

Экономичный простейший магнитный подвес

© В.С. Воронков, С.А. Малкин

Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет
603000 Нижний Новгород, Россия
e-mail: vic_voronkov@mail.ru, ser-malkin@yandex.ru

(Поступило в Редакцию 29 сентября 2010 г. В окончательной редакции 22 марта 2011 г.)

Рассмотрена задача снижения потерь электрической энергии в магнитном подвесе. В дополнение к известному способу снижения потерь электрической энергии, достигаемому в статике за счет использования постоянных магнитов, рассмотрена возможность снижения ее потерь в динамике. На примере простейшего магнитного подвеса с постоянными магнитами показывается, что в процессе приведения вывешиваемого тела в состояние равновесия может быть достигнут минимум функционала в зависимости квадрата тока в катушке электромагнита, т.е. минимум потерь энергии в динамике.

Введение

В большинстве магнитных подвесов [1] вес вывешиваемого тела при заданных воздушных зазорах уравновешивается силой притяжения одного или нескольких электромагнитов при ненулевых токах в их катушках. Наличие таких токов подмагничивания требует подведения к электромагнитам электрической энергии и отвода тепловой даже в статике, когда вывешиваемое тело находится в неконтактном состоянии равновесия. Помимо энергетических затрат наличие токов подмагничивания приводит к нежелательному увеличению габаритов и веса конструкции магнитного подвеса. Известно, что исключение токов подмагничивания в магнитном подвесе возможно, если силу веса вывешиваемого тела на заданном воздушном зазоре уравновешивать силой притяжения постоянных магнитов, как, например, показано в работах [2,3]. В этом случае потребление электрической энергии магнитным подвесом снижается до уровня, определяемого его системой стабилизации. С этой целью рассматривается задача минимизации потерь энергии в системе стабилизации магнитного подвеса с постоянными магнитами в процессе приведения вывешиваемого тела в состояние равновесия. Решение этой задачи основано на минимизации затрат ограниченного управления неустойчивым объектом [4] как частного случая проблемы „минимальной энергии управления с гарантированным уровнем сходимости“ [5] и показывает возможность получения экономичного магнитного подвеса не только в статике, но и в динамике.

Постановка задачи

Задача получения экономичного магнитного подвеса рассматривается на примере простейшего магнитного подвеса с постоянными магнитами [2], функциональная схема которого изображена на рис. 1.

Согласно этой схеме вес mg подвижного элемента 1, содержащего постоянный магнит 2 с осевой намагниченностью, в состоянии равновесия уравновешивается

силой притяжения магнита 2 подвижного элемента к неподвижному постоянному магниту 3, также с осевой намагниченностью. Однако такое неконтактное состояние равновесия подвижного элемента в силу теорем Ирншоу, Браунбека является неустойчивым. Благодаря маятниковости подвижного элемента у него существует в этом подвесе только одна неустойчивая степень свободы [6] в осевом перемещении по вертикали. Эта степень свободы характеризуется величиной воздушного зазора δ и скоростью его изменения $\dot{\delta}$. Обеспечение устойчивости неконтактного состояния равновесия подвижного элемента осуществляется системой стабилизации, содержащей датчик 4 осевого перемещения подвижного элемента 2 и блок электроники 5, в состав которого входят пропорционально-дифференцирующее звено, датчик тока электромагнита 7, суммирующее звено 8 и усилитель мощности 9, на вход которого подается суммарный сигнал σ переменных состояния подвеса, а выходное напряжение u подается на катушку электромагнита 10. Действие системы стабилизации состоит в автоматическом добавлении или вычитании из силы притяжения неподвижного постоянного магнита силы электромагнита в зависимости от переменных состояния подвеса. Энергия, потребляемая системой стабилизации в процессе приведения подвижного элемента в состояние равновесия, зависит от закона управления. Ее минимизация на множестве всех стабилизирующих

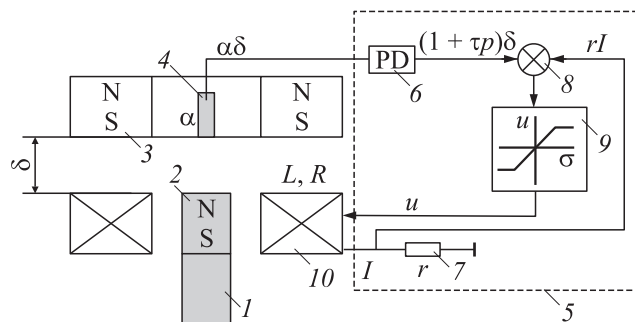


Рис. 1. Простейший магнитный подвес с постоянными магнитами. Пояснения в тексте.

подвес законов управления требует решения задачи оптимального управления, минимизирующего функционал от квадрата тока электромагнита I :

$$\min_{u(t)} J = \int_0^{\infty} I^2(t) dt. \quad (1)$$

Умножение этого функционала на величину сопротивления в цепи электромагнита дает величину потребляемой подвесом энергии, рассеиваемой в виде тепловой.

Целью исследования является нахождение оптимальных параметров системы стабилизации рассматриваемого магнитного подвеса, при которых функционал (1) принимает минимальное значение. В этом случае простейший магнитный подвес становится экономичным не только в статике, но и в динамике.

Теоретический анализ

Динамика простейшего магнитного подвеса, в котором учитываются только одна поступательная степень свободы вывешиваемого тела и половина электрической степени свободы для электромагнита, подчиняется в общем случае двум уравнениям

$$\begin{aligned} m \frac{d^2\delta}{dt^2} &= mg - F(\delta, I), \\ -\frac{d\Phi(\delta, I)}{dt} + RI &= u. \end{aligned} \quad (2)$$

Первое уравнение определяет изменения воздушного зазора δ между подвижным элементом массой m и основанием подвеса под действием силы веса mg и силы $F(\delta, I)$ со стороны магнитного поля. Второе — определяет изменения тока I электромагнита при изменениях подаваемого на него напряжения u и ЭДС-индукции, возникающей при изменениях магнитного потока $\Phi(\delta, I)$ через поперечное сечение катушки электромагнита, имеющей сопротивление постоянному току R .

Особенностями экономичного магнитного подвеса являются:

— во-первых, отсутствие потребления энергии электромагнитом в состоянии равновесия

$$mg = F(\delta_0, I_0), \quad RI_0 = u_0, \quad (3)$$

в котором сила веса mg подвижного элемента уравновешивается силой притяжения постоянных магнитов $F(\delta_0, I_0)$, при номинальном воздушном зазоре δ_0 и нулевых значениях тока и напряжения электромагнита $I_0 = 0, u_0 = 0$;

— во-вторых, как показано в [2], близость к линейным функциональным зависимостям силы $F(\delta, I)$ и магнитного потока $\Phi(\delta, I)$ электромагнита в достаточно широком диапазоне изменений зазора и тока.

Размещение начала координат фазового пространства в состоянии равновесия (3) позволяет описывать динамику экономичного простейшего магнитного подвеса системой дифференциальных уравнений

$$m \frac{d^2\delta}{dt^2} = -a\delta + bI, \quad -b \frac{d\delta}{dt} + L \frac{dI}{dt} + RI = u(\sigma), \quad (4)$$

которая дополняется нелинейной зависимостью выходного напряжения усилителя мощности, подаваемого на электромагнит, близкой к кусочно-линейной

$$u(\sigma - \sigma_0) = \begin{cases} +\bar{u}, & \beta(\sigma - \sigma_0) \geq \bar{u}, \\ \beta(\sigma - \sigma_0), & |\beta(\sigma - \sigma_0)| \leq \bar{u}, \\ -\bar{u}, & -\bar{u} \geq \beta(\sigma - \sigma_0), \end{cases} \quad (5)$$

и линейной зависимостью входного напряжения усилителя мощности

$$\sigma - \sigma_0 = [\alpha(\delta + \tau\dot{\delta}) - rI], \quad (6)$$

в виде суммарного сигнала от датчика зазора, звена скоростной коррекции и датчика тока электромагнита. Значение напряжения смещения σ_0 на входе усилителя мощности подбирается из условия равенства нулю тока электромагнита в состоянии равновесия (3). Параметры пропорционально-дифференцирующего (ПД) регулятора α, τ и усилителя мощности системы стабилизации магнитного подвеса β выбираются прежде всего из условий устойчивости линеаризованной системы (4)–(6) без учета ограничений напряжения на электромагните. Эти условия задаются системой неравенств

$$\alpha > \alpha_{\min}, \quad \tau > 0, \quad \beta > \beta_{\min}, \quad (7)$$

где минимальные значения параметров $\alpha_{\min}, \beta_{\min}$ соответствуют нулевой жесткости магнитного подвеса.

Методика

Сложность решения задачи оптимального управления по квадратичному критерию (1), в который входит только одна из переменных состояния [7], преодолевается использованием решения задачи оптимального ограниченного управления неустойчивым объектом по квадратичному критерию от квадрата функции управления

$$\min_{u(t)} J_0 = \int_0^{\infty} u^2(t) dt, \quad (8)$$

приведенным в [4], и предположении, что этот закон управления будет оптимальным и по критерию (1). Данное предположение основано на возможности представления напряжения на электромагните в виде комплексной функции, реальная часть которой зависит от падения напряжения на активном сопротивлении катушки электромагнита при протекании тока, а мнимая — от ЭДС-индукции, возникающей в электромагните при

Таблица 1.

Название параметра	Обозначение	Значение	Единицы измерения
Масса подвижного элемента	m	$2.6 \cdot 10^{-3}$	kg
Отрицательная жесткость подвеса	a	0.8	N/m
Крутизна силы к току и магнитного потока к зазору электромагнита	b	0.06	N/A
Индуктивность электромагнита	L	0.1	H
Активное сопротивление электромагнита	R	11.5	Ω
Оптимальный коэффициент усиления в линейном режиме усилителя мощности	β^*	1.14	—
Ограничения выходного напряжения усилителя мощности	\bar{u}	± 15	V
Сопротивление датчика тока электромагнита	r	1	Ω
Оптимальная чувствительность датчика зазора	α^*	101	V/m
Оптимальная постоянная времени звена скоростной коррекции сигнала датчика зазора	τ^*	0.057	s

изменения зазора и тока. Достижение минимума функционала (8) от модуля этой функции минимизирует функционалы от квадратов ее реальной и мнимой частей. Проверка данной гипотезы проводится компьютерным моделированием динамики простейшего магнитного подвеса с оптимальными по критерию (8) параметрами α^* , τ^* , β^* и вычислением функционала (1) как при оптимальных параметрах, так и при их вариациях, не нарушающих устойчивость подвеса. Физический смысл и значения параметров рассматриваемого магнитного подвеса приведены в табл. 1.

Экспериментальная часть

Расчет величины функционала (1) проводился при одних и тех же ненулевых начальных условиях по переменным состояния подвеса $\delta_0 = -0.97 \text{ mm}$, $\dot{\delta}_0 = -1.2 \text{ m/s}$, $I_0 = 1.3 \text{ A}$ в точке оптимальных параметров и ее окрестности. Результаты расчета оптимальных по критерию (1) переходных процессов в системе стабилизации магнитного подвеса приводятся на рис. 2, 3 в безразмерных переменных

$$z_{n,0} = t/t_m, \quad z_{n,1} = \delta/\delta_m, \quad z_{n,2} = \dot{\delta}/\dot{\delta}_m, \quad z_{n,3} = I/I_m.$$

Размерные значения переменных состояния подвеса и времени находятся по их безразмерным значениям умножением их на соответствующие масштабы

$$\delta = z_{n,1}\delta_m, \quad \dot{\delta} = z_{n,2}\dot{\delta}_m, \quad I = z_{n,3}I_m, \quad t = z_{n,0}t_m,$$

которые выбраны следующими:

$$\delta_m = 97.5 \text{ mm}, \quad \dot{\delta}_m = 1.7 \text{ m/s}, \quad I_m = 1.3 \text{ A}.$$

Значение минимальной энергии, требуемой для приведения подвижного элемента в состояние равновесия

из рассмотренных произвольно выбранных начальных условий, составляет $E = 3.459 \text{ J}$. Приращения ее при вариациях параметров α , τ ПД-регулятора и коэффициента усиления β приведены в табл. 2. Допустимые начальные условия переменных состояния подвеса зависят от направления радиуса-вектора отклонения от состояния равновесия и могут быть наилучшими и наихудшими, что поясняется на рис. 4. На этом рисунке указаны границы областей устойчивости линейной (до выхода напряжения электромагнита на ограничения) и нелиней-

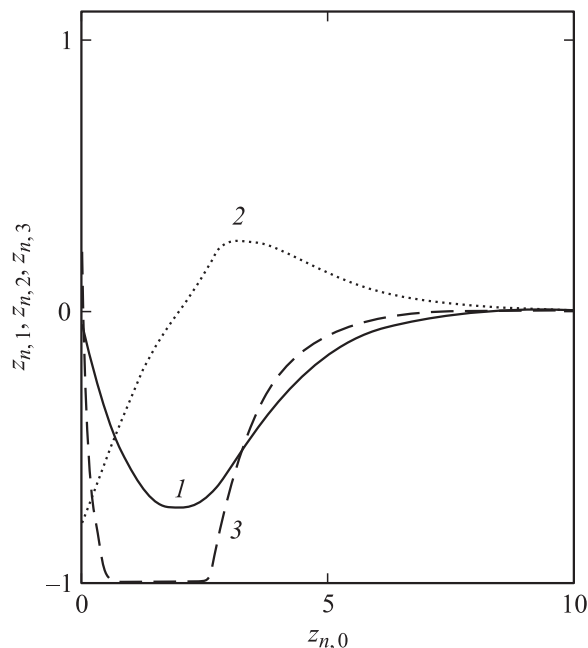


Рис. 2. Переходный процесс переменных состояния (1 — зазор, 2 — скорость изменения зазора, 3 — ток электромагнита) из ненулевых начальных условий в состояние равновесия.

Таблица 2.

$\Delta\alpha = +3.8 \text{ V/m}$	$\Delta\alpha = -4.8 \text{ V/m}$	$\Delta\tau = +0.0024 \text{ s}$	$\Delta\tau = -0.0026 \text{ s}$	$\Delta\beta = +0.11$	$\Delta\beta = -0.11$
$\Delta J = 0.003 \text{ J}$	$\Delta J = 0.01 \text{ J}$	$\Delta J = 0.002 \text{ J}$	$\Delta J = 0.008 \text{ J}$	$\Delta J = 0.009 \text{ J}$	$\Delta J = 0.01 \text{ J}$

ной системы (с возможностью выхода напряжения электромагнита на ограничения) в виде соответствующих плоскостей в фазовом пространстве. Наихудшие направления радиуса-вектора начальных условий параллельны вектору \mathbf{N} нормали к указанным плоскостям. Наилучшими направлениями радиуса-вектора начальных условий являются все направления, ортогональные вектору \mathbf{N} .

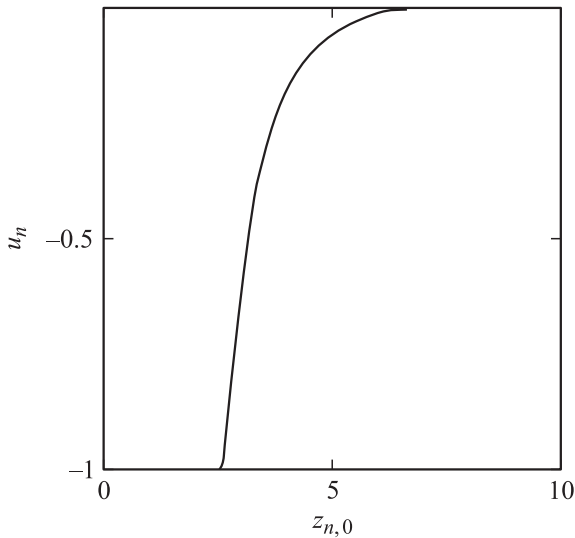


Рис. 3. Переходный процесс ограниченного напряжения на электромагните ненулевых начальных условий в состояние равновесия.

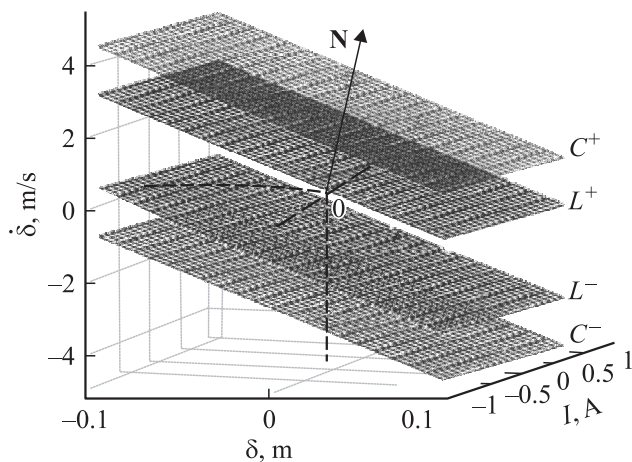


Рис. 4. Границы области устойчивости C^+ , C^- (сепаратрисные плоскости неустойчивых состояний равновесия при ограничениях $\pm 15 \text{ V}$ управляющего напряжения) и границы области линейности L^+ , L^- (выхода на ограничения управляющего напряжения) в фазовом пространстве δ , δ' , I системы.

Результаты и их обсуждение

Результаты расчета показывают, что в найденной точке оптимальных параметров системы стабилизации магнитного подвеса функционал (1) и затраты энергии в процессе приведения подвижного элемента в состояние равновесия имеют минимум. Таким образом, снижение потребления электрической энергии магнитным подвесом, достигаемое в статике с помощью постоянных магнитов, может быть дополнено снижением ее расхода в динамике. Возможность получения экономичного магнитного подвеса, показанная на примере его простейшего варианта, имеет большое практическое значение. Поскольку ресурсы управления всегда ограничены, то помимо минимизации энергетических потерь требуется обеспечение максимальной области притяжения стабилизируемого состояния равновесия в фазовом пространстве системы стабилизации магнитного подвеса. Решение данной задачи показало, что оба этих требования не являются противоречивыми и могут быть удовлетворены при найденном ограниченном управлении, синтезированном в [8]. Оказалось, что обеспечение максимальной области притяжения стабилизируемого состояния равновесия в фазовом пространстве системы стабилизации магнитного подвеса (когда она совпадает с областью управляемости, как показано на рис. 4) может быть достигнуто при минимальных затратах энергии. В результате для рассматриваемого подвеса требования по ограничениям напряжения и тока электромагнита при оптимальном законе управления могут быть более чем на порядок снижены, если принимать допустимые отклонения по зазору $\pm 1 \text{ mm}$.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 08-01-97034_р-поволжье).

Список литературы

- [1] Schweitzer G., Maslen E.H. Magnetic Bearings (Theory, Design and Applications to Rotation Machinery). Berlin: Shpringer, 2009. 535 p.
- [2] Воронков В.С., Сигушков С.А. // ПТЭ. 1996. № 3. С.151–155.
- [3] Кодочигов Н.Г., Востоков В.С., Колесова Ю.А., Малкин С.А., Лебедева С.В. // Тр. VIII Междунар. конф. „Идентификации систем и задачи управления“ М.: ИПУ РАН, 2009. С. 982–987.
- [4] Воронков В.С. // Приволжский научный журн. 2008. № 3. С. 58–65.
- [5] Bin Zhou, Guang-Ren Duan // IEEE Trans. on AC. 2009. Vol. 54. N 2. P. 346–353.

- [6] *Веселитский И.В., Воронков В.С., Сигуныков С.А.* // ЖТФ. 1996. Вып. 3. С. 151–155.
- [7] *Брайсон А., Хо Ю-ши.* Прикладная теория оптимального управления. М.: Мир, 1972. 544 с.
- [8] *Воронков В.С.* // Изв. вузов. Приборостроение. 1984. Т. 27. № 8. С. 32–37.