

05;09;12

Поляризационные аномалии микроволнового излучения и добавочные электромагнитные волны в деформируемых ледяных покровах

© Г.С. Бордонский, А.А. Гурулев, С.Д. Крылов, А.О. Орлов, С.В. Цыренжапов

Институт природных ресурсов, экологии и криологии СО РАН,
672000 Чита, Россия
e-mail: lgc255@mail.ru

(Поступило в Редакцию 18 ноября 2010 г. В окончательной редакции 3 февраля 2011 г.)

Выполнены поляризационные измерения интенсивности микроволнового излучения на частотах 13–14 GHz, проходящего через пресный ледяной покров, параллельно поверхностям раздела сред. Исследованы причины появления добавочных электромагнитных волн. В эксперименте наблюдали возникновение двух типов добавочных электромагнитных волн, определяемых как плоскостойкой геометрией среды (когерентные волны), так и текучестью льда под действием механических напряжений (некогерентные волны).

Введение

В работе [1] при изучении распространения линейно-поляризованного излучения сантиметрового диапазона через пресный ледяной покров были обнаружены осцилляции мощности излучения в зависимости от расстояния между передатчиком и приемником. Измерение мощности проходящего излучения выполнялись на четырех линейных поляризациях для нахождения первых трех параметров Стокса. Осцилляции мощности были отнесены к существованию в среде добавочных электромагнитных волн (или „новых“ волн по терминологии В.Л. Гинзбурга и С.И. Пекара [2,3]). Эти волны имеют одинаковую поляризацию с исходными волнами, но другое значение волнового вектора, что приводит к осцилляциям интенсивности монохроматического излучения от расстояния.

В [1] обсуждались возможные причины появления добавочных волн в ледяном покрове, которые чисто феноменологически объясняли пространственной периодичностью диэлектрической проницаемости. Однако в пресном льду при низких температурах в явном виде отсутствуют какие-либо выраженные периодические структуры, сравнимые с длиной волны излучения, за исключением отдельных кристаллов, разделенных весьма тонкими жидкими пленками на их поверхности.

Ранее эффект осцилляций излучения наблюдали в оптическом диапазоне вблизи линий экситонного поглощения [2,3], где из-за роста значения диэлектрической проницаемости длина волны может быть сравнимой с периодом решетки. По-видимому, этот эффект имеет место при уменьшении длины волны — в рентгеновском диапазоне, когда период решетки близок к длине волны, и в выходящем из вещества пучке наблюдаются дополнительные лучи. Он носит название эффекта Бормана [4]. Дополнительные лучи можно связать с волнами, имеющими другие направления волнового вектора, т.е. с добавочными электромагнитными волнами.

Особенностью результатов измерений в [1] является наблюдение существенных искажений поляризационной диаграммы при регистрации интенсивности принимаемого сигнала, когда излучение осуществлялось на линейной поляризации. Эти диаграммы, построенные в полярных координатах в виде зависимостей принимаемой мощности монохроматического излучения от угла поворота поляризации приемного устройства, должны иметь вид „восьмерки“ (для линейно-поляризованного сигнала) или окружности (для поляризованного по кругу сигнала) с переходными диаграммами от „восьмерки“ к эллипсу (для эллиптической поляризации).

Причины обнаруженной аномалии не были исследованы. С общих позиций такой эффект может быть связан с возникновением нелинейности в среде. Монохроматическое излучение в линейной однородной бесконечной среде принято представлять в виде двух ортогональных компонент с определенным сдвигом фазы между двумя колебаниями векторов напряженности поля. Например, для электрического поля $\mathbf{E} = a\mathbf{e}_1 + b\mathbf{e}_2$, где a , b — комплексные амплитуды, \mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 — единичные векторы ортогонального базиса. На квантовомеханическом языке это означает, что излучение может быть представлено на основе двух базисных состояний. Их выбор произволен, и переход от одного базиса к другому осуществляется по формулам преобразования базисов. Вместе с тем в [5] отмечено, что в нелинейных средах такое представление теряет силу. По-видимому, в зависимости от свойств нелинейной среды для описания волнового поля может потребоваться большее число базисных состояний.

Цель настоящей работы — дальнейшее изучение причин возникновения добавочных электромагнитных волн и аномалий поляризационного состояния, прошедшего через пресный ледяной покров микроволнового излучения. С этой целью были выполнены многополяризационные измерения прошедшего через ледяной покров микроволнового излучения. Были использованы приемники

излучения, способные регистрировать сигнал на 12-и линейных поляризациях с шагом 15 deg. Как отмечалось выше, для регистрации монохроматического излучения в линейных средах использование такого числа измерений представляется избыточным, однако если излучение в среде имеет более сложную структуру, то она будет выявлена при многополяризационных измерениях.

Например, в квантовой оптике известен „неклассический“ свет [6], для которого несправедливо правило векторного сложения полей двух осцилляторов. Очевидно, исследовать состояние таких полей следует при многополяризационных измерениях.

Следует отметить, что нелинейность электромагнитных свойств льда была обнаружена нами в лабораторном эксперименте при пропускании микроволнового излучения через образец льда, находящийся в стальной трубе [7]. При нагревании образца и возникновении течения льда из-за разности коэффициентов линейного расширения трубы и образца наблюдали эффект его „просветления“. Поэтому при поиске причин появления добавочных волн и поляризационных аномалий было обращено внимание на проявление текучести среды как источника ее нелинейности. При этом дополнительно были выполнены исследования структуры льда и особенностей механических деформаций ледяного покрова.

Теоретические представления

Добавочные электромагнитные волны возникают в средах, в которых тензор диэлектрической проницаемости зависит от волнового вектора [2,3]. К таким средам можно отнести среду с периодическим изменением ее параметров, причем период изменений должен быть близок к длине волны излучения в среде. Качественно этот эффект объясняется модуляцией амплитуды волны по расстоянию. Например, для модуля электрического поля волны, распространяющейся по радиусу-вектору \mathbf{r} ,

$$|\mathbf{E}| = E_0 \sin(\omega t - \mathbf{k}_0 \mathbf{r}), \quad (1)$$

где E_0 — амплитуда поля, $\omega = 2\pi/T$, T — период колебаний, t — время, $\mathbf{k}_0 = 2\pi\mathbf{S}/\lambda$, \mathbf{S} — единичный вектор в направлении распространения волны, λ — длина волны излучения в среде.

Если в среде имеется периодическое изменение ее свойств вдоль направления r с периодом d , то E_0 будет промодулирована $E_0 = E' \cos \Delta k r$, где $\Delta k = 2\pi/d$, и в пространстве появляются две волны с двумя пространственными частотами ($1/\lambda$), определяемыми из соотношения $k_{1,2} = k_0 \pm \Delta k$.

Добавочные волны возникают не только в бесконечных периодических средах. Как было теоретически показано ранее, они возникают в плоскостойких структурах, например, в тонком слое между двумя полубесконечными средами. Толщина слоя может составлять от единиц до сотен длин волн [8]. В такой структуре эффект

возникает из-за многочисленных переотражений излучения точечного источника от границ слоев. Амплитуда поля в плоском слое эквивалентна амплитуде, создаваемой цепочкой мнимых излучателей, расположенных в плоскости, перпендикулярной поверхности раздела и проходящей через источник излучения. Суммарное поле из-за ограниченного числа мнимых источников (если учесть затухание при многочисленных отражениях и увеличение пути лучей) оказывается периодическим в пространстве. Такое поле эквивалентно суперпозиции полей многих волн (фактически, добавочных волн) с различными волновыми числами. Хотя среда в тонком слое сама по себе однородна, но данная геометрия волноведущей структуры приводит к появлению добавочных волн. Следуя [8], можно записать, например, для электрического поля излучения при одинаковых коэффициентах отражения R , равных 1, от верхней и нижней границ раздела

$$|\mathbf{E}| = \frac{2\pi i}{h} \left[\frac{1}{2} H_0^{(1)}(k_0 r) + \sum_{l=1}^{\infty} \cos\left(\frac{l\pi z}{h}\right) \times \cos\left(\frac{l\pi z_0}{h}\right) H_0^{(1)}(k_l r) \right] \exp(i\omega t), \quad (2)$$

где $H_0^{(1)}$ — функция Ханкеля, h — толщина слоя, z_0 — расстояние излучателя от нижней границы слоя, z — расстояние приемника от нижней границы слоя, $k_l = \sqrt{k_0^2 - (l\pi/h)^2}$.

На большом расстоянии формула (2) может быть представлена в виде

$$|\mathbf{E}| \sim \sqrt{\frac{1}{r}} \left[\frac{1}{2\sqrt{k_0}} \exp(ik_0 r) + \sum_{l=1}^{\infty} \cos\left(\frac{l\pi z}{h}\right) \times \cos\left(\frac{l\pi z_0}{h}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{k_l}} \exp(ik_l r) \right) \right] \exp(i\omega t). \quad (3)$$

Как видно из (3), в тонком слое существует много добавочных волн с волновыми числами k_l , однако в действительности их число не более числа полуволн, укладывающихся на толщине слоя. Кроме того, при R меньше единицы волны с более высоким l затухают быстрее. При анализе (2) установлено возникновение резонанса одной из волн, если толщина слоя h кратна половине длины волны. Однако этот случай в [8] детально не рассмотрен.

Аналогичная ситуация имеет место в частично заполненных и периодических волноводах [9]. Таким образом, обнаруженные в [1] добавочные или „новые“ электромагнитные волны в пресном ледяном покрове в микроволновом диапазоне теоретически были предсказаны ранее в общем случае в [8]. Однако необычным в работе [1] является зарегистрированное при некоторых измерениях искажение поляризационных диаграмм интенсивности, на которое и было обращено внимание.

Обнаруженные искажения существенно отличались от случая возникновения эллиптической поляризации, которую можно было бы объяснить проявлением двойного лучепреломления. Предположительно, наблюдаемое явление может быть объяснено появлением добавочных волн особого типа, не связанных с переотражением лучей в слоистой среде, или зависимостью компонент тензора диэлектрической проницаемости от волнового вектора. Естественно предположить, что такие волны связаны с нелинейностью среды. Однако какова природа этой нелинейности?

Возможный ответ основан на наших наблюдениях в течение экспериментов ряда лет. Как известно, особым свойством льда является его способность течь при любых температурах и механических напряжениях [10]. Деформация сдвига в кристалле льда существенно облегчена вдоль базисных плоскостей, которые располагаются перпендикулярно главной оптической оси (C -оси). Если среда состоит из кристаллов с преимущественным направлением C -оси, то течение ее принимает характер сдвига вдоль определенных плоскостей в ледяном теле. Разрыв водородных связей в этом случае должен приводить к анизотропии электрических свойств объекта.

Другая особенность заключается в том, что течение кристалла льда обычно носит прерывистый характер из-за нелинейной зависимости деформации от давления. В результате в среде происходит своеобразный процесс разрыва водородных связей — „таяние“ тонкого слоя и его последующее „замерзание“ при прекращении течения.

Методика эксперимента

При проведении измерений использована схема радиопросвечивания, которая применялась в [1] (рис. 1).

Установка располагалась на льду пресного оз. Арахлей, расположенного на Яблоновом хребте в Забайкальском крае. Аппаратуру располагали в средней части озера на расстоянии 1 km от берега. Направление от генератора на приемник совпадало с линией запад–восток. По этой линии ожидали максимальных деформаций льда под действием волновых движений сейш и приливов.

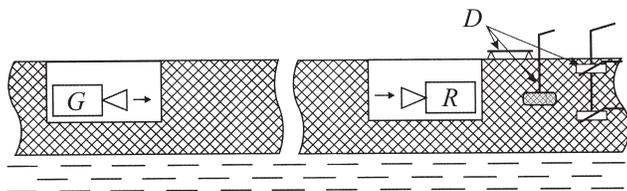


Рис. 1. Схема расположения аппаратуры для радиопросвечивания ледяного покрова. G — СВЧ генератор, R — приемник излучения, D — датчики деформации льда и температуры.

Измерения выполнялись на протяжении четырех зимних периодов в 2007–2010 гг. в марте–апреле перед началом разрушения льда. Толщина льда в это время достигала 120–130 см. Генератор и приемник располагались на глубине 50 см. Продолжительность измерений составляла 2–3 недели до появления значительного затухания сигнала. Среднее значение толщины снежного покрова в период измерений составляло 5–10 см. Расстояние между передатчиком и приемником выбирали в пределах 35–40 м.

Измерения выполнялись круглосуточно на одной из частот в интервале 13.6–13.8 GHz. Спектральные измерения выполнялись эпизодически с использованием перестраиваемого генератора сигналов в диапазоне 13–14 GHz с шагом перестройки около 0.1 GHz на 11 фиксированных частотах. Излучался сигнал с вертикальной поляризацией, а прием осуществлялся последовательно на 12 линейных поляризациях с шагом 15 deg. Мощность генераторов сигнала составляла приблизительно 10 mW, в качестве приемника использовался модуляционный радиометр с полосой пропускания 1 GHz и постоянной времени интегрирования выходной цепи 1 s. В качестве генераторов использовали генератор на диоде Ганна при непрерывных измерениях и клистронный генератор при спектральных измерениях.

Измерения деформации ледяного покрова проводили с помощью датчиков двух типов — по растяжению нити, которая устанавливалась на верхней границе льда, и датчиком в виде замкнутого пластмассового сосуда, замороженного в ледяной покров на глубину 30 см. Во втором случае деформации измеряли косвенно по изменению давления воздуха в сосуде.

Записи деформации ледяного покрова позволяют определить их характер. Измерения деформаций верхней части покрова проводились между точками на расстоянии 3 м. Поскольку микроволновое излучение проходило расстояние в несколько десятков метров, а используемые методы измерения характеризовали локальные деформации ледяного покрова, то искали некоторые общие особенности течения льда, оказывающие влияние на электромагнитные свойства среды. Также измеряли температуру воздуха, верхней части ледяного покрова и на глубине 50 см. Запись всех сигналов осуществляли при помощи системы сбора информации „Agilent“.

Результаты измерений

Добавочные волны в пресном ледяном покрове обнаруживаются по изменениям мощности принимаемого излучения в зависимости от времени при фиксированном расположении передатчика и приемника (рис. 2). В холодный зимний период эти изменения медленные, в конце зимы и начале весны из-за повышения температуры и ее резких колебаний в течение суток (достигающих 20–30°C) обнаруживаются суточные и более быстрые

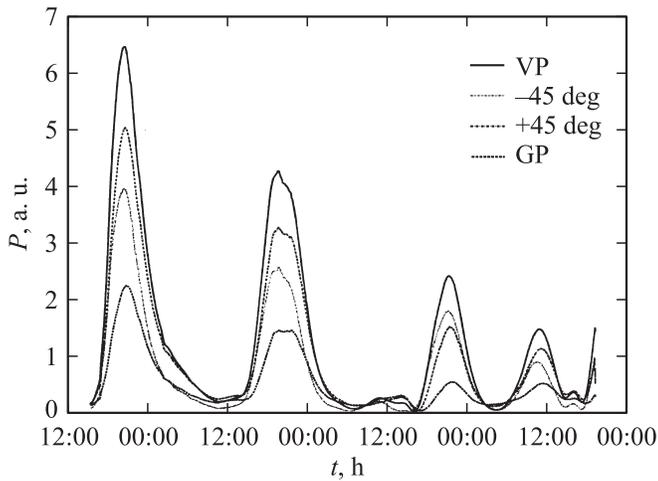


Рис. 2. Осцилляции мощности микроволнового излучения на частоте 13.8 GHz, проходящего через ледяной покров, в зависимости от времени на четырех различных поляризациях VP — вертикальная, -45 deg , $+45\text{ deg}$, GP — горизонтальная, связанные с существованием добавочных электромагнитных волн (в относительных единицах). Измерения проводились 6–8 апреля 2010 г.

осцилляции сигнала. Наблюдались изменения мощности сигнала до 20 раз (рис. 2), которые объясняются изменением электрических параметров льда от температуры и времени и интерференцией добавочных и исходной волн. При этом, как видно из рис. 2, поляризационное состояние (соотношение интенсивности сигналов на различных поляризациях) изменяется со временем.

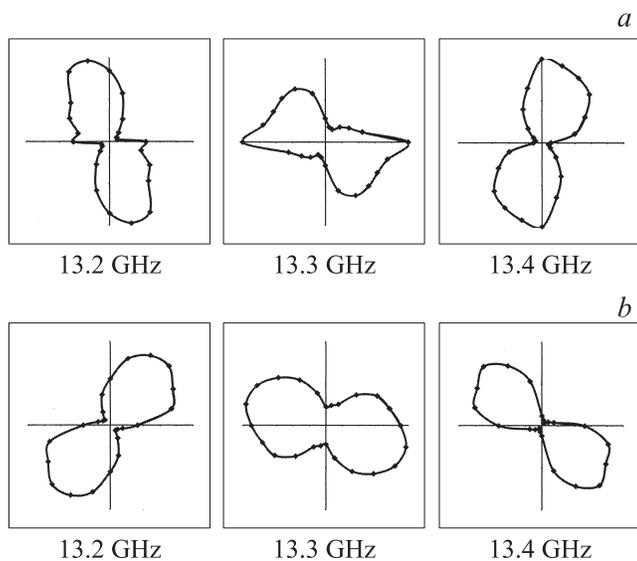


Рис. 3. Поляризационные диаграммы проходящего через ледяной покров микроволнового излучения на различных частотах, построенные по измерениям мощности на двенадцати линейных поляризациях. Измерения: *a* — 3 апреля 2010 г., *b* — 15 апреля 2010 г.

Характерная особенность полученных результатов — существенное искажение поляризационных диаграмм перед началом таяния льда, когда температура воздуха в дневные часы приближается к 0°C . Некоторые результаты измерений 2010 г. приведены на рис. 3. На рисунке представлены полученные поляризационные диаграммы при перестройке частоты. Время получения всех диаграмм, представленных на рис. 3, около 0.5 h. За этот интервал времени диаграммы на каждой частоте не успевают заметно измениться. Типичное время их изменения (вращение, деформация) — несколько суток при низких температурах воздуха в зимний период времени. Однако это время уменьшается до нескольких часов в весенний период перед началом разрушения льда, что видно из графиков рис. 2.

Геометрия расположения приборов в углублениях ледяного покрова несколько изменялась в разных экспериментах. Например, расстояние от входной апертуры рупорной антенны приемника варьировалось от 5 до 20 см. Несколько варьировали и расположение приемника и передатчика по глубине в ледяном покрове. Во всех случаях за 4 года измерений получали качественно одинаковые результаты. Однако искажения диаграмм были различными на разных частотах и в разное время. Это можно видеть из их сравнения на рис. 3, на котором приведены результаты измерений в один год при неизменном расположении излучателя и приемника на одних и тех же частотах.

При исследовании деформаций ледяного покрова, как и ожидалось, наряду с плавными изменениями все датчики регистрировали скачки деформации. Причем перед началом таяния, когда лед еще радиопрозрачен, а его температура приближалась к точке фазового перехода лед–вода, скачки деформации принимают особый характер. Примеры записи изменения длины струнного измерителя (регистрировали значения сопротивления переменного резистора, соединенного со струной) приведены на рис. 4.

На рис. 4, *a*, *b* представлены результаты измерений в разные дни, а на *c* — приведен растянутый во времени фрагмент записи „шумовой“ дорожки. Из представленных данных следует, что скачку размеров ледяного поля предшествует медленное развитие деформации объекта. Скачок на графиках является проявлением текучести льда, когда достигается предел текучести с быстрым сбросом внутренних механических напряжений в среде.

Температура воздуха в дневные часы 5–12 апреля 2010 г., соответствующая данным рис. 4, достигала 0°C . Из полученных результатов измерений деформаций следует, что перед началом таяния ледяной покров подвергается непрерывному течению, которое проявляется в виде относительно быстрых скачкообразных изменений линейных размеров ледяных полей с различными временными масштабами.

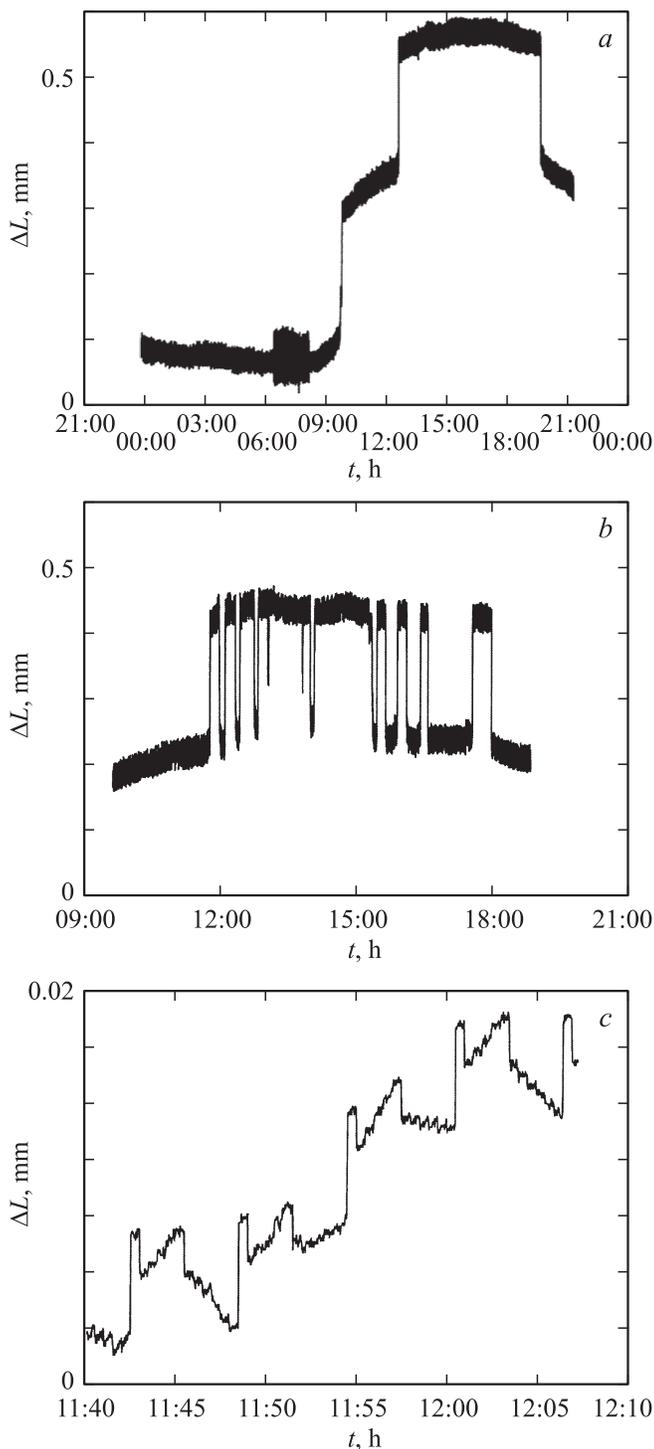


Рис. 4. Примеры записей деформации ледяного поля оз. Арахлей (ΔL) на длине датчика 3 м: *a* — 5 апреля 2010 г., *b* — 12 апреля 2010 г., *c* — увеличенный фрагмент записи деформаций, представляющий ее тонкую структуру, 7 апреля 2010 г.

Обсуждение результатов

Временные ряды мощности сигналов на разных поляризациях показывают несинхронные вариации их ин-

тенсивности. Это означает, что имеет место вращение эллипса поляризации от времени. Однако самое интересное заключается не в простом вращении поляризационной диаграммы мощности, а в появлении искажений диаграммы и, следовательно, эллипса поляризации. Например, на рис. 3 для частоты 13.3 GHz искажение существенно превосходит ошибки измерений. Для той же частоты по прошествии некоторого времени искажения существенно меньше (рис. 3, *b*).

Такое поведение принципиально отличается от картины появления добавочных волн, представленной в работе [8]. Вращение плоскости поляризации или осей эллипса поляризации можно было бы объяснить неоднородностью среды, например, двойным лучепреломлением при механических напряжениях в среде. Но само искажение поляризационной диаграммы нельзя объяснить двойным лучепреломлением. Суперпозиция полей излучения любого числа волн с различными волновыми числами, но одинаковой частотой всегда дает в ортогональном базисе двух состояний эллипс поляризации.

Обращает на себя внимание резко выраженная зависимость диаграмм от частоты даже при сдвиге на 0.05 GHz, т.е. при ее изменении на значение порядка долей процента. Таким образом, имеют место резко выраженные частотные свойства. Причем в среде нет видимых упорядоченных структур, сравнимых с длиной волны излучения, или каких-либо неоднородностей значительной концентрации (например, газовых пузырей).

Кроме того, результаты, представленные на рис. 3, показывают особенности диаграмм для компоненты сигнала с горизонтальной поляризацией. Именно в горизонтальном направлении наблюдали в большинстве случаев „вытягивание“ диаграммы. При этом становится очевидным необходимость измерения сигнала, проходящего через ледяной покров, на большом числе поляризаций.

Можно предположить, что обнаруженные особенности поляризационного состояния сигнала, проходящего через лед, определяются как нелинейностью свойств среды, так и ее анизотропией. Причем характер нелинейности и анизотропии ледяного покрова в выполненном эксперименте такой, что происходит изменение сигнала для компоненты с горизонтальной поляризацией. Возникло также предположение, что искажения диаграмм имеют связь со структурой ледяного покрова, связанной с ориентацией кристаллических осей отдельных кристаллов.

Известно, что при росте льда при замерзании воды в ледяном теле может возникать преимущественная пространственная ориентация главной оптической оси (*C*-оси) гексагональных кристаллов льда. Кроме того, известно, что при приложении к кристаллу льда механических сил он наиболее легко деформируется вдоль базисной плоскости, которая перпендикулярна *C*-оси. Данный эффект определяется меньшим числом водородных связей между базисными плоскостями кристалла. В результате имеется значительная анизотропия предела текучести кристалла льда.

Если некоторое природное ледяное тело состоит из кристаллов с преимущественной пространственной ориентацией C -осей, то оно будет деформироваться определенным образом под действием внешних сил.

Авторами был исследован участок ледяного покрова оз. Арахлей, где проводились измерения, на предмет установления особенностей его кристаллического строения. С этой целью из покрова изымали керны диаметром 13 см. Керна раскалывали пешней по высоте последовательно со стороны его вершины. Наблюдала следующую особенность: в верхней его части на расстояние до 20–30 см сколы возникали вдоль керна, после 30 см керна разламывался на плоские диски, перпендикулярные оси керна. Это может иметь место, если преимущественное расположение C -осей в верхней части покрова параллельное поверхности, а ниже 30 см — перпендикулярное.

Также выполнено наблюдение горизонтальных срезов пластин льда из кернов в поляризованном свете в скрещенных поляризаторе и анализаторе. Наблюдение показало, что верхний слой льда до глубин 20–30 см дает отличающуюся картину интерференции от случая более глубоких слоев ледяного покрова, т. е. оптические измерения также подтверждают существование различия преимущественной ориентации оптических осей кристаллов по глубине. В целом в покрове преобладает вертикальная ориентация C -оси, т. е. базисная плоскость располагается параллельно границам раздела среды.

Таким образом, из проведенных экспериментов следует, что в ледяном покрове наблюдали два типа добавочных волн. Первый из них связан с особой плоскостной геометрией среды, в которой из-за переотражений сигнала возникают пространственные осцилляции интенсивности, эквивалентные двум или нескольким волнам с различными волновыми числами. Другой тип добавочных волн определяется нелинейностью среды и модуляцией сигнала неоднородностями льда (при его текучести) на определенной поляризации, что приводит к созданию некогерентных волн. Эти волны не интерферируют с исходными волнами, а регистрируются по изменению интенсивности, особенно на некоторых выделенных поляризациях. Плоскости выделенных поляризаций совпадают с преимущественным расположением базисных плоскостей кристаллов льда. Аналогичный эффект описан в [6] в квантовой оптике, где возникновение некогерентных пучков связывается с параметрической модуляцией в нелинейной среде. Для льда этот эффект требует специального изучения.

Понимание важности влияния течения льда на радиолокационные сигналы при зондировании ледников было качественно достигнуто в последнее время. Так, течением кристаллов в ледяном покрове Антарктиды в работе [11] объясняют аномалии отраженных сигналов при радиозондировании придонной части ледника. Здесь вблизи ложа ледяного щита наблюдается так называемая зона, свободная от отражения EFZ (Echo-Free Zone), толщиной порядка 100 м. Ранее полагали, что эта зона

связана с появлением в ней жидкой воды, однако результаты бурения, приведенные в [11], не подтвердили такое представление. Предполагают, что течение льда в нижней части ледника на границе со скальными породами создает условие для потери когерентности при отражении сигнала от плоских слоев льда. Более детально механизм этого явления еще не исследован. По нашему мнению, здесь возможно переизлучение внешних излучений слоями, вдоль которых имеет место течение ледника. Множественный характер возникающих квазижидких слоев и их хаотическое распределение по объему и создает потерю когерентности отраженных сигналов. Как отмечалось выше, это предположение выдвигалось для объяснения лабораторного эксперимента по прохождению СВЧ излучения через образец льда в стальной трубе [7], в котором происходит течение среды, вызванное термическими напряжениями.

Заключение

Таким образом, в пресном ледяном покрове могут существовать два типа добавочных волн: постоянно существующие волны, которые возникают из-за осцилляции суммарного поля переотраженных от границ сред волн, и добавочные некогерентные волны, связанные с возникновением течения среды и поляризованные в плоскости течения. Возможно, некогерентные волны возникают из-за импульсного сверхизлучения Дикке. Другое предположение связано с возникновением параметрической модуляции излучения на возникающих квазижидких пленках в деформированных кристаллах. Данное явление изучено в квантовой оптике, где введен термин — „неклассический“ свет. В этом случае необходимо описание волнового поля в больших чем два базисных состояниях.

Добавочные некогерентные волны, связанные с течением льда, могут проявиться и в других объектах, например, при радиозондировании кристаллических облаков или массивных ледников. В них может наблюдаться потеря когерентности и отсутствие отражения от слоев, а также некоторое возрастание зондирующих сигналов на определенных поляризациях.

Следует подчеркнуть необходимость изучения электромагнитных свойств текучей компоненты льда.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект 02-10-00088а.

Список литературы

- [1] Бордонский Г.С., Гурулев А.А., Крылов С.Д., Цыбикжапов А.Ц., Цыренжапов С.В. // ЖТФ. 2006. Т. 76. Вып. 5. С. 94–97.
- [2] Агранович В.М., Гинзбург В.Л. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. М.: Наука, 1979. 432 с.

- [3] *Пекар С.И.* Кристаллооптика и добавочные световые волны. Киев: Наукова думка, 1982. 294 с.
- [4] *Даценко Л.И., Кладько В.П., Мачулин В.Ф., Молодкин В.Б.* Динамическое рассеяние рентгеновских лучей реальными кристаллами в области аномальной дисперсии. Киев: Академперіодика, 2002. 352 с.
- [5] *Розенберг Г.В.* // УФН. 1955. Т. 56. Вып. 1. С. 77–110.
- [6] *Быков В.П.* Лазерная электродинамика. Элементарные и когерентные процессы при взаимодействии лазерного излучения с веществом. М.: Физматлит, 2006. 384 с.
- [7] *Бордонский Г.С., Гурулев А.А., Крылов С.Д.* // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. Вып. 22. С. 46–54.
- [8] *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Изд-во АН СССР, 1957. 502 с.
- [9] *Силин Р.А.* Периодические волноводы. М.: ФАЗИС, 2002. 438 с.
- [10] *Petrenko V.F., Whitworth R.W.* Physics of Ice. Oxford Univ. Press, 2002. 347 p.
- [11] *Drews R., Eisen O., Weikusat I. et. al.* // The Cryosphere. 2009. N 3. P. 195–203.