. При выполнении условия  $s_{st} \cong -2a_0 \cos \varphi_{st}$  в состоянии квазиравновесия плазмоид не фиксируется приемной антенной  $F_{dst}(r) = F_{d0}(r)$ . Это демонстрирует рис. 3, c.

На начальном этапе развития плазменного облака наиболее интенсивно размножение электронов происходит в окрестности точки максимума амплитуды электрического поля. Пренебрегая диффузией и фотоионизацией, увеличивающимися размеры плазменной области, оценим эффективный минимальный радиус плазменного канала  $r_{ch}(t_0) \equiv r_{ch0}$  к моменту времени  $t_0$ .



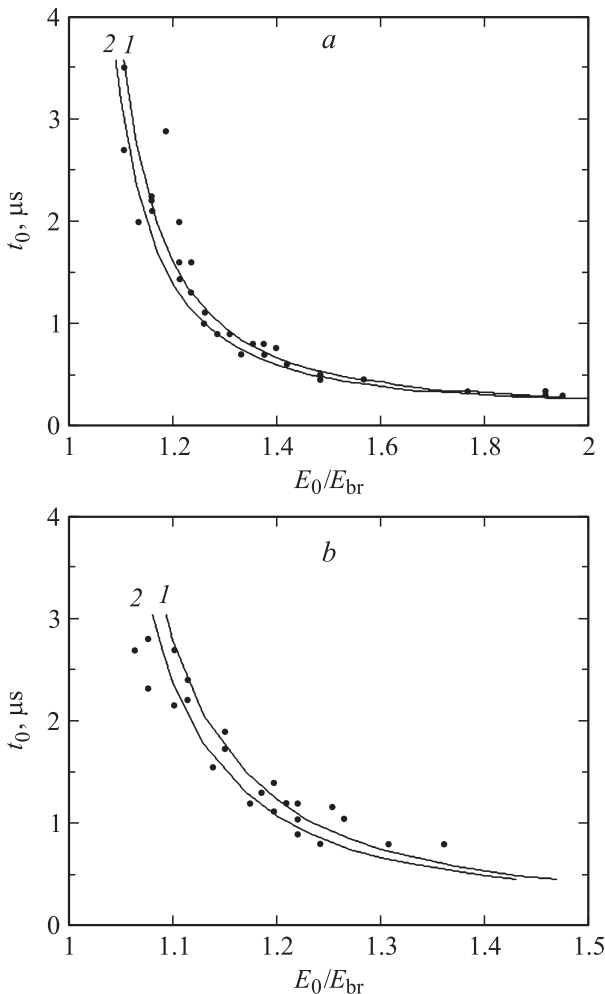
Распределение электронной концентрации в окрестности совмещенной с началом системы координат точки максимума амплитуды электрического поля имеет следующий вид:

$$N_e(\mathbf{r}, t) \cong N_{ec}(0, t = 0) \exp\left(-\sum_{j=1}^3 \frac{x_j^2}{a_j^2(t)} + t_*\right), \quad (20)$$

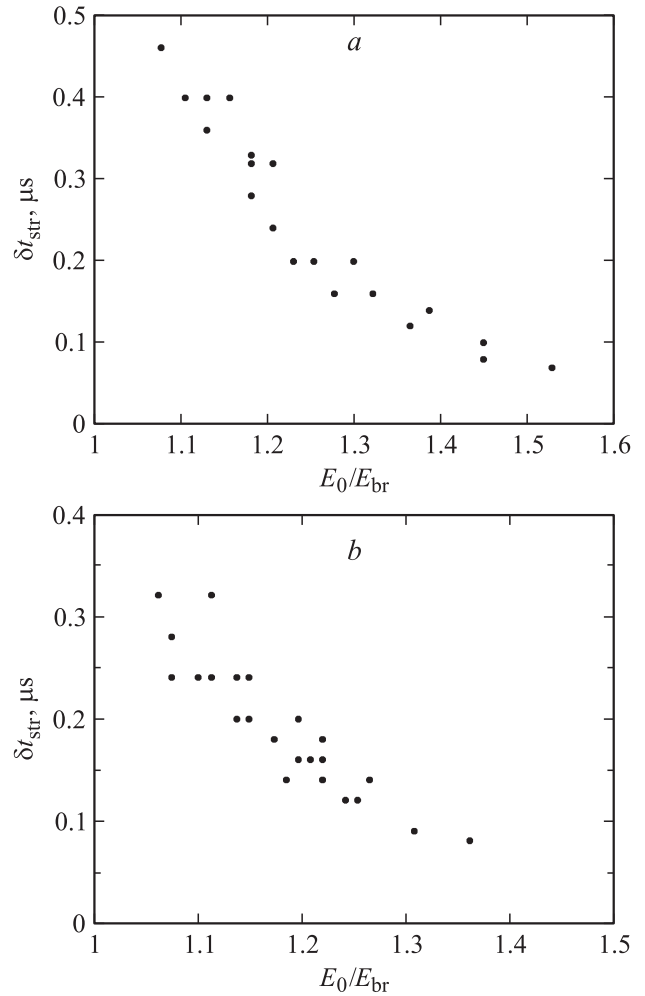
где  $j = -x, y, z$ ,  $t_* = v_{ic}^{\text{eff}} t$ ,  $a_j = a_{Ej} / \sqrt{t_* \gamma_c^{\text{eff}}}$ ,  $\gamma_c^{\text{eff}}(E_{0c}) = d \ln v_i^{\text{eff}} / d \ln E_{0c}|_c$ ,  $a_{Ej} = \sqrt{2E_{0c} / |\frac{\partial^2 E_0}{\partial x_j^2}|_c}$ . Из выражения (20) следует, что: а) в окрестности максимума амплитуды линии уровня  $N_e(\mathbf{r}, t) / N_{ec}(0, t) = C_N = \text{const}$  — эллипсы с полуосями  $a_j(t) \sqrt{\ln C_N^{-1}}$ ; б) характерные размеры  $a_j(t)$  уменьшаются со временем; в) эффективный радиус плазменного образования, определяемый как

$$r_{\text{ch}}^2(t_*) = \frac{1}{\pi} \int dx dy \frac{N_e(x, y, 0, t_*)}{N_{ec}(t_*)}, \quad (21)$$

равен  $r_{\text{ch}} \cong \sqrt{a_x a_y}$ .



**Рис. 4.** Экспериментальные (точки) и теоретические (линии) зависимости  $t_0(E_{0c}/E_{\text{br}})$  в воздухе при давлениях  $P_0 = 10^4$  (а) и  $1.4 \cdot 10^4$  Па (б). Теоретические зависимости получены в условиях:  $N_{e0} = 10^2$  (1) и  $10^3 \text{ cm}^{-3}$  (2).



**Рис. 5.** Экспериментальные зависимости  $\delta t_{\text{str}}(E_{0c}/E_{\text{br}})$  в воздухе при давлениях  $P_0 = 10^4$  (а) и  $1.4 \cdot 10^4$  Па (б).

В воздухе с концентрацией молекул  $N$  длительность начального этапа  $t_0$  может быть оценена из следующего выражения:

$$t_0 \cong \frac{1}{v_c^{\text{eff}}(E_{0c})} \ln\left(\frac{10^{-5} N}{\lambda N_{ec}(t = 0)}\right). \quad (22)$$

Графики функции  $t_0(E_{0c}/E_{\text{br}})$  при различных давлениях и значениях начальной концентрации электронов  $N_{e0}$  представлены на рис. 4. Зависимости  $t_0(E_{0c}/E_{\text{br}})$ , построенные с учетом конечной длительности переднего фронта СВЧ-импульса, демонстрируют хорошее согласие с экспериментальными данными.

К моменту времени  $t_0$  эффективный радиус плазменного образования уменьшается до величины

$$r_{\text{ch}0}(E_{0c}) \cong r_E \sqrt{\frac{1}{\gamma_c^{\text{eff}}(E_{0c}) \ln\left(\frac{10^{-5} N}{\lambda N_{e0}}\right)}}, \quad (23)$$

где  $r_E = \sqrt{a_{Ex} a_{Ey}}$ .

В области фокуса распределение электрического поля разрядной камеры (ось  $x$ ) можно аппроксимировать

выражением

$$E_{0x}(x, 0, 0) = \frac{1}{2} Z(x) \exp(-i\omega t) + \text{c.c.}, \quad (24)$$

где  $Z(x) = E_{0+} \exp(ikx) + E_{0-} \exp(-ikx)$  ( $E_{0c} = E_{0+} + E_{0-}$ ), из которого сразу следует, что

$$a_{Ex} = \frac{1}{k} \frac{E_{0+} + E_{0-}}{\sqrt{2E_{0+}E_{0-}}} \geq \frac{\sqrt{2}}{k}. \quad (25)$$

В условиях эксперимента имеем  $E_{0-} \ll E_{0+}$ ,  $a_{Ey} \cong 1.5a_{Ex}$ , поэтому  $r_E > r_E^{\min} \cong \sqrt{3}/k$ . Графики функции  $r_{ch0}^{\min}(E_{0c})$  при  $r_E = r_E^{\min}$  и различных значениях начальной концентрации электронов приведены на рис. 7.

Предполагая, что эффективный радиус плазменного канала превышает видимый радиус  $r_{ch}^{\text{vis}} \cong \sqrt{a_x^{\text{vis}} a_y^{\text{vis}}}$ , получаем следующие ограничения для величин эффективного радиуса плазменного канала после прекращения удлинения  $\hat{r}_{ch}$  и степени вытянутости  $\hat{l}/\hat{r}_{ch}$ :

$$\hat{r}_{ch} > \hat{r}_{ch}^{\min} \cong 0.7 \text{ mm}, \quad \frac{\hat{l}}{\hat{r}_{ch}} < 8. \quad (26)$$

Величины  $\hat{r}_{ch}^{\min}$  и  $r_{ch0}^{\min}(E_{0c})$  служили ориентирами при проведении расчетов.

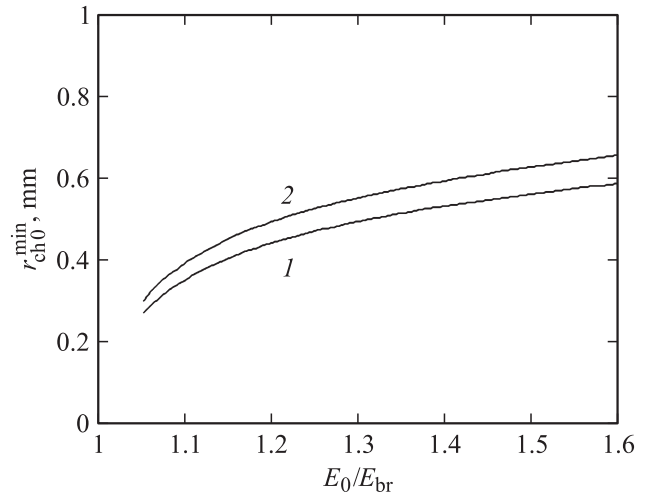


Рис. 7. Зависимости  $r_{ch0}^{\min}(E_{0c}/E_{br})$  в условиях:  $P_0 = 10^4$ ;  $N_{e0} = 10^3$  (1) и  $10^5 \text{ cm}^{-3}$  (2).

Как показало исследование, воспроизвести представленные на рис. 5 экспериментальные результаты можно, лишь предположив существование сильной зависимости параметра модели  $\xi_P$  от амплитуды внешнего поля:

$$\xi_P(E_{0c}) \cong \frac{2 \cdot 10^6 [\text{s}^{-1}]}{v_c^{\text{eff}}(E_{0c})}. \quad (27)$$

В диапазоне значений  $E_{0c}/E_{br} = 1.1-1.6$  имеем  $\xi_P \cong 0.25-0.015$ . Кроме того, было установлено, что в рассматриваемом диапазоне давлений роль слагаемого  $2\xi_D \sqrt{D_a v_c^{\text{eff}}(|E_h|)}$  в выражении для скорости (4) пренебрежимо мала.

Рисунок 8, отражающий динамику нормированной интенсивности рассеяния  $I_*(t)$  при различных значениях амплитуды внешнего электрического поля, давления и начального радиуса  $r_{ch0}^{\min}(E_{0c})$ , позволяет оценивать длительность динамического этапа  $\delta t_{str}$ . Прежде всего отметим хорошее количественное согласие экспериментальных и теоретических результатов при двух значениях давления в условиях (27). Их этого рисунка также следует, что: а) стартовые поперечные размеры не влияют на квазистационарный уровень, б) изменение эффективного начального радиуса вдвое слабо отражается на величине  $\delta t_{str}$ .

### Квазистационарный этап эволюции плазмоида

После прекращения удлинения стримера, как уже отмечалось, устанавливается ионизационно-рекомбинационное квазиравновесие. В разделе приведены оценки для квазистационарных значений основных интегральных характеристик плазмоида на этом самом энергоемком этапе его эволюции в воздухе в диапазонах значений параметров разряда  $P_0 = 10^4-1.4 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ ,  $E_{0c}/E_{br} = 1.1-1.6$ .

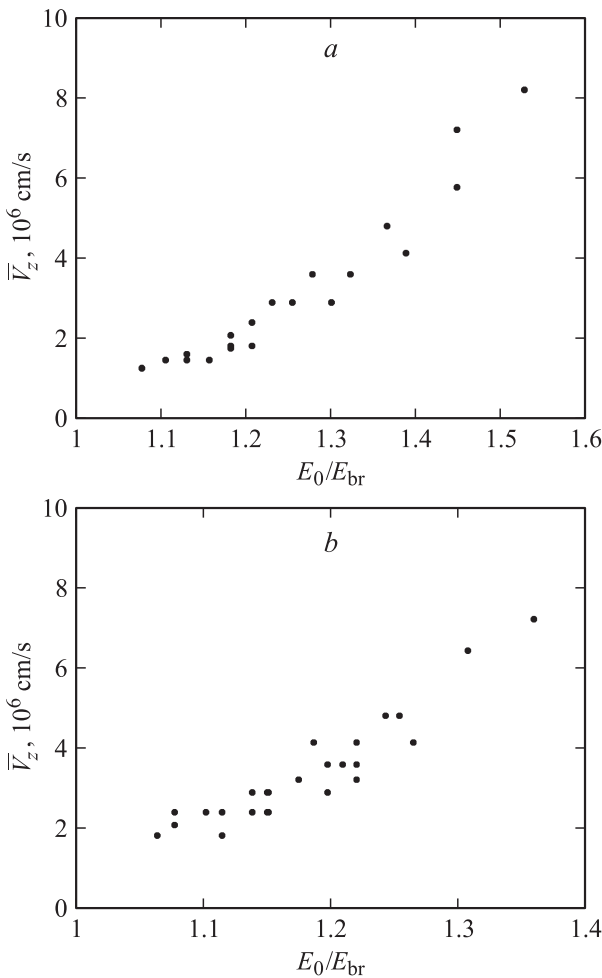
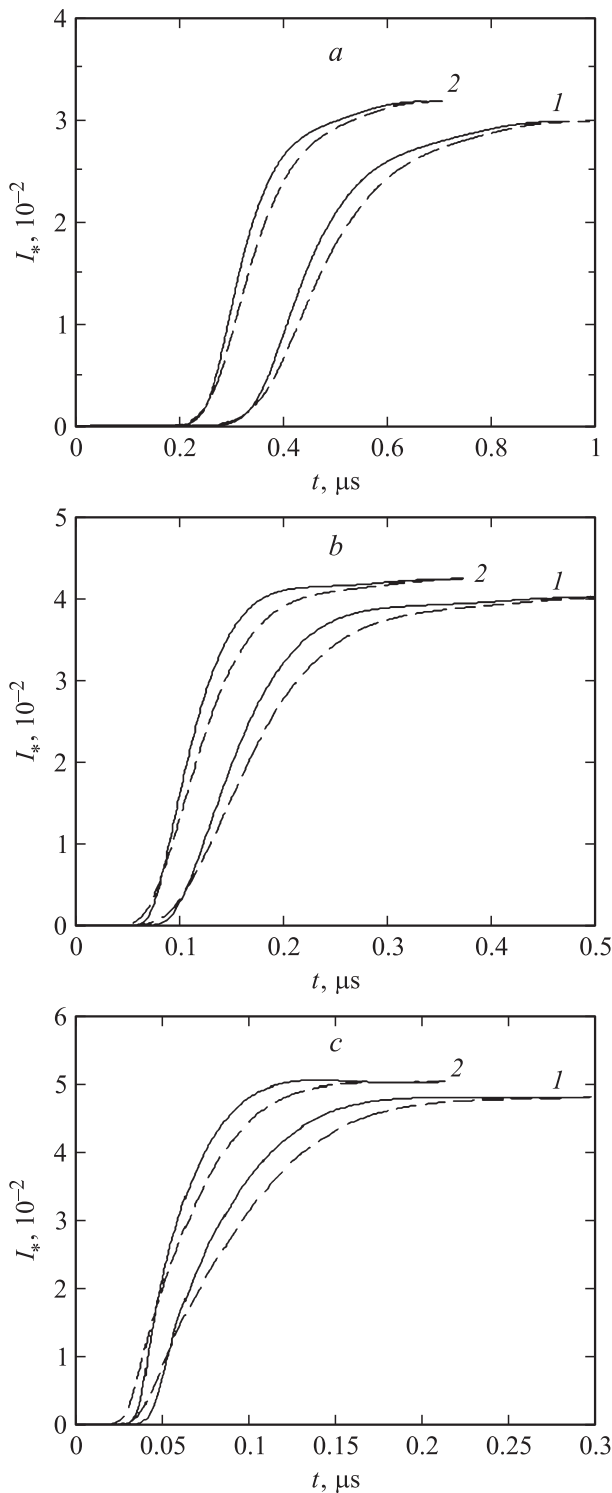


Рис. 6. Экспериментальные зависимости  $\bar{V}_z(E_{0c}/E_{br})$  в воздухе при давлениях  $P_0 = 10^4$  (a) и  $1.4 \cdot 10^4 \text{ Pa}$  (b).





**Рис. 8.** Динамика нормированной интенсивности рассеяния  $I_*(t)$  в условиях:  $E_{0c}/E_{br} = 1.1$  (a),  $1.3$  (b),  $1.5$  (c);  $P_0 = 10^4$  (1),  $1.4 \cdot 10^4$  Па (2);  $2\hat{l} = 0.5\lambda$ ;  $\hat{l}/\hat{r}_{ch} = 7$ ;  $l_{ch} = 0.9$ ;  $r_{ch0} = r_{ch0}^{\min}$ ,  $r_{ch0} = 2r_{ch0}^{\min}$  (пунктир);  $N_{e0} = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ .

С увеличением интегрального параметра  $\Lambda$  при фиксированных размерах  $l_{ch}$  и  $r_{ch}$  амплитуда поля в канале падает, поэтому функция  $W_J \propto \Lambda |E_{ch}|(\Lambda)^2$  имеет

максимум

$$W_{Jm} = \frac{\eta}{A - \vartheta B + \sqrt{(1 + \vartheta^2)(A^2 + B^2)}}, \quad (28)$$

и минимальное ее значение реализуется, когда  $\Lambda = \Lambda_m(\eta, \kappa) = \sqrt{(1 + \vartheta^2)/(A^2 + B^2)}$ . В области значений  $\vartheta \ll 1$  параметр  $\Lambda_m$ , а вместе с ним нормированные интегральные характеристики плазмоида  $W_{Jm}/\lambda^2 S_0$ ,  $E_{ch}(\Lambda_m)/E_{0c}$ ,  $|Q^\pm(\Lambda_m)|/Q_0$ ,  $I_d(\Lambda_m)/\lambda^2 S_0$  зависят только от безразмерных масштабов  $l_{ch}/\lambda$  и  $r_{ch}/\lambda$ .

С помощью формулы (16) легко убедиться, что относительные отклонения  $\delta_I = I_d/I_d(\Lambda_m) - 1$ ,  $\delta_\Lambda = \Lambda/\Lambda_m - 1$  интенсивности рассеяния и интегрального параметра  $\Lambda$  связаны между собой следующим приближенным выражением:

$$\delta_I \cong \delta_\Lambda. \quad (29)$$

Соотношение (29) справедливо, очевидно, при выполнении условия  $\delta_\Lambda \ll 1$ . Здесь же приведем полученные в работе [19] выражения для относительных отклонений  $\delta_X = X_n/X_n(\Lambda_m) - 1$  интегральных характеристик  $X_{1-3} = W_H, |E_{ch}|, |Q^\pm|$ :

$$\delta_W \cong -\frac{1}{2} \frac{\delta_\Lambda^2}{1 + \frac{1 - \vartheta(B/A)}{\sqrt{(1 + \vartheta^2)(1 + (B/A)^2)}}}, \quad \delta_E \cong -\delta_Q \cong -\frac{\delta_\Lambda}{2}. \quad (30)$$

Если  $\delta_\Lambda \ll 1$ , то при оценке интенсивности рассеяния, выделяемой в плазмоиде полной мощности, амплитуды поля в канале и полного заряда можно использовать выражения для функций  $I_d(\Lambda_m(l_{ch}, r_{ch}))$  и  $X_{1-3}(\Lambda_m(l_{ch}, r_{ch}))$ .

На рис. 9 представлены зависимости  $\Lambda_{st}(E_{0c}/E_{br})$  (квазистационарный уровень  $\Lambda_{st}$  определялся момент времени, когда  $l \cong \hat{l}$ ,  $V_z = 10^{-2} \max V_z$ ) и  $\delta_\Lambda(E_{0c}/E_{br})$  при различных значениях отношения  $\hat{l}/\hat{r}_{ch}$  и давления. Рис. 9 позволяет сделать следующие выводы.

1. Если плазменное образование развивается в поле  $E_{0c} < 1.5E_{br}$  и итоговые его размеры удовлетворяют неравенству  $\hat{l}/\hat{r}_{ch} > 5$ , условие применимости интегрального подхода  $\Lambda < \Lambda_{st} \ll 1$  выполняется. Надежность результатов возрастает при уменьшении амплитуды внешнего поля ( $E_{0c}/E_{br} \downarrow \rightarrow \Lambda_{st} \downarrow$ ) и при увеличении отношения  $\hat{l}/\hat{r}_{ch}$  ( $\hat{l}/\hat{r}_{ch} \uparrow \rightarrow \Lambda_{st} \downarrow$ ).

2. Квазистационарный уровень  $\Lambda_{st}$  практически не зависит от давления.

3. В воздухе в рассмотренном диапазоне давлений поглощаемая плазмоидом мощность превосходит мощность излучаемую (см. (15)).

4. Зависимость относительного отклонения  $\delta_\Lambda$  от внешнего поля близка к линейной. В диапазоне значений  $E_{0c}/E_{br} = 1.1-1.4$  относительное отклонение  $\delta_\Lambda$  не превышает величины 0.3. Это ограничение позволяет считать, что

$$\Lambda_{st} \cong \Lambda_m(1 + \delta_\Lambda). \quad (31)$$

А поскольку  $\Lambda_m = \Lambda_m(\ln(1/kr_{ch}))$  (см. выражение для коэффициента  $B$  в (3)), то и величина  $\Lambda_{st}$  зависит от радиуса канала  $r_{ch}$  логарифмически слабо.

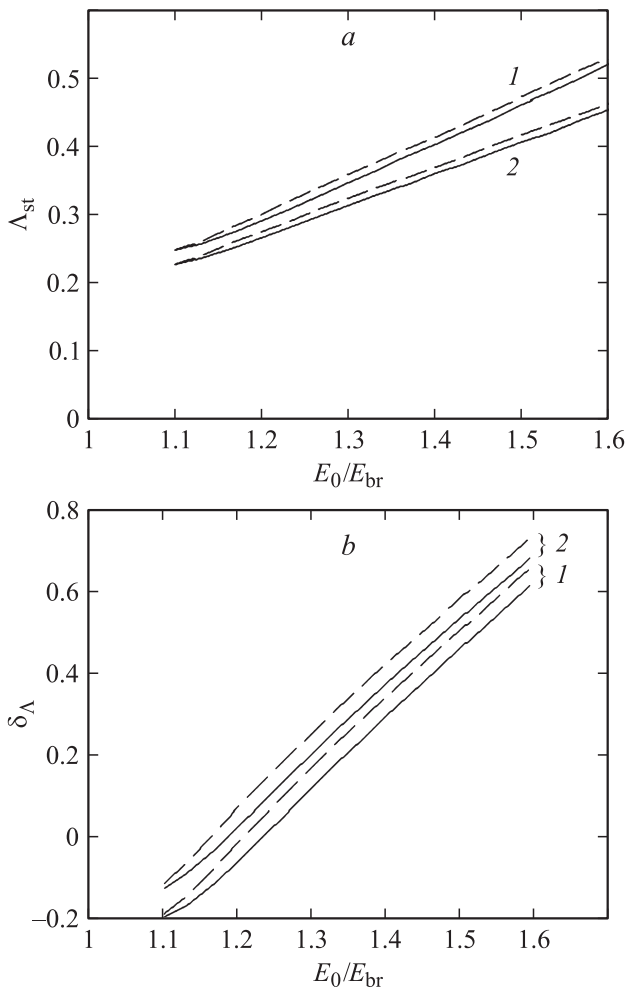


Рис. 9. Зависимости  $\Lambda_{st}(E_{0c}/E_{br})$  (a) и  $\delta_\Lambda(E_{0c}/E_{br})$  (b) в воздухе в условиях:  $P_0 = 10^4, 1.4 \cdot 10^4$  Па (пунктир);  $2\tilde{l} = 0.5\lambda$ ;  $\tilde{l}/\tilde{r}_{ch} = 5$  (1) и 7 (2).

5. В воздухе при оценке квазистационарных значений параметров плазмоида в диапазоне значений  $E_{0c}/E_{br} = 1.1-1.4$  можно опираться на выражения для функций  $W_{Jm}, I_a(\Lambda_m), |E_{ch}|(\Lambda_m), |Q^\pm(\Lambda_m)|$ , а также на следующее выражение для степени ионизации:

$$\frac{N_{ecst}}{N} \cong 10^{-6} \frac{\lambda \Lambda_m}{\tilde{r}_{ch}^2}, \quad (32)$$

где  $\lambda$  и  $\tilde{r}_{ch}$  в см.

## 1. Результаты

1. Получено выражения для дипольного момента тонкого (по сравнению с длиной волны) плазменного канала и интенсивности рассеяния электромагнитной волны на таком канале.

2. Предложена самосогласованная электродинамическая модель, позволяющая исследовать динамику рассеянного сигнала при развитии плазменного образования малых размеров.

3. Представлены результаты экспериментального исследования динамики рассеянного развивающимся одиночным плазмоидом сигнала в воздухе в диапазоне давлений  $P_0 = 10^4 - 1.4 \cdot 10^4$  Па. Подтверждены предсказания электродинамической модели: а) об особенностях поведения рассеянного сигнала на различных расстояниях от плазмоида и б) о существовании квазистационарного этапа эволюции плазмоида после прекращения удлинения вдоль внешнего электрического поля. Получены зависимости средней скорости распространения волны ионизации от внешнего поля.

4. На основании экспериментальных данных проведена коррекция модели, позволившая воспроизвести динамику рассеянного сигнала в различных условиях, а также установить: а) существование сильной зависимости параметра модели  $\xi_P$  от амплитуды внешнего поля и б) пренебрежимо малое влияние диффузии на скорость распространения волны ионизации в воздухе.

5. В воздухе в диапазоне значений параметров разряда  $P_0 = 1 \cdot 10^4 - 1.4 \cdot 10^4$  Па,  $E_{0c}/E_{br} \leq 1.6$ ,  $2\tilde{l} \leq 0.5\lambda$  поглощаемая плазмоидом мощность превосходит мощность излучаемую.

Авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность С.А. Афанасьеву за помощь, оказанную при проведении экспериментальных работ.

Работа выполнена в рамках программы президиума РАН П-11.

## Список литературы

- [1] Авраменко Р.Ф., Грачев Л.П., Николаева В.И. Электропунктура и проблемы информационно-энергетической регуляции деятельности человека. Сб. ст. / Под ред. В.Г. Никифорова, В.Н. Пушкина. М.: ЦНИИ экономики научно-технической информации угольной промышленности, 1976. С. 197-198.
- [2] Авраменко Р.Ф., Батанов Г.М., Николаева В.И. Будущее открывается квантовым ключом. Сб. ст. М.: Химия, 2000. С. 197-201.
- [3] Вихарев А.Л., Гильденбург В.Б., Иванов О.А. и др. // Физика плазмы. 1986. Т. 12. Вып. 12. С. 1503-1507.
- [4] Вихарев А.Л., Горбачев А.М., Ким А.В. и др. // Физика плазмы. 1992. Т. 18. Вып. 8. С. 1064-1075.
- [5] Грачев Л.П., Есаков И.И., Ходатаев К.В. // ЖТФ. 2000. Т. 70. Вып. 1. С. 31-35.
- [6] Грачев Л.П., Есаков И.И., Ходатаев К.В. // ЖТФ. 2003. Т. 73. Вып. 5. С. 35-40.
- [7] Бровкин В.Г., Колесниченко Ю.Ф., Хмара Д.В. Шаровая молния в лаборатории. Сб. ст. / Под ред. Р.Ф. Авраменко и др. М.: Химия, 1994. С. 119-136.
- [8] Kolesnichenko Yu.F., Brovkin V.G., Khamara D.V. et al. // AIAA 2003-362.
- [9] Гильденбург В.Б., Гуцин И.С., Двинин С.А. и др. // ЖЭТФ. 1990. Т. 97. Вып. 4. С. 1151-1158.

- [10] *Веденин П.В., Розанов Н.Е.* // ЖЭТФ. 1994. Т. 105. Вып. 4. С. 868–880.
- [11] *Найдис Г.В.* // ЖЭТФ. 1996. Т. 109. Вып. 4. С. 1288–1296.
- [12] *Веденин П.В., Попов Н.А.* // ЖЭТФ. 1995. Т. 108. Вып. 2. С. 531–547.
- [13] *Битюрин В.А., Веденин П.В.* // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. Вып. 13. С. 74–80.
- [14] *Битюрин В.А., Веденин П.В.* // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. Вып. 15. С. 1–7.
- [15] *Kossyi I.A., Kostinsky A.Y., Matveev A.A. et al.* // Plasma Sourc. Sci. Technol. 1992. Vol. 1. P. 201.
- [16] *Herron J.T.* // J. Phys. Chem. Ref. Data. 1999. Vol. 28. P. 1453.
- [17] *Исимару А.* Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Т. 1. М.: Мир, 1981. 280 с.
- [18] *Леонтович М.А., Левин М.Л.* // ЖТФ. 1944. Т. 14. Вып. 9. С. 481–506.
- [19] *Битюрин В.А., Веденин П.В.* // Препринт Т 8–499. ОИВТ РАН. М., 2009.