

01;03

## Формирование электрогидродинамических течений в сильнонеоднородных электрических полях при двух механизмах зарядообразования

© Ю.К. Стишков, В.А. Чирков

Научно-образовательный центр „Электрофизика“ физического факультета  
Санкт-Петербургского государственного университета,  
198504 Санкт-Петербург, Россия

(Поступила в редакцию 29 декабря 2010 г. В окончательной редакции 25 марта 2011 г.)

Проанализированы основные особенности процесса формирования электрогидродинамических (ЭГД) течений при двух основных механизмах электризации слабопроводящих жидкостей: инжекция с поверхности электрода и диссоциация в объеме. Анализ проведен на основе результатов компьютерного моделирования ЭГД-течений в сильнонеоднородном электрическом поле в системе электродов игла–плоскость. Эта система создает благоприятные условия как для инжекционного, так и для диссоциационного механизмов зарядообразования. Выявлены характерные особенности, присущие каждой модели зарядообразования. Рассчитаны ампер-секундные характеристики переходного процесса установления ЭГД-течений.

### Введение

При рассмотрении электрогидродинамических (ЭГД) течений основное внимание обычно уделяется стационарным характеристикам, таким как кинематическая и зонная структуры, распределение заряда, вольт-амперная характеристика системы и т.п. В то же время формирование ЭГД-течений не менее важный, но одновременно с этим более сложный и малоизученный процесс. Как правило, переходные характеристики в литературе рассматриваются тогда, когда исследования касаются изучения подвижностей ионов [1–3], которые определяются по ампер-секундным характеристикам (АСХ), снятым после импульсного включения напряжения. Также исследования переходных процессов проводятся с целью получить информацию о приэлектродных процессах, например о накоплении заряда в диффузионных слоях и о значениях констант скоростей разрядки ионов на электродах [4].

Отдельный интерес для изучения представляют исследования развития гидродинамической струи и распространения фронта заряженной области в глубь межэлектродного промежутка (МЭП). При этом максимальные значения скорости, объемной плотности заряда и силы тока во внешней цепи могут достигать заметно больших значений, чем в стационарном случае, что, в частности, отмечено в [5].

Формирование ЭГД-течений в настоящей работе изучено на основе результатов численного расчета полной системы уравнений ЭГД методом конечных элементов. Рассматривается система электродов игла–плоскость, геометрические размеры которой являются характерными для лабораторных систем, поэтому полученные результаты можно сопоставить с уже имеющимися в литературе экспериментальными (и теоретическими) данными, а также в дальнейшем провести дополнитель-

ные экспериментальные исследования для уточнения используемых моделей.

В реальных экспериментах зарядообразование в общем случае определяется суперпозицией двух механизмов — инжекционным и диссоциационным, хотя один из них может быть доминирующим. Особенностью сильнонеоднородных полей является то, что активация инжекции может происходить даже при небольших межэлектродных напряжениях, поскольку локальная напряженность электрического поля в приэлектродной области существенно выше своего среднего значения. При этом объем области повышенной напряженности электрического поля относительно невелик, и в случае хорошо очищенных слабопроводящих жидкостей суммарный ток диссоциации будет незначительным. В случае же повышенного содержания примесей, т.е. относительно повышенной проводимости, зарядообразование будет определяться диссоциационным механизмом, а инжекцией можно будет пренебречь.

Компьютерная модель обладает тем преимуществом, что позволяет рассматривать оба механизма по отдельности и анализировать особенности ЭГД-течений, характерные для каждого из них. Помимо того, что это несколько упрощает модель, такой подход значительно облегчает интерпретацию результатов. Поэтому в данной работе компьютерное моделирование проведено по отдельности для инжекционного и для диссоциационного механизмов зарядообразования. Однако нет никаких принципиальных сложностей для одновременного учета обеих моделей.

Стоит заметить, что моделирование формирования ЭГД-течений, помимо прочего, позволяет рассчитать переходные АСХ, которые, в свою очередь, можно получить в эксперименте. А поскольку из эксперимента можно извлечь лишь весьма ограниченный набор информации: силу тока во внешней цепи, поле скоростей и в

ограниченном наборе случаев распределение напряженностей электрического поля (зондовый метод [6], метод, основанный на эффекте Керра [7]) и плотность заряда (капельный метод [6]), то получение АСХ тем самым расширяет набор данных для сопоставления. Причем АСХ может быть получена как для включения, так и выключения напряжения.

## 1. Обзор литературы

В имеющейся на сегодняшний день литературе фактически нет работ по описанию процесса формирования ЭГД-течений, за исключением небольшого количества экспериментальных данных [1,5,6,8] и некоторых теоретических оценок характерных временных масштабов развития течений [9]. При этом большинство экспериментальных и теоретических исследований переходных процессов в жидких диэлектриках после импульсного включения напряжения сводятся к изучению только АСХ. С одной стороны, это связано с высокой сложностью теоретического описания данного явления и с отсутствием до недавнего времени алгоритмов компьютерного моделирования, позволявших решить рассматриваемую задачу. А с другой стороны, распространенные экспериментальные методы изучения ЭГД-течений применимы в основном лишь для стационарных и квазистационарных течений и могут дать информацию только об их кинематике, но не о динамической структуре.

Одной из первых значимых работ, в которой были рассмотрены переходные электроконвективные явления в жидких диэлектриках, является [1]. В ней авторы исследовали зависимость времени задержки возникновения ЭГД-течений от значения тока подзарядки и выделили два характерных вида АСХ, соответствующие режимам проводимости и электроконвекции. В работе [8] проведены исследования переходных процессов развития турбулентности, вызванной униполярной инжекцией заряда в результате подачи импульса напряжения. Область турбулентности визуализировалась при помощи шлирен-метода, и ее распространение фиксировалось скоростной видеокамерой. Это позволило авторам изучить движение фронта заряженной области (который отождествлялся с фронтом области турбулентности) и определить время задержки возникновения течения. Более того, для исследуемой системы была получена АСХ с хорошим временным разрешением, которая представляет интерес для качественной верификации результатов численного моделирования. Также стоит отметить работу [5], которая посвящена, в частности, исследованию ЭГД-неустойчивостей, возникающих после импульсного включения напряжения. В ней отмечаются высокие значения токов и то, что эффективность конвективного переноса заряда в переходном режиме существенно выше, чем в стационарном случае.

В отличие от работ [1,5,8] в монографии [6] помимо аналогичных исследований проведено изучение влия-

ния проводимости жидкости на основные характеристики развития ЭГД-течений, где в качестве основной жидкости использовалось трансформаторное масло, а его проводимость увеличивалась за счет добавления бутилового спирта. Авторы показали, что увеличение проводимости приводит к увеличению времени пересечения одиночным выбросом межэлектродного промежутка, что, в свою очередь, согласуется с особенностями стационарных характеристик ЭГД-течений в жидкостях с повышенной проводимостью.

В последнее время все большее значение приобретают работы по исследованию ЭГД-течений, выполненные на основе компьютерного моделирования. Соответствующие исследования, например [10–12], благодаря развитию модельных представлений о природе ЭГД-течений и прогрессу в области численных расчетов позволили получить не только качественные, но и количественные результаты, которые находятся в согласии с экспериментальными данными. Однако в большинстве случаев это сопоставление проводилось лишь для стационарных распределений.

Возможность изучения переходных ЭГД-процессов появилась благодаря развитию алгоритмов компьютерного моделирования, основанных на совместном решении уравнений Нернста–Планка, Навье–Стокса и Пуассона. Эти численные схемы основаны либо исключительно на методе конечных элементов [13], либо дополнительно используют метод частиц в ячейке (PIC-FE) или метод коррекции потока (FCT-FE) [14]; в некоторых работах предпочтение отдается методу конечных объемов [12]. В настоящей работе для решения системы дифференциальных уравнений используется метод конечных элементов.

## 2. Методика моделирования

Общая система уравнений ЭГД, описывающая процессы токопрохождения в изотермических несжимаемых жидких диэлектриках, включает в себя несколько взаимосвязанных физических задач и записывается в следующем виде [6]:

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}, \quad (1)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi, \quad (2)$$

$$\frac{\partial\rho_i}{\partial t} + \operatorname{div}(-\rho_i b_i \nabla\varphi - D_i \nabla\rho_i) + \mathbf{v} \nabla\rho_i = g_i(\mathbf{x}, t), \quad (3)$$

$$\rho = \sum_i \rho_i, \quad (4)$$

$$\gamma \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \gamma(\mathbf{v}, \nabla)\mathbf{v} = -\nabla p + \eta \Delta \mathbf{v} + \rho \mathbf{E}, \quad (5)$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{v}) = 0. \quad (6)$$

Здесь  $\varphi$  — электрический потенциал,  $\rho$  — объемная плотность заряда,  $\varepsilon$  — относительная диэлектрическая

проницаемость жидкости,  $\epsilon_0$  — диэлектрическая постоянная,  $E$  — напряженность электрического поля,  $b$  и  $D$  — подвижность и коэффициент диффузии ионов,  $v$  — скорость жидкости,  $g$  — функция источника,  $p$  — давление,  $\gamma$  и  $\eta$  — массовая плотность и динамическая вязкость жидкости,  $t$  — время,  $x$  — пространственная координата, индекс  $i$  указывает на сорт ионов.

В систему входят следующие уравнения: (1) — уравнение Пуассона, (2) — уравнение для определения электрического поля, (3) — закон сохранения парциального заряда (уравнение Нернста–Планка), (4) — уравнение для определения суммарной плотности заряда, (5) — закон сохранения импульса (уравнение Навье–Стокса), (6) — уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости.

Учитывая осевую симметрию исследуемой системы, при моделировании была реализована двухмерная осесимметричная конечно-элементная модель. Она представляет собой цилиндр с высотой  $h = 20$  мм и радиусом  $R = 15$  мм, внутри которого на расстоянии  $L = 7$  мм от электрода-плоскости расположена игла с радиусом закругления кончика  $r = 0.1$  мм. Свойства жидкости соответствуют свойствам трансформаторного масла: относительная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon = 2.2$ , массовая плотность  $\gamma = 870$  кг/м<sup>3</sup>, динамическая вязкость  $\eta = 0.025$  Па·с, подвижность ионов  $b = 10^{-8}$  м<sup>2</sup>/(В·с) (считается одинаковой для ионов обеих полярностей) и коэффициент диффузии ионов  $D = 10^{-7}$  м<sup>2</sup>/с.

Значение коэффициента диффузии является завышенным (согласно соотношению Эйнштейна для заданной подвижности оно должно составлять  $2.6 \cdot 10^{-10}$  м<sup>2</sup>/с), что, с одной стороны, существенно повышает сходимость численного решения, но, с другой стороны, практически не влияет на результат расчета. Это, во-первых, следует из того, что отношение диффузионного потока к дрейфовому и конвективному даже при уже завышенном коэффициенте диффузии не превышает 2% в очень узкой области расположения фронта заряженной струи и пренебрежимо мало в остальной части модели. А во-вторых, уменьшение коэффициента диффузии на порядок не приводит к изменению решения более чем на 1% для основных величин, но при этом ухудшает сходимость численного решения.

Функция  $g$  в уравнении (3) описывает зарядообразование. В литературе по электрогидродинамике рассматриваются две модели образования ЭГД-течений: инжекционная [6] и объемно-диссоциационная [9,15,16]. В первой модели причиной появления объемного заряда в жидкости считается инжекция заряда с поверхности электродов, во второй — объемная диссоциация (эффект Вина) в областях повышенной напряженности электрического поля. В настоящей работе проводится сравнительный анализ особенностей формирования ЭГД-течений в случаях инжекционного и диссоциационного зарядообразования, выполненный на основе результатов

численного расчета системы уравнений ЭГД в программе COMSOL Multiphysics 3.5 по методу конечных элементов.

Метод конечных элементов является распространенным методом для численного решения прикладных задач и, в частности, для моделирования ЭГД-течений [10,11,13,17–19]. Надежность получаемых результатов гарантируется высоким качеством конечно-элементной сетки, которая была построена с учетом особенностей распределения искомым функций. Так, в приэлектродной области, где происходит зарядообразование и где получаются наибольшие градиенты расчетных величин, характерный размер элемента составляет  $10^{-6}$  м (при максимальном размере элемента во внешней области не более  $0.5 \cdot 10^{-3}$  м). Помимо этого был уменьшен размер элементов в области центральной заряженной струи. Отдельные исследования показали, что дальнейшее уменьшение размера элементов не приводит к изменению значений основных величин более чем на 1%.

Еще одним важным параметром, влияющим на точность решения переходных задач, является значение временного шага, с которым производится поиск решений, и на количество нелинейных итераций на каждом временном шаге. Это значение изменяется на каждом шаге так, чтобы оценка ошибки решателя, накопленной за предыдущий шаг, не превышала заданного значения, которое задается отдельно для каждой вычисляемой переменной. При выбранной точности 0.5% характерный временной шаг при формировании заряженной струи изменялся от  $10^{-6}$  до  $10^{-4}$  с и увеличивался по мере приближения к стационарному решению.

После выполнения численного расчета проводилась апостериорная оценка качества решения, для чего проверялись законы сохранения энергии в объеме и суммарного тока в сечениях модели и через электроды. Наибольшее расхождение по току не превосходит 0.01%, а по энергиям — 1%, что в первую очередь связано не с ошибкой решения, а с неточностью вычисления энергии, затрачиваемой на трение, в которую входят вторые производные от вычисляемой величины.

Моделирование проведено для системы электродов игла–плоскость, которая характеризуется сильнонеоднородным распределением напряженности электрического поля. Используемая методика компьютерного моделирования в случае инжекционного зарядообразования описана и применялась в работах [13,17,18], в которых можно найти дополнительную информацию об ее особенностях. Поэтому не будем описывать все детали моделирования и остановимся лишь на наиболее значимых вопросах, а именно на описании функции источника и граничных условий для уравнения Нернста–Планка.

В случае инжекционной модели зарядообразования на каждом из электродов задавалась функциональная зависимость плотности тока инжекции от локальной напряженности электрического поля. Теоретическое определение ее функционального вида представляет собой

весьма нетривиальную задачу, требующую учета кинетических реакций, проходящих на границе раздела металл–жидкость. В настоящее время даже сложные теории [4], учитывающие электрохимические процессы на электродах, не в состоянии объяснить всего многообразия наблюдаемых результатов. Тем не менее введение феноменологических функций зависимости инжекции от локальной напряженности поля позволяет продвинуться в моделировании и получить адекватные результаты. В данном случае использовалась зависимость вида уравнения Фаулера–Нордгейма, коэффициенты в котором являлись параметрами исследования:

$$j_{\text{inj}}(E) = A \exp\left(-\frac{B}{E}\right). \quad (7)$$

Выбор такой функциональной зависимости обусловлен тем, что, как показали специально проведенные исследования, эта зависимость при подборе коэффициентов позволяет получить весьма хорошее совпадение с экспериментом. Более того, эта функция имеет весьма простой вид — в типовом (для рассматриваемой системы электродов) диапазоне значений напряженностей электрического поля она является практически линейной.

Значения коэффициентов  $A$  и  $B$  зависят от свойств металла электродов и жидкости и могут изменяться в некотором диапазоне. Как известно из [6], введение в жидкость электронно- и донорно-акцепторных примесей может существенно усилить инжекцию и, таким образом, изменить эти коэффициенты. Поэтому их можно рассматривать как параметры исследования, которые определяют силу инжекции.

Гибель инжектированного заряда происходит на поверхности плоского электрода, на котором в моделировании задается соответствующее условие:

$$\mathbf{j}_{\text{bound}} = \mathbf{j}_{\text{bulk}}, \quad (8)$$

которое обозначает, что нейтрализация ионов происходит мгновенно, как только они касаются электрода. Поскольку при использовании граничного условия такого типа на границе на каждом временном шаге должно задаваться значение, которое может быть определено только после выполнения этого шага, то для расчета на каждом временном шаге используется итерационная схема.

В случае диссоциационной модели зарядообразования в правой части уравнения Нернста–Планка (3) появляется объемный источник рождения ионов (диссоциация), а также добавляется член, описывающий их гибель (рекомбинацию) в объеме. Отметим, что рекомбинация может иметь место и в инжекционной модели, когда рассматривается случай биполярной инжекции. Скорость диссоциационного зарядообразования непосредственно связана с низковольтной проводимостью, которая в слабопроводящих жидкостях обуславливается в основном примесями (солями), образующимися при неполной

диссоциации так называемые ионные пары. В теории ионных пар зависимость коэффициента диссоциации  $\alpha_d$  от локальной напряженности электрического поля, согласно [9], представляется в виде

$$\begin{aligned} \alpha_d &= \alpha_{d_0} F_1(E) \\ &= \alpha_{d_0} \frac{(2\sqrt{1+4p^2} - 1) \exp(2(\sqrt{1+4p^2} - 1)) - 1}{8p^2}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$p = \left(\frac{r_b}{l_E}\right)^{\frac{1}{2}} = e \sqrt{\frac{eE}{4\pi\epsilon\epsilon_0}} \frac{1}{2k_B T}, \quad (10)$$

$$r_b = \frac{e_1 e_2}{8\pi\epsilon\epsilon_0 k_B T}, \quad (11)$$

$$l_E = \frac{2k_B T}{eE}. \quad (12)$$

Здесь  $r_b$  — радиус Бьерума, т.е. наиболее вероятное расположение двух ионов,  $l_E$  — отношение тепловой энергии к кулоновской силе,  $e$  — элементарный электрический заряд ( $e_1, e_2$  — заряд ионов в кулонах),  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура. Параметр  $\alpha_{d_0}$  вычисляется из соображений равновесия между реакциями диссоциации и рекомбинации в отсутствие электрического поля

$$\alpha_{d_0} N_0 - \alpha_r n_0^2 = 0, \quad (13)$$

где  $N_0$  — концентрация молекул примесей, которые диссоциируют на ионы (концентрация растворяемого вещества),  $\alpha_r$  — коэффициент рекомбинации,  $n_0$  — концентрация ионов в отсутствие внешнего электрического поля.

Для определения коэффициента рекомбинации обычно используется соотношение Ланжевена

$$\alpha_r = \frac{z_1 e b_1 + z_2 e b_2}{\epsilon\epsilon_0}, \quad (14)$$

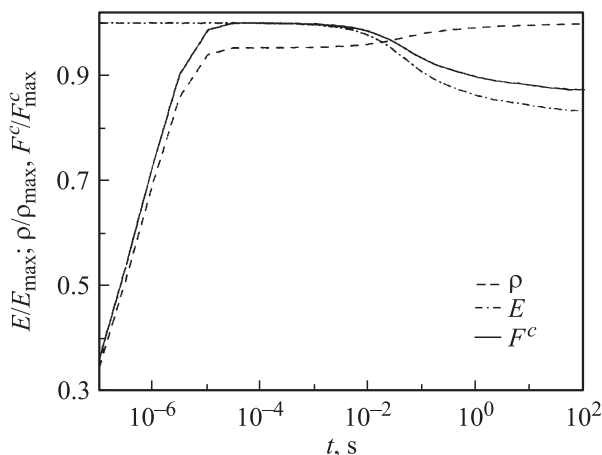
где  $z_1, z_2$  — валентность ионов. Учитывая связь равновесной концентрации ионов  $n_0$  и низковольтной проводимости  $\sigma_0$ ,

$$n_0 = \frac{\sigma_0}{z_1 e b_1 + z_2 e b_2}, \quad (15)$$

можем окончательно записать выражение для  $\alpha_{d_0}$

$$\alpha_{d_0} = \frac{\sigma_0^2}{\epsilon\epsilon_0 N_0 (z_1 e b_1 + z_2 e b_2)}. \quad (16)$$

В диссоциационной модели, так же как и в инжекционной, гибель заряда (помимо нейтрализации ионов за счет рекомбинации) задана на поверхности плоского электрода в виде аналогичного условия (8).



**Рис. 1.** Зависимости локальной напряженности электрического поля  $E$ , объемной плотности заряда  $\rho$  и плотности кулоновской силы  $F^c$  под кончиком электрода-иглы от времени. Все величины нормированы на свои максимальные значения:  $E_{\max} = 3.6 \cdot 10^7 \text{ V/m}$ ,  $\rho_{\max} = 1.4 \cdot 10^{-2} \text{ C/m}^3$  и  $F_{\max}^c = 4.9 \cdot 10^5 \text{ N/m}^3$ .

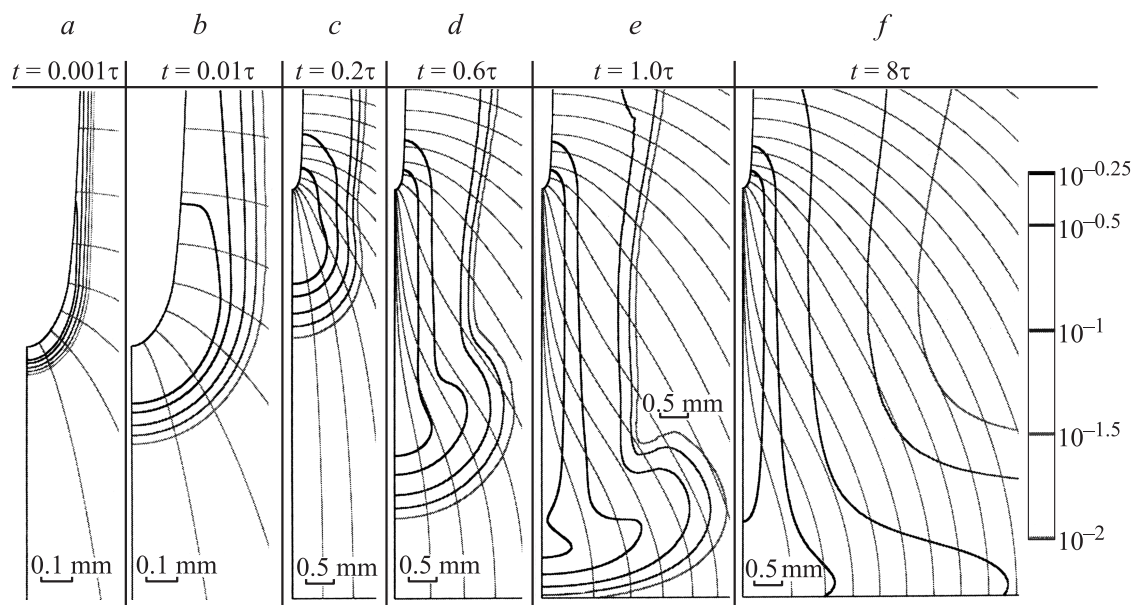
### 3. Анализ результатов

#### Слабая инжекция

Рассмотрим результаты компьютерного моделирования процесса развития ЭГД-течения после ступенчатого включения напряжения. Начнем рассмотрение со случая инжекционной модели зарядообразования, а именно со случая так называемой слабой инжекции, когда объемный заряд, образующийся в жидкости, слабо влияет на электростатическое распределение напряженности

электрического поля. В данном и последующих случаях численный расчет проводится до получения стационарных распределений. Поскольку в сильнонеоднородных электрических полях локальная напряженность электрического поля в приэлектродной области существенно выше своего среднего значения, то расчеты были выполнены при сравнительно невысоком межэлектродном напряжении 5 кВ.

На рис. 1 представлены зависимости от времени напряженности электрического поля, объемной плотности заряда и кулоновской силы под кончиком электрода-иглы. Для наглядности график приведен в логарифмическом масштабе по оси абсцисс, поскольку характерные временные масштабы приэлектродных процессов это микро- и миллисекунды, а гидродинамических — секунды. График содержит два характерных участка, первый из которых обусловлен зарядкой приэлектродных слоев жидкости. Как видно из графика, сразу после включения напряжения напряженность электрического поля достигает своего максимального значения, и с поверхности электрода начинается инжекция заряда. В данной модели начальная проводимость жидкости считается нулевой, и поэтому в начальный момент времени в ней отсутствуют объемный и парциальные заряды, а после включения напряжения начинает формироваться приэлектродный слой гомозаряда у игольчатого электрода. На инжектированный заряд сразу начинает действовать кулоновская сила, плотность которой в приэлектродной области быстро достигает своего максимального значения. Накопление объемного заряда в жидкости приводит к возникновению ЭГД-течений и выносу объемного заряда из приэлектродной области. Это приводит к небольшому ослаблению приэлектродной напряженно-



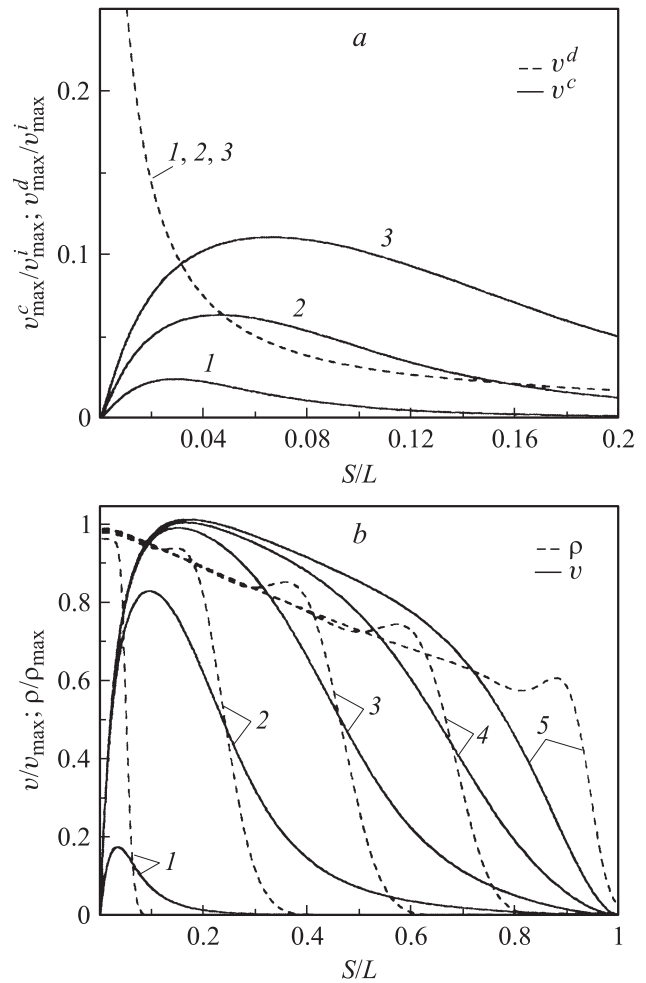
**Рис. 2.** Формирование заряженной струи в случае слабой инжекции:  $a$  и  $b$  — приэлектродная область,  $c$ – $f$  — межэлектродный промежуток;  $\tau = 0.25 \text{ s}$ . Контурные соответствуют объемной плотности заряда, нормированной на максимальное значение  $\rho_{\max} = 1.4 \cdot 10^{-2} \text{ C/m}^3$ , линии — силовым линиям электрического поля.

сти электрического поля и интенсивности инжекции, которое составляет около 15%. Время установления гидродинамического процесса не превышает 100 с.

На рис. 2 представлены контурные графики объемной плотности заряда (в логарифмическом масштабе), которые демонстрируют процесс формирования приэлектродной области и заряженной струи. На первых двух графиках представлена приэлектродная область, а на остальных — весь межэлектродный промежуток. Как показывает расчет, зарядообразование происходит вдоль всей поверхности иглы, а не только у ее кончика, формируя слой заряда вдоль всей боковой поверхности иглы. Как видно из графиков, в первые моменты времени в пока еще неподвижной жидкости ионы, возникающие на поверхности игольчатого электрорда, двигаются по силовым линиям электрического поля и радиально расходятся от поверхности иглы (рис. 2, *a* и *b*), формируя приэлектродный заряженный слой. А затем из этого слоя под действием кулоновских сил возникает первичная струйка ЭГД-течения, направленная по касательной к боковой поверхности игольчатого электрода и далее вдоль оси симметрии модели. Ионы на этом этапе развития перемещаются не только за счет дрейфа в электрическом поле, но и преимущественно за счет конвективного движения вместе с жидкостью. Поэтому распространяющаяся заряженная струя имеет гладкую боковую границу и немного расширяющуюся полусферическую головку.

Время, за которое головка заряженной струи доходит до противозэлектрода, составляет 0.25 с. Будем называть это временем замыкания струей межэлектродного промежутка  $\tau$ . За время, примерно равное  $10\tau$ , в системе устанавливается стационарное распределение заряда (рис. 2, *f*). Отметим, что установившаяся заряженная струя по своим поперечным размерам не превышает 2–3 радиусов игольчатого электрода, линии плотности объемного заряда практически параллельны оси течения, а спад объемной плотности заряда на порядок происходит на расстоянии около 1 мм.

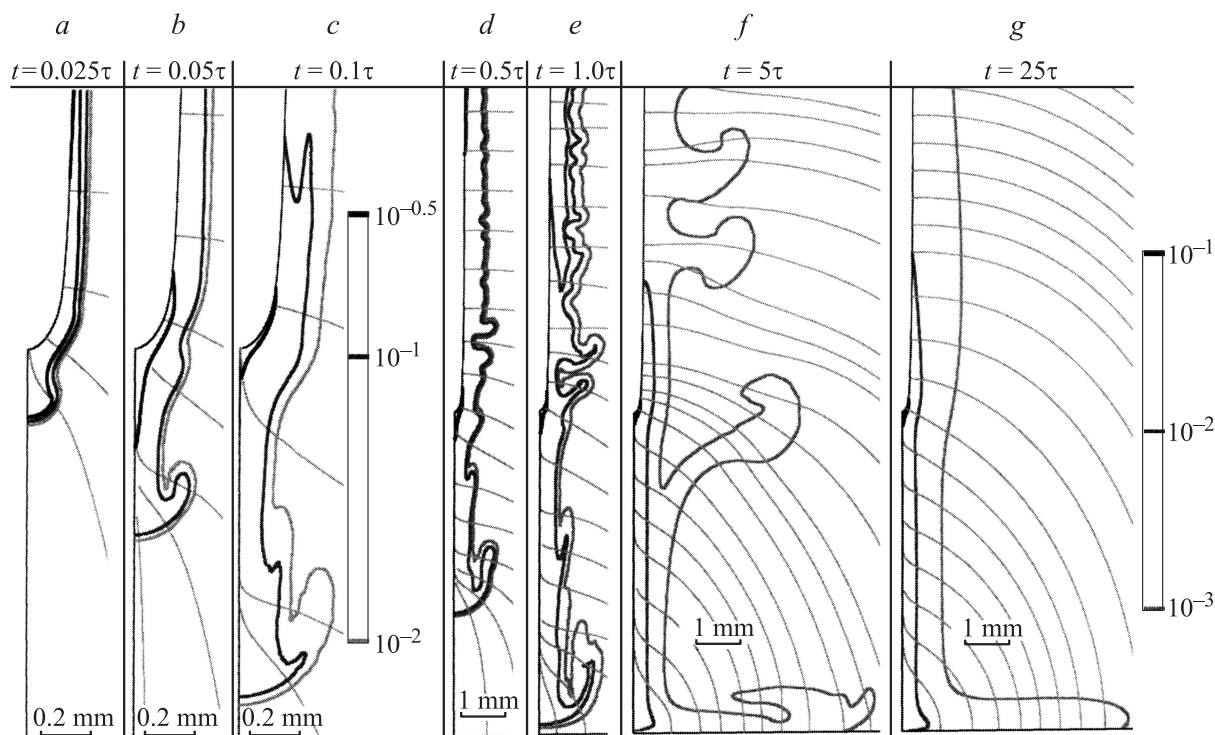
Помимо характерного времени  $\tau$  по результатам компьютерного моделирования можно определить время задержки формирования ЭГД-течения, за которое для определенности примем период с момента включения напряжения до момента, когда конвективная скорость начинает превосходить дрейфовую. На рис. 3, *a* представлены соответствующие осевые распределения дрейфовой и конвективной скоростей движения заряда около поверхности электрода-иглы. Дрейфовая компонента скорости практически не меняется со временем и быстро падает при удалении от поверхности электрода. Вместе с тем максимальное значение конвективной скорости стремительно увеличивается со временем, а она начинает доминировать менее чем через  $0.1\tau$ . Таким образом, на начальных этапах ( $\tau \leq 0.1\tau$ ) заряд распространяется в основном за счет дрейфа в электрическом поле (так как скорость жидкости еще мала ввиду ее инертности), формируется приэлектродный заряженный



**Рис. 3.** Осевые распределения в выбранные моменты времени: *a* — дрейфовой  $v^d$  и конвективной  $v^c$  скоростей движения ионов (1 —  $0.02\tau$ , 2 —  $0.06\tau$ , 3 —  $0.12\tau$ ); *b* — объемной плотности заряда  $\rho$  и гидродинамической скорости  $v$  (1 —  $0.03\tau$ , 2 —  $0.2\tau$ , 3 —  $0.4\tau$ , 4 —  $0.6\tau$ , 5 —  $1.0\tau$ ). Все величины нормированы на свои максимальные стационарные значения:  $v_{\max}^i = 0.31$  м/с,  $v_{\max}^c = 0.07$  м/с,  $\rho_{\max} = 1.4 \cdot 10^{-2}$  C/m<sup>3</sup>.

слой, а затем жидкость начинает разгоняться. При этом конвективная скорость быстро опережает дрейфовую и вне пределов приэлектродного слоя именно она является преобладающей на большей части межэлектродного промежутка (рис. 3, *a*).

Распространение заряженной области и гидродинамической струи в глубь МЭП удобнее более детально исследовать по соответствующим осевым графикам, представленным на рис. 3, *b*. Из них видно, что передний фронт головки заряженной области сравнительно крутой, а максимальное значение плотности заряда несколько падает вдоль струи по мере ее распространения, поскольку заряд размывается за счет дрейфа в собственном поле и в меньшей степени за счет диффузии. Скорость жидкости на начальном этапе ( $t \leq 0.4\tau$ ) стремительно увеличивается, а ее максимальное значение в процессе формирования несколько превышает максимальное ста-



**Рис. 4.** Формирование заряженной струи в случае сильной инжекции: *a-c* — приэлектродная область, *d-g* — межэлектродный промежуток;  $\tau = 0.03$  с. Контурные линии соответствуют объемной плотности заряда, нормированной на максимальное значение  $\rho_{\max} = 5.7 \text{ C/m}^3$ , линии — силовым линиям электрического поля.

ационарное значение. Поскольку сам максимум скорости жидкости несколько отстает от переднего фронта заряда, то заряд на фронте движется медленнее последующих слоев, и в результате на переднем фронте головки заряженной струи появляется локальный максимум плотности заряда и образуется крутой передний фронт.

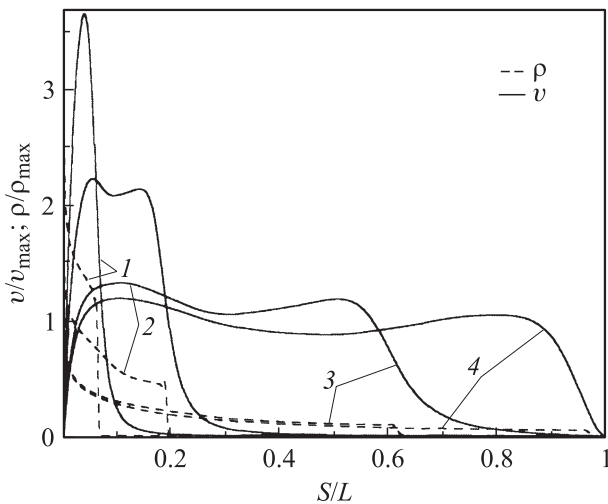
### Сильная инжекция

В отличие от диссоциационной модели зарядообразования, где степень диссоциации весьма слабо влияет на общие закономерности формирования ЭГД-течения, в инжекционной модели необходимо рассматривать два случая — слабой и сильной инжекций. Поэтому перейдем к рассмотрению случая сильной инжекции, когда объемный заряд, образующийся в жидкости, существенно влияет на распределение напряженности электрического поля.

Рассмотрим контурные графики объемной плотности заряда, демонстрирующие процесс формирования заряженной струи (рис. 4). Как и в случае слабой инжекции на начальном этапе формируется приэлектродный заряженный слой, при этом ионы двигаются по силовым линиям электрического поля и радиально расходятся от поверхности иглы (на рисунке этот этап не отображен). Из приэлектродного слоя очень быстро ( $t \leq 0.025\tau$ ) возникает первичная струйка ЭГД-течения. Затем после формирования головки струи ( $t = 0.05\tau$ ) на боковой

части заряженной струи формируется первый боковой выброс заряда. Как видно из графиков, объемный заряд существенно искажает силовые линии электрического поля, которые искривляются заряженной струйкой в направлении, перпендикулярном центральной оси течения, т.е. поперек заряженной струи. В результате кулоновская сила приобретает не только продольную, но и перпендикулярную составляющую и несколько дестабилизирует ламинарное течение центральной струйки, что, в частности, выражается в появлении поперечных микровыбросов заряда на начальных стадиях развития течения (рис. 4, *d-f*). В результате боковая граница зарядовой струи имеет волнистый характер. Весь процесс формирования зарядовой струи протекает быстрее и занимает всего около 0.03 с.

Теперь рассмотрим осевые распределения объемной плотности заряда и скорости в выбранные моменты времени (рис. 5). В случае сильной инжекции передний фронт заряженной области очень крутой (что также видно из контурных графиков на рис. 4), однако плотность заряда существенно падает по мере распространения струи. Последнее связано с миграцией заряда в радиальном направлении, которое происходит из-за того, что инжектированный заряд искажает силовые линии электрического поля, у которого появляется значительная радиальная компонента, приводящая к увеличению радиальной дрейфовой компоненты плотности тока. А поскольку заряженная струйка в процессе формирования обладает



**Рис. 5.** Осевые распределения объемной плотности заряда  $\rho$  и гидродинамической скорости  $v$  в выбранные моменты времени ( $1 - 0.03\tau$ ,  $2 - 0.1\tau$ ,  $3 - 0.5\tau$ ,  $4 - 1.0\tau$ ). Все величины нормированы на свои максимальные стационарные значения:  $v_{\max} = 0.31 \text{ м/с}$ ,  $\rho_{\max} = 1.8 \text{ С/м}^3$ .

очень малым поперечным размером — около  $0.2 \text{ мм}$  (рис. 4, *c*), то даже малое (по абсолютному значению) увеличение радиуса струи приводит к существенному увеличению площади сечения струи и тем самым к резкому спаду плотности заряда.

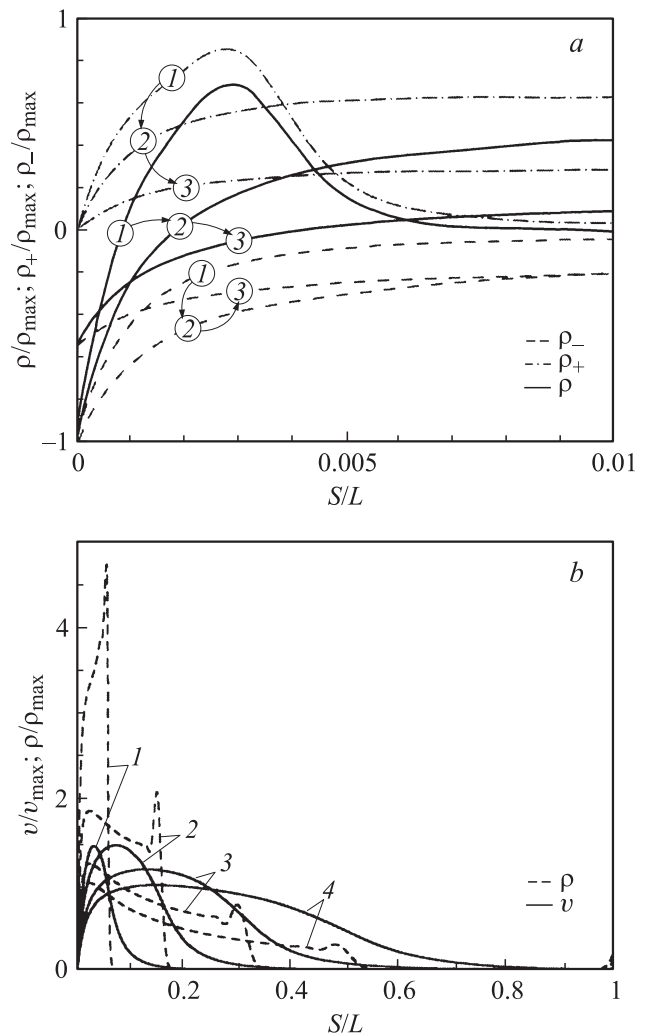
В отличие от случая слабой инжекции передний фронт скорости гидродинамической струи выражен достаточно отчетливо, и разгон жидкости происходит значительно быстрее  $t \lesssim 0.03\tau$ . Отличительной особенностью является и то, что максимальное значение скорости в переходном режиме в несколько раз превышает соответствующее значение стационарного распределения. Это связано с существенным ослаблением приэлектродной напряженности электрического поля, а значит, и уровня инжекции на поверхности электрода под влиянием объемного заряда и является существенной особенностью случая сильной инжекции, что отмечалось ранее в экспериментальной работе [5].

### Диссоциация

Теперь рассмотрим результаты моделирования в случае чисто диссоциационного механизма зарядообразования. В этом случае в объеме жидкости в области повышенной напряженности электрического поля возникают два типа ионов — положительные и отрицательные. Для простоты будем считать их подвижности одинаковыми. Имеется также стартовая концентрация ионов, обусловленная низковольтной проводимостью жидкости. Рассмотрим случай, когда начальная низковольтная проводимость  $\sigma_0 = 10^{-9} \text{ } \Omega^{-1} \text{ м}^{-1}$ . Это значение проводимости выбрано потому, что, с одной стороны, оно достаточно велико, чтобы обеспечить формирование ЭГД-течения, но, с другой стороны, не столь велико, чтобы толщина

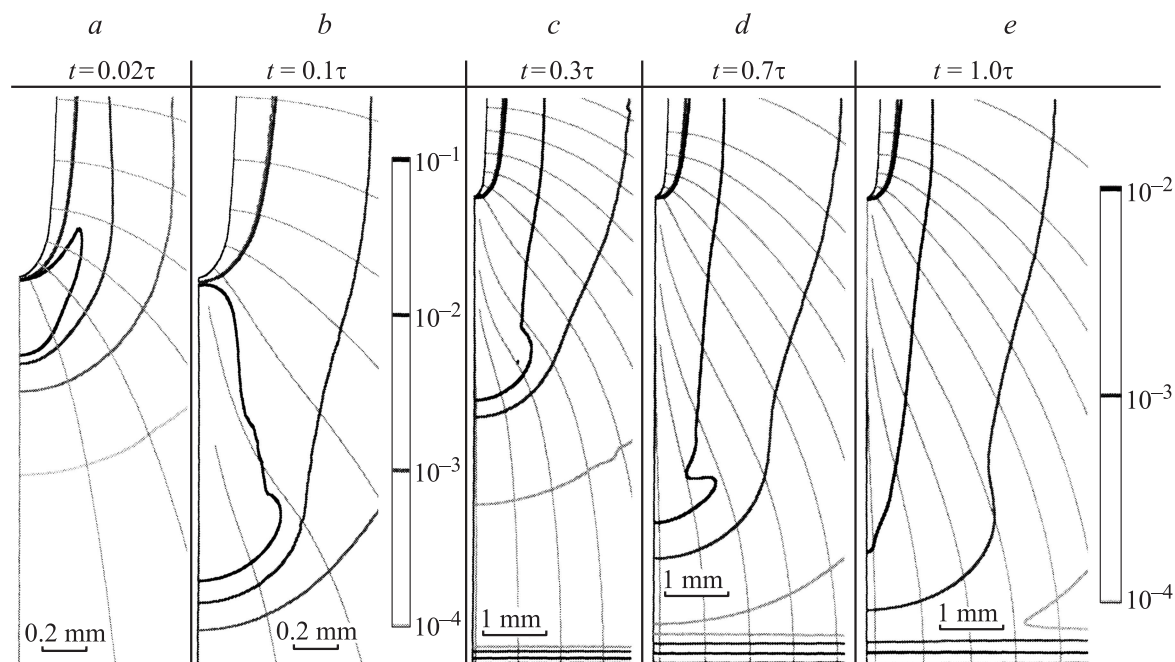
приэлектродных биполярных слоев, зависящая от проводимости, стала слишком малой, что привело бы к усложнению численного расчета.

Рассмотрим осевые распределения объемной плотности заряда в приэлектродной области в выбранные моменты времени (рис. 6, *a*). После включения напряжения происходит два основных процесса: во-первых, локально усиливается уровень диссоциации в области повышенной напряженности электрического поля и в результате формируется область повышенной концентрации обоих сортов ионов, т.е. область повышенной проводимости. А во-вторых, начинается разделение заряда, так как ионы противоположного знака (гетероины) притягиваются полем к поверхности игольчатого электрода, а одноименно заряженные ионы, напротив, выталкиваются



**Рис. 6.** Осевые распределения в выбранные моменты времени: *a* — объемных плотностей заряда (суммарной  $\rho$  и парциальных  $\rho_+$ ,  $\rho_-$ ) в приэлектродной области ( $1 - 0.001\tau$ ,  $2 - 0.015\tau$ ,  $3 - 0.3\tau$ ); *b* — объемной плотности заряда  $\rho$  и скорости  $v$  ( $1 - 0.025\tau$ ,  $2 - 0.08\tau$ ,  $3 - 0.2\tau$ ,  $4 - 0.4\tau$ ). Все величины нормированы на свои максимальные стационарные значения:  $v_{\max} = 0.13 \text{ м/с}$ ,  $\rho_{\max} = 0.08 \text{ С/м}^3$ .





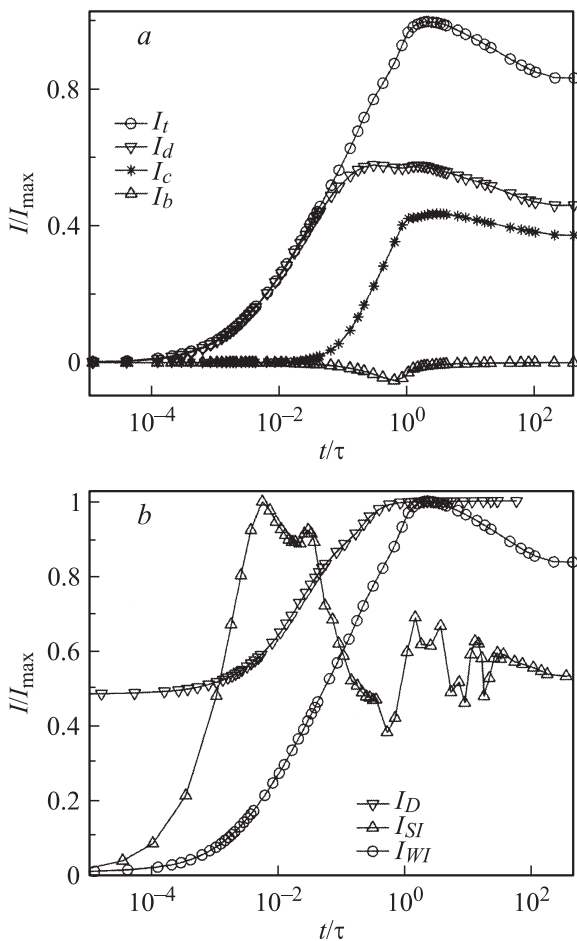
**Рис. 7.** Формирование заряженной струи в случае диссоциации: *a, b* — приэлектродная область, *c-e* — межэлектродный промежуток. Контуры соответствуют объемной плотности заряда, нормированной на максимальное значение  $\rho_{\max} = 0.61 \text{ C/m}^3$ , линии — силовым линиям электрического поля.

ся из области повышенной диссоциации. В результате в области наибольшей напряженности электрического поля вокруг электрода-иглы формируется тонкий слой гетерозаряда, который прижимается объемной кулоновской силой к поверхности электрода, а на периферии образуется слой гомозаряда.

Осевые распределения объемной плотности заряда и скорости во всем МЭП в выбранные моменты времени представлены на рис. 6, *b*. Из них видно, что передний фронт зарядовой струи достаточно крут, а плотность заряда существенно падает в процесс распространения струи. Качественный вид графиков напоминает распределения заряда, которые были получены в случае сильной инжекции. В частности, из графиков видно, что в процессе установления стационарных распределений плотность заряда существенно падает, а максимальное значение в несколько раз превышает стационарное значение. Однако имеются и существенные различия. Во-первых, у поверхности электрода с самого начала образуется область гетерозаряда, а максимум плотности гомозаряда отстоит от поверхности электрода на некоторое расстояние. Во-вторых, хотя передний фронт заряженной области изначально достаточно крутой, по мере продвижения вглубь МЭП он сильно сглаживается, что обуславливается особенностями биполярной проводимости. И в отличие от случая униполярной инжекции это не сопровождается резким спадом скорости. Так, максимальное значение скорости ЭГД-течения в этом случае изменяется менее чем в полтора раза. Также стоит отметить, что фронт гидродинамической струи

размазан подобно тому, как это было в случае слабой инжекции (*WI*).

Рассмотрим контурные графики объемной плотности заряда, демонстрирующие процесс формирования заряженной струи (рис. 7). Как видно из графиков, область локализации объемного заряда не имеет четких границ, и ее смещение в отличие от случая униполярной инжекции определяется движением ионов двух сортов. Если гомозаряд распространяется преимущественно вместе с жидкостью за счет конвективного движения, то перемещение гетероионов определяется прежде всего миграцией (дрейфом), поскольку они поступают из внешней области, где скорость жидкости незначительна. В результате заряженная область распространяется как в продольном, так и в радиальном направлениях. Еще одной особенностью данного случая является появление локального максимума плотности заряда у противоэлектрода, когда струя еще не успела пересечь МЭП, что также объясняется дрейфовым движением ионов одноименной полярности с электродом-плоскостью в направлении электрода-иглы. И это, в частности, приводит к тому, что нельзя точно определить момент касания заряженной струи противоэлектрода, поскольку при этом просто происходит объединение двух областей с повышенной концентрацией ионов одного сорта. Отдельно стоит отметить, что распределение объемной плотности заряда сравнительно быстро приходит к своему стационарному виду за время  $t \lesssim 2\tau$  в отличие от рассмотренных случаев униполярной инжекции, в которых для этого требовалось  $t \gtrsim 5\tau$ .



**Рис. 8.** Зависимости от времени: *a* — компонент тока в случае слабой инжекции ( $I_t$  — полный ток,  $I_d$  — дрейфовый ток,  $I_c$  — конвективный ток,  $I_b$  — ток смещения); *b* — суммарного тока, протекающего через внешнюю электрическую цепь, в случаях слабой ( $I_{WI}$ ) и сильной инжекции ( $I_{SI}$ ) и диссоциации ( $I_D$ ).

### Ампер-секундные характеристики

По результатам компьютерного моделирования можно определить ток, который протекал бы через электроды в реальном эксперименте, т.е. АСХ системы. Согласно [20], используя теорему Рамо—Шокли для величины тока в переходном режиме, можно получить следующее выражение:

$$I_{i,\Sigma}(t) = \int_V \left( \frac{\mathbf{j}_i \mathbf{E}}{\varphi_0} - \frac{\rho_i}{\varphi_0} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) d\mathbf{r}, \quad (17)$$

где  $I_{i,\Sigma}$  — суммарный ток ионов  $i$ -го сорта,  $\varphi_0$  — межэлектродная разность потенциалов,  $V$  — объем кюветы. Второе слагаемое в подынтегральном выражении описывает ток, связанный с перераспределением заряда внутри МЭП в переходном режиме, т.е. ток смещения.

Рассмотрим АСХ процесса формирования ЭГД-течения. На рис. 8, *a* представлены осциллограммы компонент тока, протекающего через внешнюю электрическую цепь, в случае слабой инжекции: конвективная

и дрейфовая компоненты, ток смещения и полный ток (диффузионный ток ввиду его незначительности здесь не приведен). Величины токов нормированы на максимальное значение суммарного тока, а время нормировано на время замыкания струей межэлектродного промежутка.

На начальных этапах процесса, когда жидкость еще неподвижна, полный ток обуславливается током дрейфа. Затем, через время  $t \approx 0.1\tau$ , что согласуется со временем задержки формирования струи, определенным выше, появляется вклад конвективной компоненты в полное значение тока; к моменту времени  $t \approx 1.0\tau$ , что соответствует замыканию струей МЭП, конвективный ток достигает своего максимального значения. Вклад тока смещения мал и противоположен миграции и конвекции.

Форма АСХ (рис. 8, *b*) для униполярной инжекции имеет два участка: начальный участок роста тока, соответствующий времени пересечения заряженной струей межэлектродного промежутка, и участок спада, обусловленный влиянием объемного заряда на процесс инжекции. Это участок особенно ярко выражен в случае сильной инжекции и содержит флуктуационные колебания тока, соответствующие флуктуационным боковым выбросам заряда из центральной струи течения. В случае диссоциационного механизма на АСХ имеется только участок монотонного роста тока, начинающийся с некоторого начального уровня, обусловленного низкой проводимостью жидкости.

### Заключение

В случае диссоциационного механизма зарядообразования рождение заряда происходит в объеме вблизи игольчатого электрода, причем протекание тока в жидкости обеспечивается ионами обеих полярностей. А в случае униполярного инжекционного — заряд образуется на поверхности электродов, и в жидкости присутствует только один сорт ионов. Все это приводит к тому, что при каждой модели зарядообразования формирование ЭГД-течений имеет ряд характерных особенностей.

Во-первых, в случае инжекционной модели область локализации заряда — это очень узкая струйка с резкими границами в отличие от диссоциационной модели, где приэлектродный слой и струйка не имеют четких границ, поскольку в этой модели роль конвекции сопоставима с ролью миграции. Более того, в случае сильной инжекции при формировании струи наблюдаются характерные поперечные микровыбросы заряда.

Во-вторых, различается вид АСХ, что может быть использовано при выделении доминирующего механизма зарядообразования при анализе экспериментальных данных. Так, если сила тока в переходном режиме после достижения максимального значения начинает уменьшаться, то инжекция заряда преобладает над диссоциацией.

В-третьих, при сопоставимых значениях силы тока, протекающего в системе, время формирования ЭГД-течения при диссоциационном зарядообразовании существенно больше.

И в-четвертых, еще одной особенностью является то, что максимальное значение скорости в переходном режиме при сильной инжекции в несколько раз превосходит свое стационарное значение.

## Список литературы

- [1] Watson P.K., Schneider J.M., Till H.R. // *Phys. Fluids*. 1970. Vol. 13. N 8. P. 1955–1961.
- [2] Адамчевский И. Электрическая проводимость жидких диэлектриков. Л.: Энергия, 1972. 296 с.
- [3] Dikarev B.N., Karasev G.G., Romanets R.G. // *Proc. 16<sup>th</sup> ICDL. Poitiers, France, 2008*. P. 268–271.
- [4] Жакин А.И. // *УФН*. 2006. Т. 176. Вып. 3. С. 289–310.
- [5] Tobazeon R. // *J. Electrostatics*. 1984. Vol. 15. № 3. P. 359–384.
- [6] Стишков Ю.К., Остапенко А.А. Электрогидродинамические течения в жидких диэлектриках. Л.: Изд-во ЛГУ, 1989. 174 с.
- [7] Tobazeon R., Haidara M., Atten P. // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 1984. Vol. 17. P. 1293–1301.
- [8] Hopfinger E.J., Grosse J.P. // *Phys. Fluids*. 1971. Vol. 14. N 8. P. 1671–1682.
- [9] Castellanos A. *Electrohydrodynamics*. Wien: Springer, 1998. 363 p.
- [10] Stishkov Y.K., Chirkov V.A. // *Proc. 16<sup>th</sup> ICDL. Poitiers, France, 2008*. P. 33–35.
- [11] Glushchenko P.V., Stishkov Y.K. // *Proc. 16<sup>th</sup> ICDL. Poitiers, France, 2008*. P. 94–96.
- [12] Perez A.T., Traore Ph., Koulova-Nenova D., Romat H. // *Proc. 16<sup>th</sup> ICDL. Poitiers, France, 2008*. P. 44–47.
- [13] Елагин И.А., Стишков Ю.К. // *Вестн. СПбГУ*. 2009. Сер. 4. Вып. 2. С. 21–40.
- [14] Vazquez P.A., Georghiou G.E., Castellanos A. // *Proc. 16<sup>th</sup> ICDL. Poitiers, France, 2008*. P. 29–32.
- [15] Остроумов Г.А. Взаимодействие электрических и гидродинамических полей: физические основы электрогидродинамики. М.: Наука, 1979. 319 с.
- [16] Apfelbaum M.S., Apfelbaum E.M. // *J. Electrostatics*. 2001. Vol. 50. N 2. P. 129–142.
- [17] Ашихмин И.А., Стишков Ю.К. // *Электронная обработка материалов*. 2009. Вып. 6. С. 42–51.
- [18] Стишков Ю.К., Чирков В.А. // *Вестн. СПбГУ*. 2010. Сер. 4. Вып. 1. С. 36–50.
- [19] Стишков Ю.К., Чирков В.А. // *ЖТФ*. 2008. Т. 78. Вып. 11. С. 17–23.
- [20] Райзер Ю.П. Физика газового разряда. Долгопрудный: Интеллект, 2009. 736 с.