01;09 Мощные черенковские генераторы с двумерной распределенной обратной связью

© Н.С. Гинзбург, В.Ю. Заславский, Е.В. Иляков, И.С. Кулагин, А.М. Малкин, Н.Ю. Песков, А.С. Сергеев

Институт прикладной физики РАН, 603950 Нижний Новгород, Россия e-mail: ginzburg@appl.sci-nnov.ru

(Поступило в Редакцию 18 апреля 2011 г.)

Исследована возможность использования двумерной распределенной обратной связи, реализуемой на основе двумерных брэгговских структур планарной и коаксиальной геометрий, для генерации пространственно-когерентного излучения прямолинейными ленточными и трубчатыми электронными пучками. Проанализированы односекционные и секционированные схемы черенковских мазеров. В первом варианте двумерная брэгговская структура играет одновременно роль как резонатора, так и периодической замедляющей системы. В секционированной схеме синхронизация излучения осуществляется в двумерной брэгговской структуре, установленной на катодном конце пространства взаимодействия и связывающей продольные и поперечные (азимутальные) волновые потоки. Усиление волны электронным потоком происходит в основном в средней относительно протяженной секции. В выходной коллекторной части располагается традиционная одномерная брэгговская структура, частично отражающая в сторону катода усиленное излучение и замыкающая цепь обратной связи. Показано, что для секционированной схемы введение диссипации в двумерную брэгговскую структуру дает возможность при сохранении эффективности энергообмена и стабильности одночастотного режима генерации развить один из поперечных размеров системы до значения $\sim 10^3$ длин волн. При такой величине сверхразмерности интегральная мощность излучения в миллиметровом диапазоне может достигать гигаваттного уровня.

Введение

В последнее время проводятся достаточно интенсивные теоретические и экспериментальные исследования мазеров на свободных электронах (МСЭ) с двумерной распределенной обратной связью (РОС) [1]. Подобная связь реализуется с помощью двумерных брэгговских структур планарной или коаксиальной геометрии и позволяет синхронизировать излучение мощных электронных потоков ленточной и трубчатой геометрий с поперечными размерами, на порядки превосходящими длину волны [2,3]. Экспериментальные исследования планарной (ИЯФ СО РАН и ИПФ РАН) [4] и коаксиальной (Стратклайдский университет, Великобритания и ИПФ РАН) [5] схем МСЭ с двумерной РОС показали эффективность указанной схемы при поперечных размерах систем, достигающих десятки длин волн.

Целью настоящей работы является расширение сферы приложений нового механизма обратной связи применительно к генераторам черенковского типа с прямолинейными электронными пучками. Рассмотрены планарная и коаксиальная версии черенковских мазеров, запитываемых соответственно ленточными и трубчатыми релятивистскими электронными пучками (РЭП).

Существует несколько возможностей использования двумерной РОС в генераторах черенковского типа. Одна из них заключается в том, что двумерная брэгтовская структура играет не только роль резонатора (как, например, в МСЭ), но и периодической замедляющей системы [6]. При этом электронный поток синхронно взаимодействует с пространственной гармоникой одной из четырех парциальных волн, формирующих моды двумерной решетки. Альтернативный подход состоит в использовании секционированной схемы [7], в которой поперечная синхронизация излучения осуществляется во входной двумерной брэгговской структуре, установленной на катодном конце пространства взаимодействия и связывающей продольные и поперечные (в случае коаксиальной геометрии — азимутальные) волновые потоки. Усиление волны электронным потоком проходит в основном в средней, относительно протяженной секции. В выходной коллекторной части располагается традиционная одномерная брэгговская структура, частично отражающая в сторону катода усиленное излучение и замыкающая цепь обратной связи. При этом специфика волноводов планарной и коаксиальной геометрий позволяет использовать в качестве периодической замедляющей системы гофрировку, нанесенную на один из проводников, в то время как гофрировка другого проводника реализует различные модификации брэгговских структур.

В разделе 1 настоящей работы анализируется нелинейная динамика односекционных черенковских генераторов, в которых прямолинейный электронный поток связывается с медленной пространственной гармоникой одной из парциальных волн двумерного брэгговского резонатора. Раздел 2 посвящен исследованию секционированных генераторов, в которых область усиления и области установки брэгговских отражателей пространственно разделены.



Рис. 1. Схемы односекционных черенковских мазеров с двумерной РОС планарной (a) и коаксиальной (b) геометриями.

1. Односекционные черенковские генераторы с двумерной РОС

94

Двумерная распределенная обратная связь предполагает включение в цепь обратной связи четырех парциальных волновых потоков [1–3]:

$$\mathbf{E} = \operatorname{Re} \Big[\Big(A_{+}(x,z)e^{-ihz} + A_{-}(x,z)e^{ihz} + B_{+}(x,z)e^{-ihx} + B_{-}(x,z)e^{ihx} \Big) \mathbf{E}^{0}(y)e^{i\omega t} \Big],$$
(1)

два из которых (A_{\pm}) распространяются вдоль направления движения пучка и во встречном направлении, а два других (B_{\pm}) — в поперечном направлении, синхронизуя излучение отдельных частей широкого ленточного или трубчатого электронного потока. Для реализации этого механизма может быть использована двоякопериодическая брэгговская структура (рис. 1), которая в микроволновом диапазоне в случае планарной геометрии представляет собой две разделенные зазором a_0 параллельные пластины, гофрированные по закону

$$a = \frac{a_{2\mathrm{D}}}{4} \left[\cos(\bar{h}x - \bar{h}z) + \cos(\bar{h}x + \bar{h}z) \right], \qquad (2)$$

где a_{2D} — глубина гофра, $\bar{h} = \sqrt{2}\pi/d_{2D}$, d_{2D} — период гофрировки. Эффективное рассеяние парциальных волн (1) имеет место при выполнении условия брэгговского разонанса

$$h \approx \bar{h}.$$
 (3)

Считаем, что по координате у парциальные волновые потоки A_{\pm} и B_{\pm} имеют одинаковую структуру $\mathbf{E}^{0}(y)$, которая совпадает со структурой волн типа TM планарного волновода, включая основную TEM-волну.

В случае коаксиальной геометрии (рис. 1, b) двумерная РОС реализуется с помощью двух \overline{M} -заходных винтовых гофрировок с противоположным направлением вращения

$$a = \frac{a_{2\mathrm{D}}}{4} \left[\cos(\bar{M}\varphi - \bar{h}_z z) + \cos(\bar{M}\varphi + \bar{h}_z z) \right], \quad (4)$$

где $\bar{h}_z = 2\pi/d_z$, d_z — период гофрировки вдоль координаты z. Если коаксиальный волновод имеет малую кривизну, т.е. радиус волновода существенно превосходит длину волны λ и расстояние (зазор) между проводниками a_0 , то дисперсионное уравнение для собственных волн такого волновода может быть приведено к виду, аналогичному дисперсионному уравнению планарного волновода [8]. Это позволяет ввести координату $x = r_0 \varphi$ вдоль азимута волновода и для рассеяния парциальных волн (1) использовать квазиплоскую модель. Для выполнения условия (3) геометрические размеры системы должны удовлетворять соотношению $\bar{h}_z = \bar{h}_x$, где $\bar{h}_x = \bar{M}/r_0$, r_0 — средний радиус волновода (рис. 1, b).

В общем случае черенковское взаимодействие может быть организовано с пространственной гармоникой любого из четырех парциальных волновых потоков (1), формирующих поле двумерной брэгговской структуры. Будем для определенности считать, что поступательная скорость электронов направлена вдоль оси *z*.

В ситуации, изображенной на рис. 2, a, электроны взаимодействуют с синхронной пространственной гармоникой попутной парциальной волны A_+ , распространяющейся в направлении +z. Соответствующее условие синхронизма может быть представлено в виде

$$h_e \approx h + \bar{h},\tag{5}$$

где $h_e = \omega/v_{\parallel}$. Согласно (3), (5), черенковское взаимодействие электронов с пространственной гармоникой попутной парциальной волны двумерного брэгговского резонатора происходит при поступательной скорости частиц, удовлетворяющей соотношению

$$v_{\parallel} = \frac{ck}{2\sqrt{k^2 - k_{\perp}^2}},\tag{6}$$

где $k_{\perp} = n\pi/a_0$ — поперечное волновое число рабочей волны, $k = \sqrt{h^2 + k_{\perp}^2} = \omega/c$. Как следует из (6), с увеличением продольной скорости частиц поперечный индекс рабочей волны *n* должен ворастать. В частности,



Рис. 2. Векторная диаграмма, иллюстрирующая черенковское взаимодействие электронного пучка с пространственными гармониками различных парциальных волн двумерной брэгговской структуры: *a* — синхронизм с попутной волной *A*₊, *b* — синхронизм с поперечно-распространяющейся волной *B*₊.

при работе на низших волнах типа ТЕМ (для которых n = 0) черенковское взаимодействие в двумерной брэгговской решетке возможно при поступательной скорости электронов $v_{\parallel} = c/2$, т.е. относительно малых ускоряющих напряжений ~ 75–80 keV. С другой стороны, условие (6) позволяет организовать дополнительный механизм селекции мод по координате *у*. При заданной скорости (энергии) частиц это условие будет определять индекс или число вариаций поля рабочей волны по указанной координате.

Существует также возможность синхронизировать с электронным пучком пространственную гармонику одной из поперечно-распространяющихся парциальных волн, например B_+ , как это показано на рис. 2, *b*. В этом случае условие синхронизма принимает вид

$$h_e \approx h_b + \bar{h}_z \operatorname{tg} \varphi \sin \psi. \tag{7}$$

При этом двумерная брэгговская структура должна быть повернута на небольшой угол ψ к направлению распространения пучка. Таким образом, взаимодействие (7) с гармоникой поперечно-распространяющейся волны возможно только в случае планарной геометрии, в то время как на основе взаимодействия (5) с гармоникой продольно-распространяющейся волны могут быть реализованы как планарные, так и коаксиальные генераторы.

1.1. Генераторы с попутной синхронной волной

Рассмотрим взаимодействие в условиях синхронизма (5), предполагая, что только пространственная гармоника парциальной волны A_+ , которая распространяется вдоль электронного пучка, взаимодействует с частицами. В этих условиях волны B_{\pm} , распространяющиеся поперек движения пучка, обеспечивают синхронизацию излучения от различных частей широкого электронного потока. В предположении медленности изменения амплитуд парциальных волн $A_{\pm}(x, z, t)$, $B_{\pm}(x, z, t)$ в пространстве и времени возбуждение двумерного брэгговского резонатора прямолинейным электронным пучком может быть описано системой уравнений, аналогичных МСЭ с двумерной РОС (сравни с работами [2,3]):

$$\left(\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_{\rm gr}^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau}\right) A_{+} + \sigma A_{+} + i\alpha_{\rm 2D}(B_{+} + B_{-}) = J, \quad (8a)$$

$$\left(-\frac{\sigma}{\partial Z} + \beta_{\rm gr}^{-1} \frac{\sigma}{\partial \tau}\right) A_{-} + \sigma A_{-} + i\alpha_{\rm 2D}(B_{+} + B_{-}) = 0,$$
(86)

$$\left(\frac{\partial}{\partial X} + \beta_{\rm gr}^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau}\right) B_+ + \sigma B_+ + i\alpha_{\rm 2D}(A_+ + A_-) = 0, \quad (8B)$$

$$\left(-\frac{\partial}{\partial X} + \beta_{\rm gr}^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau}\right) B_{-} + \sigma B_{-} + i\alpha_{\rm 2D}(A_{+} + A_{-}) = 0.$$
(8r)

При записи (8) предполагалось, что ввиду больших значений параметров Френеля дифракционным расплыванием парциальных волновых потоков можно пренебречь, т. е. использовать приближение геометрической оптики. Граничные условия для парциальных волн даются соотношениями

$$A_{+}|_{Z=0} = 0, \quad A_{-}|_{Z=L_{\tau}} = 0,$$
 (9a)

$$B_{+}\big|_{X=0} = 0, \quad B_{-}\big|_{X=L_{x}} = 0$$
 (96)

и соответствуют отсутствию излучения, падающего на систему извне, в том числе и отраженного от нерегулярностей внешних электродинамических трактов. Фактор возбуждения синхронной с частицами попутной волны A_+ — высокочастотный ток

96

$$J = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0$$

Он находится из решения усредненных уравнений движения, которые запишем в предположении малости относительных изменений энергии частиц [9]

$$\left(\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_{\parallel}^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau}\right)^2 \theta = \operatorname{Re}\{A_+ e^{i\theta}\},\tag{10}$$

где $\theta = \bar{\omega}t - hz - \bar{h}z$ — фаза электронов по отношению к синхронной пространственной гармонике. В случае инжекции моноэнергетического электронного пучка граничные условия для частиц имеют вид

$$\theta \Big|_{Z=0} = \theta_0 \in [0, 2\pi], \quad \left(\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_{\parallel}^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau}\right) \theta \Big|_{Z=0} = \Delta, \quad (11)$$

где $\Delta = (\bar{\omega} - hv_{\parallel} - \bar{h}v_{\parallel})/\bar{\omega}C$ — расстройка электронного синхронизма (5) на несущей частоте, в качестве которой при записи (8), (10) выбрана брэгтовская частота $\bar{\omega} = c\sqrt{\bar{h}^2 + k_{\perp}^2}$. С учетом (6) расстройка синхронизма может быть представлена в виде $\Delta = (\bar{\omega} - 2\bar{h}v_{\parallel})/\bar{\omega}C$.

При записи уравнений (8)–(11) использованы следующие безразмерные величины:

$$Z = zC\bar{\omega}/c, \quad X = xC\bar{\omega}/c, \quad \tau = \bar{\omega}tC,$$
$$(A_{\pm}, B_{\pm}) = eK\mu(A_{\pm}, B_{\pm})/mc\bar{\omega}\gamma_0 C^2,$$

 $\alpha_{2\rm D} = a_1 \bar{h}/4 a_0 k C \varepsilon$ — коэффициенты связи волн на двумерной брэгговской структуре ($\varepsilon = 2$ в случае ТЕМ-волн и $\varepsilon = 1$ для волн остальных типов) [2,3], $\sigma = \delta/a_0 C$ — параметр омических потерь, δ — глубина скин-слоя,

$$C = \left(\frac{e\hat{I}_0}{mc^3} \frac{\lambda^2 K^2 \mu}{8\pi\gamma_0 a_0}\right)^{1/3}$$

— параметр усиления (параметр Пирса), \hat{I}_0 — ток инжекции на единицу поперечного размера, $\mu = \gamma_0^{-2}\beta_0^{-3}$ параметр инерционной группировки [9],

$$K = \frac{(k_{\perp}^2 - h^2)a_{2D}}{4k} \frac{\operatorname{sh} g b_0}{\operatorname{sh} g a_0}$$
(12)

— коэффициент связи электронов с волной (см. Приложение), b_0 — расстояние от ленточного электронного пучка до стенки волновода, на которую нанесена гофрировка; $g = \sqrt{4h^2 - k_{\perp}^2}$ — поперечное волновое число пространственной гармоники. Заметим, что амплитуда указанной гармоники спадает при увеличении расстояния между пучком и периодической структурой. Поэтому прямолинейный электронный поток должен инжектироваться вблизи данной поверхности ($gb_0 \leq 1$).



Рис. 3. Установление стационарного режима генерации в планарном черенковском мазере с двумерной РОС и с усилением попутной волны. Временная зависимость приведенного кпд $\hat{\eta}$ для различных значений ширины пространства взаимодействия L_x при выполнения условия автомодельности $\hat{\alpha}^2 L_x = 1.25$: $I - L_x = 0.8$, $2 - L_x = 3.2$, $3 - L_x = 12.8$, $4 - L_x = 28.8$ ((1)–(4), $L_z = 4$, $\Delta = -1.8$).

Электронный кпд генератора определяется выражениями

$$\eta = \frac{C}{\mu(1 - \gamma_0^{-1})} \widehat{\eta},$$
$$\widehat{\eta} = \frac{1}{2\pi L_x} \int_{0}^{L_x} dX \int_{0}^{2\pi} \left(\frac{\partial\theta}{\partial Z} - \Delta\right) \Big|_{Z = L_x} d\theta_0.$$
(13)

В случае взаимодействия с попутной парциальной волной А₊ динамика двумерного черенковского мазера аналогична динамике МСЭ-генератора с двумерной РОС [2]. Временные зависимости кпд в области параметров, при которых имеет место установление стационарного режима колебаний, представлены на рис. 3. В стационарном режиме пространственное распределение полей парциальных волн A_+ и B_+ (рис. 4, *a*, *b*) близко к распределению полей наиболее высокодобротной (основной) моды холодного резонатора (сравни с [2]). Максимальная доля излучения высвечивается с попутной с электронным пучком волной А₊. Процесс установления поля на выходе из системы показан на рис. 4, с. Частота установившихся автоколебаний также близка к частоте этой моды, т.е. брэгговской частоте $\bar{\omega}$. Условия самовозбуждения основной моды могут быть представлены в форме

$$\alpha_{2\mathrm{D}}^2 L_x L_z^4 \ge 250, \quad \Delta L_z \approx \pi.$$
 (14)

Как видно из рис. 4, c поперечное распределение амплитуды резонансной волны A_+ не зависит от поперечной координаты x, чем обеспечивается одинаковый отбор энергии для всех фракций электронного пучка. Из системы уравнений (7) следует, что в стационарном режиме



Рис. 4. Пространственные структуры амплитуд парциальных волн $\hat{A}_+, \hat{B}_+(Z, X)$ в установившемся режиме генерации (a, b) и пространственно-временное распределение выходной амплитуды парциальной волны $\hat{A}_+(\tau, X, Z = L_z)$ (*c*) для значений параметров, соответствующих режиму *3* на рис. 3.

генерации $(\partial/\partial \tau = 0)$ при возбуждении основной моды зависимость амплитуд волн B_{\pm} от поперечной координаты может быть представлена в виде

$$B_{+} = \alpha_{2D}X(A_{+} + A_{-}), \quad B_{-} = \alpha_{2D}(L_{x} - X)(A_{+} + A_{-}),$$
(15)

что позволяет свести (8) к форме

$$\frac{dA_{+}}{dZ} + i\alpha_{2D}^{2}L_{x}(A_{+} + A_{-}) = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{2\pi} e^{-i\theta}d\theta_{0},$$
$$\frac{dA_{-}}{dZ} - i\alpha_{2D}^{2}L_{x}(A_{+} - A_{-}) = 0.$$
(16)

Таким образом, если длина системы постоянна $L_z =$ = const, распределение волн по продольной координате,

равно как и электронный кпд, не меняется, если выполнено соотношение

$$\alpha_{2\mathrm{D}}^2 L_x = \mathrm{const.} \tag{17}$$

Подобная автомодельность позволяет увеличивать ширину генератора l_x при соответственном уменьшении коэффициента связи α_{2D} . Численное моделирование нестационарных уравнений (8) подтверждает этот вывод. При $L_z \leq 5$ стационарный режим синхронизации сохраняет устойчивость по крайней мере до $L_x \leq 30$ (при параметре усиления $C \approx 5 \cdot 10^{-3}$ это соответствует параметру сверхразмерности $l_x/\lambda \approx 10^3$). Однако время переходного процесса возрастает при увеличении ширины системы (рис. 3). Заметим, что нарушение условий автомодельности приводит к реализации сложных автомодуляционных режимов генерации. Например, рис. 5 иллюстрирует случай возникновения хаотической динамики, когда при фиксированном коэффициенте связи волн и длине си-



Рис. 5. Стохастический режим генерации в планарном черенковском мазере с двумерной РОС при усилении попутной волны. Зависимость приведенного кпд $\hat{\eta}$ от времени (*a*) и пространственно-временно́е распределение амплитуды парциальной волны $\hat{A}_+(\tau, X)$ (*b*) ($L_x = 12.8$, $L_z = 4$, $\hat{\alpha} = 2$, $\Delta = -1.8$).

стемы имеет место увеличение ширины пространства взаимодействия. Заметим, что одновременно происходят снижение относительной доли излучения высвечиваемой энергии в попутном с пучком направлении с волной A_+ и увеличение потоков энергии, выносимых в поперечном направлении с волнами B_{\pm} .

98

Следует, однако, отметить, что выполнение условия автомодельности (17) при увеличении ширины генератора l_x-требует снижения коэффициента связи волн a_{2D} , т.е. либо уменьшения глубины гофра a_{2D} , либо увеличения расстояния между пластинами a_0 . Очевидно, что существуют определенные ограничения на подобную вариацию параметров, в частности предельно малая глубина гофра трудно реализуема технологически, а увеличение зазора между пластинами может привести к возбуждению нескольких разночастотных мод, отличающихся числом вариаций по координате у. В этой связи представлет интерес альтернативный метод увеличения поперечных размеров, основанный на использовании эффектов диссипации. Подобный метод может быть реализован в секционированных системах и описан в разделе 2.

1.2. Генераторы с поперечной синхронной волной

В режиме взаимодействия с поперечной волной В₊ в условии синхронизма (7) уравнения, описывающие динамику мазера, отличаются от описанной выше модели переносом фактора возбуждения из уравнения (8а) в уравнение (8в). В этом случае зависимость кпд от времени и структура поля синхронной с пучком волны B₊ в стационарном режиме генерации приведены на рис. 6. При оптимальных параметрах также имеет место установление стационарного режима генерации. Однако структура поля менее благоприятна для энергообмена: синхронная волна распространяется поперек движения электронов и каждая фракция пучка, таким образом, взаимодействует с полем разной величины. В результате электронный кпд оказывается существенно ниже, чем в случае взаимодействия с пространственной гармоникой попутной волны (сравни рис. 3 и 6).

Следует отметить, что в качестве прототипа черенковского мазера с двумерной РОС, использующего взаимодействие с пространственной гармоникой поперечнораспространяющейся волны, можно рассматривать хорошо известные в электронике СВЧ-лампы (усилители) с поперечным током [10]. В этих устройствах групповая скорость волны перпендикулярна направлению поступательного движения ленточного электронного потока, а для организации связи используется косоугольная периодическая гофрировка. В каноническом варианте такая система является усилителем. В рассматриваемой в настоящей работе схеме используется дополнительная косоугольная гофрировка с вектором решетки, перпендикулярным исходному. В результате возникают дополнительные парциальные волновые потоки, один из



Рис. 6. Планарный черенковский мазер с двумерной РОС при синхронизме с поперечно-распространяющейся волной B_+ . Зависимости кпд от времени (*a*) и пространственное распределение волны \hat{B}_+ в стационарном режиме генерации (*b*) ($L_z = 12; L_x = 4, \hat{\alpha} = 0.12; \Delta = 0$).

которых направлен навстечу поступательному движению частиц, и система приобретает свойства автогенератора.

1.3. Генераторы коаксиальной геометрии с трубчатыми электронными пучками

Наряду с синхронизацией излучения широких ленточных пучков двумерная РОС может быть использована и в черенковских генераторах с трубчатыми пучками большого диаметра. Очевидно, в случае коаксиальной геометрии представляет интерес взаимодействие пучка с пространственной гармоникой попутной волны A_+ , поскольку возбуждение пучком циркулирующих по азимуту запертых поперечных волн B_{\pm} заведомо ведет к большим напряженностям полей внутри пространства взаимодействия и соответственно к большим омическим потерям. При взаимодействии пучка с попутной волной в предположении малого радиуса кривизны волновода для описания взаимодействия можно использовать планарную модель [3], представив самосогласованную систему уравнений в виде (сравни с (8))

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial Z} + \beta_{\rm gr}^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau} \end{pmatrix} A_{+} + \sigma A_{+} + i\alpha_{\rm 2D}(B_{+} + B_{-}) = J,$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_{\rm gr}^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau} \end{pmatrix} A_{-} + \sigma A_{-} + i\alpha_{\rm 2D}(B_{+} + B_{-}) = 0,$$

$$(18)$$

$$\frac{iC}{2} \frac{\partial^{2}B_{\pm}}{\partial Z^{2}} + \left(\pm \frac{\partial}{\partial X} + \beta_{\rm gr}^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau} \right) B_{\pm} + \sigma B_{\pm}$$

$$+ i\alpha_{\rm 2D}(A_{+} + A_{-}) = 0,$$

где $X = C\bar{\omega}r_0\varphi/c$. Заметим, что для циркулирующих по азимуту волновых потоков мы учли их дифракционное



Рис. 7. Коаксиальный односекционный черенковский мазер с двумерной РОС. Зависимости амплитуд мод с азимутальными индексами m = 0, m = 1 (*a*) и продольные структуры амплитуд парциальных волн $\hat{A}_+(\tau, Z)$ и $\hat{B}_+(\tau, Z)$ в стационарном режиме генерации (*b*) ($L_x = 10, L_z = 2, \hat{\alpha} = 0.4, \Delta = -2$).

расплывание (см. подробнее [3]). Уравнения (18) следует дополнить условием цикличности для всех парциальных волн

$$A_{\pm}(X + L_x, Z, \tau) = A_{\pm}(X, Z, \tau),$$

$$B_{\pm}(X + L_x, Z, \tau) = B_{\pm}(X, Z, \tau),$$
(19)

где $l_x = 2\pi r_0$ — средний периметр резонатора, который позволяет разложить поля в ряд Фурье:

$$A_{\pm}(X, Z, \tau) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_{\pm}^{m}(Z, \tau) e^{2\pi i m X/L_{x}},$$
$$B_{\pm}(X, Z, \tau) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{\pm}^{m}(Z, \tau) e^{2\pi i m X/L_{x}}, \qquad (20)$$

рассматривая каждую гармонику как моду с азимутальным индексом *m*.

Результаты моделирования уравнений (8) приведены на рис. 7 и демонстрируют установление стационарного одночастного режима генерации на азимутальносимметричной моде. Продольное распределение полей парциальных волн также соответствует основной моде двумерного брэгговского резонатора коаксиальной геометрии [3].

2. Секционированные черенковские генераторы с двумерной РОС

Схема секционированных черенковских генераторов с двумерной РОС показана на рис. 8 для планарной и коаксиальной геометрии. Будем предполагать, что одна из пластин (проводников), формирующих планарный (коаксиальный) волновод, гофрирована по всей длине устройства по закону

$$a = \frac{a_{\rm sws}}{2} \cos(\bar{h}_{\rm sws}z) \tag{21}$$

и играет, таким образом, роль замедляющей системы $(\bar{h}_{\rm sws} = 2\pi/d_{\rm sws}, a_{\rm sws}$ и $d_{\rm sws}$ — ее глубина и период соответственно). Электроны движутся на расстоянии b_0 от указанной гофрированной пластины и взаимодействуют в условиях синхронизма

$$\bar{\omega} - (h + \bar{h}_{\rm sws})v_{\parallel} \approx 0 \tag{22}$$

с пространственной гармоникой поля попутной волны A_+ . Как и в предшествующем разделе, предположим, что все участвующие в процессе взаимодействия волновые потоки имеют ТМ-поляризацию и обладают одинаковым числом вариации по оси *у*. Для гофрировки, заданной соотношением (21), входящий в определение параметра Пирса коэффициент связи электронов с волной равен

$$K = \frac{(k_{\perp}^2 - h\bar{h}_{\rm sws})a_{\rm sws}}{4k} \frac{\operatorname{sh} g b_0}{\operatorname{sh} g a_0}.$$
 (23)



Рис. 8. Схемы черенковских мазеров с гибридными резонаторами (*a*) планарной и (*b*) коаксиальной геометрий: 1 — двумерный брэгговский рефлектор, 2 — традиционный (одномерный) брэгговский рефлектор, 3 — замедляющая система, 4 — электронный поток.

Заметим, что в этом разделе мы предполагаем, что электронный пучок движется вблизи проводника, на которой нанесена замедляющая структура, задаваемая соотношением (21). Вместе с тем электронный пучок достаточно сильно удален от второго проводника и влиянием пространственных гармоник волн, распространяющихся в брэгговских структурах, нанесенных на этот проводник, здесь в отличие от предшествующего раздела пренебрегается. Заметим также, что глубина гофрировки для замедляющей системы может существенно превосходить оптимальную глубину гофрировки брэгговских структур.

Эволюция парциальных волн во входном двумерном брэгговском зеркале описывается системой уравнений, совпадающей с (8). В выходном отражателе (рис. 8) присутствуют только две парциальные волны:

$$\mathbf{E} = \operatorname{Re} \left[\mathbf{E}_{a}^{0} (A_{+} e^{-ihz} + A_{-} e^{ihz}) e^{i\bar{\omega}t} \right], \qquad (24)$$

взаимное рассеяние которых на одномерной брэгговской решетке

$$a = \frac{a_{1\mathrm{D}}}{2} \cos(\bar{h}_{1\mathrm{D}}z) \tag{25}$$

 $(\bar{h}_{1\mathrm{D}} = 2\pi/d_{1\mathrm{D}}, d_{1\mathrm{D}}$ — период указанной структуры) описывается уравнениями

$$\left(\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_{\rm gr}^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau}\right) A_{+} + \sigma A_{+} + i\alpha_{\rm 1D}A_{-} = J,$$

$$\left(-\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_{\rm gr}^{-1} \frac{\partial}{\partial \tau}\right) A_{-} + \sigma A_{-} + i\alpha_{\rm 1D}A_{+} = 0, \qquad (26)$$

где α_{1D} — коэффициент связи волн на одномерной брэгговской структуре [9]. Усиление синхронной волны A_+ в регулярной секции резонатора описывается уравнениями (10), (26), где с учетом отсутствия связи волн следует положить $\alpha_{1D} = 0$. При моделировании предполагаем, что внешние потоки энергии отсутствуют, т. е. амплитуды парциальных волн на соответствующих границах равны нулю, и граничные условия в продольном направлении имеют вид, аналогичный (8а), где в данном случае полагаем $l_z = l_{2D} + l_0 + l_{1D}$ полная длина системы. Считаем также амплитуды полей непрерывными на границах различных секций. Для поперечных волновых потоков в двумерной брэгговской структуре в случае планарной геометрии граничные условия совпадают с (9б).

На основании нестационарных уравнений (8), (10), (26) проведем моделирование возможности реализации черенковского мазера 4-тт диапазона на базе ускорителя У-2 (ИЯФ СО РАН) [11]: погонный ток 1 kA/cm, энергия частиц 0.8 MeV, поперечный размер пучка 140 ст. Выберем период замедляющей системы $d_{sws} = 4.8 \text{ cm}$ и глубину гофра $a_{sws} = 0.1 \text{ cm}$. При расстоянии между стенками $a_0 = 1 \text{ cm}$ и зазоре между замедляющей системой и электронным пучком $b_0 = 0.1 \, \text{сm}$ параметр усиления $C \approx 3 \cdot 10^{-3}$. Пусть длины входной, выходной и регулярной секций гибридного брэгговского резонатора составляют $l_1 = l_2 = 13 \text{ cm}, \ l_0 = 105 \text{ cm}$ (нормированные длины $L_1 = L_2 = 0.6$, $L_0 = 5$). При глубине гофрировки брэгговских структур $a_{\rm 2D} \approx 0.01\,{
m cm}$ и $a_{\rm 1D} \approx 0.002\,{
m cm}$ коэффициенты связи $\hat{\alpha}_{2D} \approx 0.4$, $\hat{\alpha}_{1D} \approx 0.35$ (заметим, что глубина гофра для брэгговских структур на порядок меньше, чем для замедляющей системы). Моделирование динамики черенковского мазера с двумерной РОС при указанных выше параметрах (рис. 9, *a*), которым соответствует нормированная ширина $L_x = 6$, показывает возможность установления стационарного режима генерации и пространственной синхронизации излучения. Выходная мощность генератора при расчетном кпд 10% составит до 10 GW.

Как уже обсуждалось в разд. 1, принципиальным вопросом для генераторов с двумерной РОС является вопрос о достижимых поперечных размерах. В секционированной схеме при фиксированной величине параметра связи α_{2D} может быть предложен метод увеличения поперечных размеров генератора, основанный на использовании эффектов диссипации [12]. Как показывает моделирование, учет омических потерь в стенках резонатора приводит к возможности реализации стационарного режима генерации, в котором в приосевой части пространства взаимодействия устанавливается практически однородное (по оси x) распределение полей (рис. 9, b). Некоторая вариация амплитуд парциальных волн наблюдается только у краев системы. При этом в условиях больших омических потерь $\sigma L_x \gg 1$ увеличение поперечных размеров системы не приводит к какимлибо заметным изменениям в условиях энергообмена в центральной части. Стационарная генерация реализуется в области расстроек синхронизма $-1.5 < \Delta < 0.3$. В подобном режиме во входном двумерном брэгговском зеркале, играющем роль синхронизатора, имеет место значительная диссипация энергии излучения. Однако поскольку основное усиление поля электронным потоком происходит после указанного зеркала, в общем балансе энергии величина омических потерь достаточно мала (при выбранных параметрах не более 10%). При этом моделирование демонстрирует устойчивость режима стационарной генерации при нормированном поперечном размере L_x < 100, который в миллиметровом диапазоне длин волн соответствует ширине l_x до несольких метров, что значительно превосходит размеры существующих электронных потоков.



Рис. 9. Планарный черенковский мазер с гибридным резонатором: a — зависимости от времени выходной амплитуды поля $|\hat{A}_+|$ при ширине системы $L_x = 6$ (1) и $L_x = 50$ (2). Пунктирной кривой 3 показана зависимость от времени амплитуды азимутально-симметричной моды в мазере коаксиальной геометрии при периметре $L_x = 50$; b — продольное и c — поперечное распределение амплитуд полей парциальных волн в стационарном режиме генерации для планарной (сплошные кривые) и коаксиальной (пунктир) геометрий. $L_{1D} = L_{2D} = 0.6$, $L_0 = 5$, $\alpha_{2D} \approx 0.4$, $\alpha_{1D} \approx 0.35$, $\sigma = 0.1$, $\Delta = -0.7$.



102

Рис. 10. Зависимости от времени амплитуд мод с различным азимутальным индексом *m* в черенковском мазере коаксиальной геометрии при периметре $L_x = 50$.

В случае черенковского генератора коаксиальной геометрии с гибридным брэгговским резонатором (рис. 8, b) в описанном выше приближении малого радиуса кривизны волновода моделирование при коэффициентах связи, длинах секций и параметрах потерь, совпадающих с использованием выше для планарной системы, показывает установление стационарного режима генерации на азимутально-симметричной моде m = 0 (рис. 10). При этом при больших параметрах системы, когда выполнено условие $\sigma L_x \gg 1$ $(L_x = l_x C \bar{\omega} / c$ — нормированный периметр), распределение полей парциальных волн вдоль продольной координаты практически совпадает с имеющем место в планарной геометрии (сравни с рис. 9, b). Соответственно близки частота генерации, электронный кпд и область расстроек синхронизма Д, в которой поддерживается генерация. Таким образом, при большой сверхразмерности пространства взаимодействия фактически имеет место конвергенция планарной и коаксиальной моделей как в переходных режимах, так и в характеристиках стационарных режимов генерации (см. рис. 9, *a*).

Заключение

Таким образом, приведенный в работе анализ подтверждает высокую эффективность использования двумерной РОС для генерации мощного пространственно когерентного излучения и демонстрирует универсальность этого принципа как с точки зрения механизмов индуцированного излучения, так и конфигурации и ширин электронных потоков. Важно подчеркнуть, что наряду с разновидностями черенковских генераторов с двумерной РОС, рассмотренными в настоящей работе, где электронный поток взаимодействовал с пространственными гармониками попутной или квазипоперечной волны, двумерные брэгговские структуры представляют интерес и для генераторов обратной волны, основанных на взаимодействии электронных потоков со встречными волнами. В этом случае неустойчивость носит абсолютный характер и самовозбуждение возможно в отсутствие внешних отражателей. Тем не менее при запитке генераторов типа ЛОВ ленточными или трубчатыми электронными пучками большого размера двумерные брэгговские структуры, установленные вне области взаимодействия, также могут быть эффективными для пространственной синхронизации излучения [13].

Заметим также, что излучение электронных потоков при движении вдоль гофрированной поверхности часто называют излучением Смита–Перселла и в случае умеренно релятивистских энергий частиц связывают с ним возможность создания источников субмиллиметрового диапазона [14,15]. Для таких генераторов двумерная брэгговская структура может быть также использована для синхронизации излучения вдоль оси x. При этом для селекции мод по второй поперечной координате (ось y) в качестве выходного следует использовать новую модификацию брэгговских зеркал, которая основана на связи продольных и квазипоперечных мод [16].

Работа выполнена при поддержке гранта президента РФ для молодых кандидатов наук (грант МК-5530.2011.2) и федеральной целевой программы "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" (государственный контракт с Федеральным агенством по образованию от 18 мая 2010 г. № П584).

Приложение. Коэффициент связи при черенковском взаимодействии электронов с пространственной гармоникой парциальной волны двумерного брэгговского резонатора

При выполнении условий синхронизма (3) в силу симметрии электронный пучок будет связан одинаково с пространственными гармониками обеих элементарных решеток (см. рис. 1), формирующих двумерную брэгговскую структуру. Таким образом, задачу о нахождении амплитуд пространственных гармоник вблизи двоякопериодически гофрированной поверхности можно свести к задаче для однократно гофрированной поверхности с элементарной косой решеткой, заданной соотношением

$$a(x,z) = \frac{a_{2\mathrm{D}}}{4}\cos(\bar{h}z + \bar{h}x).$$
 (II1)

Вычислим коэффициент связи электронного потока с пространственной гармоникой рабочей ТМ-моды (у пространственных гармоник ТЕ-мод отсутствует проекция электрического поля на направление скорости движения электронов). Компоненты поля волны с точностью до ± 1 -х пространственных гармоник представим в виде

решение которого может быть записано в виде

$$g_1(y) = C \operatorname{sh}(gy), \qquad (\Pi 9)$$

 $E_{y} = f_{0}(y)e^{-ihz} + f_{1}(y)e^{-i(h+\bar{h})z - i\bar{h}x} + f_{-1}(y)e^{-i(h-\bar{h})z + i\bar{h}x},$ $E_{z} = q_{0}(y)e^{-ihz} + q_{1}(y)e^{-i(h+\bar{h})z - i\bar{h}x} + q_{-1}(y)e^{-i(h-\bar{h})z + i\bar{h}x},$ $E_{x} = p_{1}(y)e^{-i(h+\bar{h})z - i\bar{h}x} + p_{-1}(y)e^{-i(h-\bar{h})z + i\bar{h}x},$ (II2)

где для основной гармоники распределение поля по поперечной координате у совпадает с распределением в регулярном волноводе

$$f_0(y) = \frac{h}{k} A_+ \cos(k_\perp y), \quad q_0(y) = \frac{ik_\perp}{k} A_+ \sin(k_\perp y),$$
(II3)

где $k_{\perp} = \sqrt{k_0^2 - h^2}$. Как показано в работе [17], граничные условия на гофрированной поверхности можно представить в виде разложения в ряд Тейлора, где малым параметром является глубина гофра $a_{2D}(x, z)$:

$$E_{x,z} = -\sum_{s=1}^{\infty} \frac{a_{2D}^s}{s!} \frac{\partial^s E_{x,z}}{\partial y^s} - \frac{\partial a}{\partial x \partial z} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{a_{2D}^s}{s!} \frac{\partial^s E_y}{\partial y^s}.$$
 (II4)

В случае мелкой синусоидальной гофрировки (П1) после подстановки выражений (П2), (П3) и разложения по степеням $ha_{2D} \ll 1$ в первом порядке малости получим

$$q_{1}e^{-i(h+\bar{h}_{z})z-i\bar{h}_{x}x} + q_{-1}e^{-i(h-\bar{h})z+i\bar{h}x} = \frac{\bar{h}a_{2D}}{4}\sin(\bar{h}z+\bar{h}x)$$
$$\times f_{0}e^{-ihz} - \frac{a_{2D}}{4}\cos(\bar{h}z+\bar{h}x)\frac{\partial q_{0}}{\partial y}e^{-ihz},$$
$$p_{1}e^{-i(h+\bar{h})z-i\bar{h}x} + p_{-1}e^{-i(h-\bar{h})z+i\bar{h}x}$$
$$= \frac{\bar{h}a_{2D}}{4}\sin(\bar{h}z+\bar{h}x)f_{0}e^{-ihz}. \quad (\Pi5)$$

Будем считать для определенности, что гофрировка нанесена только на одну из пластин, расположенную при $y = a_0$. Тогда из уравнений (П5) находим следующие соотношения между амплитудами пространственных гармоник:

$$q_{\pm 1}(y = a_0) = ia_{2D}A_+ \frac{k_{\perp}^2 + hh}{8k},$$

$$p_{\pm 1}(y = a_0) = \mp ia_{2D}A_+ \frac{h\bar{h}}{8k}.$$
 (П6)

На другой регулярной пластине выполняется условие $E_{x,z}|_{y=0} = 0$. Соответственно на этой поверхности граничные условия для амплитуд гармоник запишутся в виде

$$q_{\pm 1}(y=0) = 0, \quad p_{\pm 1}(y=0) = 0.$$
 (II7)

Между пластинами поле пространственной гармоники, синхронной пучку (*n* = 1), удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 q_1}{\partial y^2} + \left(k_0^2 - \bar{h}^2 - (h + \bar{h})^2\right)q_1 = 0, \tag{II8}$$

где $g = \sqrt{(h + \bar{h})^2 + \bar{h}^2 - k_0^2}$ — поперечное волновое число пространственной гармоники, которое с учетом условия брэгговского резонанса $\bar{h} = h$ может быть представлено в виде $g = \sqrt{4h^2 - k_{\perp}^2}$. В результате, используя соотношения (Пб) и (П7), выразим амплитуду пространственной гармоники через амплитуду основной гармоники

$$q_1(y) = \frac{(k_{\perp}^2 - h^2)a_{2\mathrm{D}}}{8k}A_+ \frac{\mathrm{sh}(gy)}{\mathrm{sh}(ga_0)}.$$
 (II10)

С учетом второй элементарной решетки амплитуда синхронной гармоники удваивается. В результате для коэффициента связи получаем соотношение, даваемое формулой (12). Указанный коэффициент вдвое превышает коэффициент связи в планарном волноводе с одномерной гофрировкой, имеющей ту же глубину и направление трансляционного вектора.

Список литературы

- Гинзбург Н.С., Песков Н.Ю., Сергеев А.С. // Письма в ЖТФ. 1992. Т. 18. Вып. 9. С. 23.
- [2] Ginzburg N.S., Peskov N.Yu., Sergeev A.S. et al. // Phys. Rev. E. 1999. Vol. 60. N 1. P. 935.
- [3] Гинзбург Н.С., Заславский В.Ю., Песков Н.Ю., Сергеев А.С. // ЖТФ. 2010. Т. 80. Вып. 3. С. 9.
- [4] Аржанников А.В., Гинзбург Н.С., Заславский В.Ю. и др. // Письма в ЖЭТФ. 2008. Т. 87. Вып. 11. С. 715.
- [5] Konoplev I.V., Cross A.W., Phelps A.D.R. et al. // Phys. Rev. E. 2007. Vol. 76. P. 05406.
- [6] Гинзбург Н.С., Заславский В.Ю., Песков Н.Ю. и др. // Изв. вузов: Прикладная нелинейная динамика. 2006. Т. 14. № 4. С. 43.
- [7] Гинзбург Н.С., Песков Н.Ю., Сергеев А.С. и др. // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26. Вып. 16. С. 8.
- [8] Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. М.: Сов. радио. 1957.
- [9] Bratman V.L., Denisov G.G., Ginzburg N.S., Petelin M.I. // IEEE J. Quant. Electr. 1983. V. QE-19, N 3. P. 282.
- [10] Dunn D.A., Harman W.A., Field L.M., Kino G.S. // Proc. IRE. 1956. Vol. 44. N 7. P. 879.
- [11] Arzhannikov A.V., Nikolaev V.S., Sinitsky S.L. // J. Appl. Phys. 1992. Vol. 72. N 4. P. 1657.
- [12] Гинзбург Н.С., Заславский В.Ю., Малкин А.М. и др. // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36. Вып. 2. С. 77.
- [13] Гинзбург Н.С., Песков Н.Ю., Розенталь Р.М., Сергеев А.С. // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. Вып. 4. С. 80.
- [14] Urata J., Goldstein M., Kimmit M.F. et al. // Phys. Rev. Lett. 1998. Vol. 80. P. 516.
- [15] Doria A., Gallerano G.P., Giovenale E. et al. // Nucl. Instr. Meth. Phys. Rev. Res. A. 2001. Vol. A475. P. 318.
- [16] Ginzburg N.S., Malkin A.M., Peskov N.Yu. et al. // Appl. Phys. Lett. 2009. Vol. 95. P. 043–504.
- [17] Ковалев Н.Ф. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1978. № 3. С. 102.