

Индукцированная шумом устойчивость колебательного режима системы магнитных диполей

© А.М. Шутый

Ульяновский государственный университет,
432970 Ульяновск, Россия
e-mail: shuty@mail.ru

(Поступило в Редакцию 16 декабря 2010 г.)

На основе численного анализа исследована динамика магнитного момента кольцеобразной системы шарообразных тел, реализующаяся при ее возбуждении гармоническим магнитным полем и дополнительным шумовым сигналом. Выявлен стохастический эффект, при котором под воздействием шума осуществляется переход системы в неустойчивый, без дополнительного возмущения, режим колебаний суммарного магнитного момента с частотой, отличной от частоты гармонического поля. Показана возможность управления величиной интенсивности шумового сигнала, необходимой для реализации данного эффекта.

Введение

В настоящее время большое внимание уделяется исследованиям стохастических эффектов в различных системах [1–3], что связано как со стремлением анализировать модели, приближенные к реальным объектам, в динамику которых включаются различные случайные факторы, так и с возможным использованием регулируемых хаотических состояний в технологиях управления и обработки информации [3]. При этом актуальным является не только выявление условий генерации или подавления хаоса, но также изучение влияния стохастических сигналов на различные динамические режимы и, в частности, исследование индуцированной шумом устойчивости состояний системы [4,5]. К одному из наиболее известных эффектов, обусловленных влиянием шума, относится стохастический резонанс, который проявляется в резонансной зависимости от уровня прилаемого шума отклика системы на воздействие регулярного сигнала [6–8]. При исследовании влияния стохастических полей на динамическую систему во многих случаях важным является анализ реализуемых в ней состояний бистабильности [1,3,9] и выявление возможностей управления бистабильными состояниями. Кроме того, необходимым является исследование неустойчивых состояний, которые определяющим образом могут влиять на устанавливаемую динамику системы, что становится особенно актуальным в случае подачи дополнительного слабого возмущения. При этом для анализа сложных динамических режимов и реализации фазовых переходов весьма удобными являются магнитные системы благодаря возможности эффективного управления ими с помощью внешнего поля [10–12]. Наряду с этим важным объектом исследований представляют системы магнитных частиц, позволяющие создавать новые среды [12,14]. В свою очередь, показано, что система частиц в большинстве случаев испытывает процесс агрегации с формированием за счет диполь-дипольного взаимодействия различных по объему и форме кластеров [15,16], в

пределах которых связь диполей значительно сильнее связи между кластерами. Интерес к исследованию дипольных систем связан прежде всего со свойствами, отличными от свойств отдельных составляющих их частиц и от свойств объемного вещества [17]. В настоящей работе на примере кольцеобразной системы магнитных диполей, находящейся под воздействием гармонического поля и шумового сигнала, рассматриваются особенности стохастического эффекта, в результате которого устанавливается неустойчивый без влияния шума режим колебаний суммарного магнитного момента, частота которых отлична от частоты исходного режима, и выявляются возможности управления реализуемой динамикой.

Исходные уравнения и равновесные состояния системы

Рассматривая систему диполей, полагаем, что каждый из них связан с другими диполями посредством диполь-дипольного взаимодействия и способен вращаться вокруг неподвижной точки, которая совпадает с центром симметрии и является также центром инерции диполя. Время изменения конфигурации и ориентации связанной системы в целом или изменения расстояния между диполями принимается достаточно большим относительно времени установления равновесных ориентаций дипольных магнитных моментов и характерных временных параметров колебательных режимов диполей (при включении внешнего переменного поля), чтобы вышеназванной динамикой можно было пренебречь. Тела с дипольными магнитными моментами предполагаются однородными и шарообразными, что обусловлено не только необходимостью упрощений исследования, но и техническими особенностями формирования ряда соответствующих реальных магнитных объектов [18]. Материал объектов считается магнито жестким. При этом динамические уравнения для связанных диполей с мо-

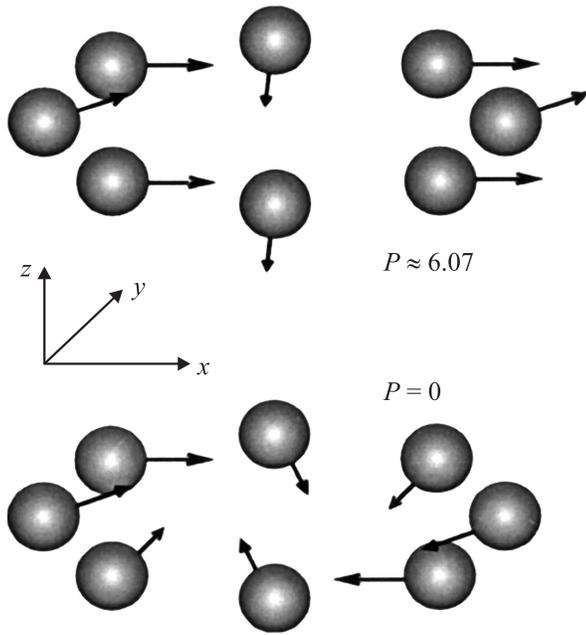


Рис. 1. Равновесные ориентации магнитных диполей кольцеобразной системы при реализации бистабильности с двумя различными значениями суммарного магнитного момента P .

ментами инерции в присутствии внешнего переменного магнитного поля $\mathbf{h}(t)$ имеют вид [19]

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_i}{dt} + \alpha_i \omega_i &= \mathbf{p}_i \times \left(\mathbf{h}(t) + \sum_{n \neq i} \left[\frac{3\mathbf{r}_{in}(\mathbf{p}_n \mathbf{r}_{in})}{r_{in}^5} - \frac{\mathbf{p}_n}{r_{in}^3} \right] \right), \\ \frac{d\mathbf{p}_i}{dt} &= \omega_i \times \mathbf{p}_i, \end{aligned} \quad (1)$$

где \mathbf{p}_i и $\omega_i = d\varphi_i/dt$ — дипольный магнитный момент и угловая скорость i -го диполя (φ_{ij} — угол поворота соответствующего диполя вокруг оси $j = x, y, z$ декартовой системы координат), J_i — момент инерции, α_i — параметр диссипации, $\mathbf{e}_{in} = \mathbf{r}_{in}/r_{in}$ — единичные векторы вдоль направления, где \mathbf{r}_{in} — вектор между расположениями i -го и n -го диполей. Принимая далее диполи идентичными: $|\mathbf{p}_i| = p$, $J_i = J$, $\alpha_i = \alpha$ и переходя к безразмерным параметрам, запишем исходную систему в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_i}{d\tau} &= -\beta \omega_i + \boldsymbol{\rho}_i \times \left(\mathbf{f}(\tau) + \sum_{n \neq i} \frac{[3\mathbf{e}_{in}(\boldsymbol{\rho}_n \mathbf{e}_{in}) - \boldsymbol{\rho}_n]}{l_{in}^3} \right), \\ \frac{d\boldsymbol{\rho}_i}{d\tau} &= \omega_i \times \boldsymbol{\rho}_i. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь дифференцирование проводится по безразмерному времени $\tau = vt$, где $v = \sqrt{p^2/Ja^3}$ (при этом $\omega_i = d\varphi_i/d\tau$), $l_{in} = r_{in}/a$ — расстояние, нормированное на характерный параметр конфигурации системы; $\rho_{ij} = p_{ij}/p$ — нормированные компоненты векторов магнитных моментов. Остальные параметры выражаются через исходные следующим образом:

$$\beta = \frac{\alpha}{vJ}, \quad f_j(\tau) = \frac{h_j(\tau)p}{v^2J}.$$

При отсутствии внешнего переменного поля ($f_j = 0$) для систем с достаточно большим числом диполей характерны бистабильные состояния, отличающиеся величиной суммарного магнитного момента $\mathbf{P} = \sum \boldsymbol{\rho}_i$. В частности, в случае кольцевых структур при числе диполей $N < 8$ равновесным является только состояние с нулевым значением суммарного магнитного момента, а при $N \geq 8$ имеет место бистабильность (см. рис. 1) и устанавливается не менее двух равновесных состояний [20] с нулевым значением суммарного магнитного момента $P = 0$ и с максимальным значением, определяемым выражением

$$P_{\max} \approx 0.63N + 1.02. \quad (3)$$

Далее при исследовании динамических режимов и анализе влияния на них шумового сигнала в качестве связанной системы рассмотрим кольцеобразную систему восьми идентичных диполей, располагающихся в вершинах правильного восьмиугольника, который лежит в плоскости xu (угол между осью x и направлением на i -ую вершину составляет величину $\theta_i = 2\pi i/N$).

Динамика системы под воздействием гармонического поля и шума

В случае возбуждения системы гармоническим линейно-поляризованным магнитным полем $\mathbf{h}_0 \sin(\tilde{\omega}t)$, ориентированным вдоль оси x ($h_{0x} = h_0$), в большом интервале значений нормированной амплитуды внешнего поля $f_{0x} = f_0$ реализуется состояние динамической бистабильности с режимами, отличающимися как по амплитуде, так и по частоте колебаний суммарного магнитного момента. Изменение параметров переменного поля приводит к изменению вероятности реализации составляющих бистабильность режимов (меняется соотношение фазовых областей притяжения соответствующих аттракторов). Так, для системы с параметром $\beta = 1$ на безразмерной частоте $\Omega = \tilde{\omega}/v = 0.1$ (здесь и далее) при относительно слабых полях ($f_{0x} < 2$) более вероятным оказывается установление колебаний на частоте Ω , а при сильных полях — на удвоенной частоте. Кроме того, для дальнейших исследований существенным является то, что в некоторых областях значений f_0 и плоскостного угла ориентации переменного поля один из режимов оказывается неустойчивым и реализуется лишь при некотором дополнительном возмущении.

Влияние аддитивного шума на динамику системы, как показал численный анализ, значительно эффективнее, когда стохастические колебания затрагивают не только амплитуду переменного магнитного поля, но и его ориентационный угол. Поэтому далее рассмотрим систему, разложив гармоническое внешнее поле и добавленный к нему шумовой сигнал на две составляющих. При этом соответствующий параметр в (2) имеет вид

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(\tau) &= (f_{0x} \sin(\Omega_1 \tau) + \xi_x(\tau)) \mathbf{e}_x \\ &+ (f_{0y} \sin(\Omega_2 \tau) + \xi_y(\tau)) \mathbf{e}_y, \end{aligned} \quad (4)$$

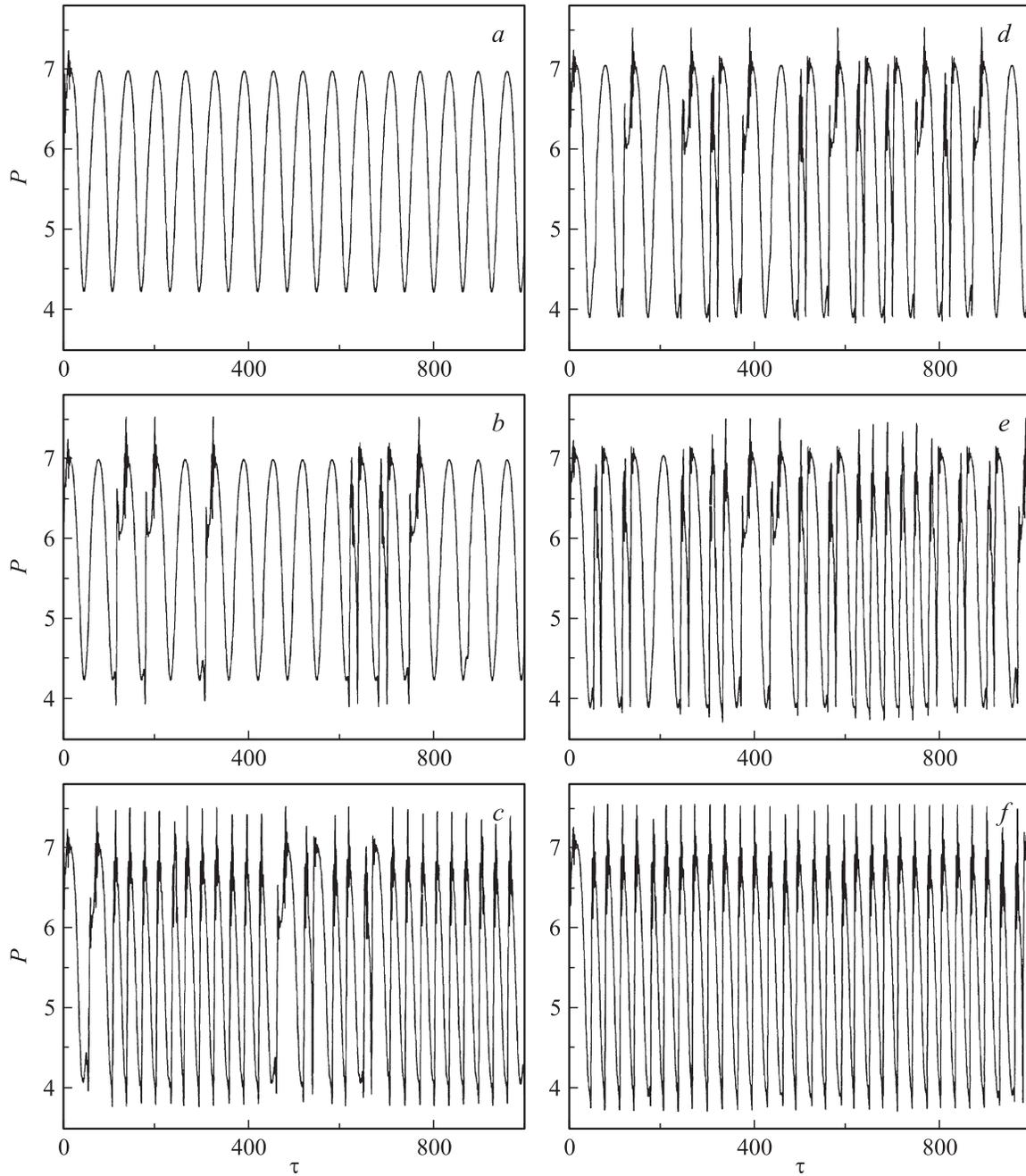


Рис. 2. Временные зависимости величины суммарного магнитного момента P при $f_0 = 1.4$ ($a-c$), $f_0 = 1.6$ ($d-f$) и угле поля $\theta_h = \pi/4$ в случае различной интенсивности шума: $2D = 0, 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}$ (a, b, d, e) и $2D = 1.0$ (c, f); $\Omega = 0.1, \beta = 1$.

где \mathbf{e}_j — направляющие вектора вдоль осей x и y ; частоты гармонических составляющих принимаем равными $\Omega_{1,2} = \Omega$; шумовые сигналы являются белым гауссовым шумом с нулевым средним значением и функцией корреляции $\langle \xi_j(\tau)\xi_j(\tau + \xi) \rangle = 2D_j\delta(\xi)$ с интенсивностью $2D_j$, которая также принимается одинаковой для обеих составляющих $D_j = D$.

На рис. 2 приведена временная зависимость величины нормированного магнитного момента системы при ориентационном угле гармонического поля

$\theta_h = \pi/4$ (отсчитываемом от оси x), т.е. $f_{0j} = f_0$ (здесь и в последующих расчетах), для $f_0 = 1.4$ (a, b, c), $f_0 = 1.6$ (d, e, f) и различной интенсивности шума $2D = 0, 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}$ (a, d, e, b соответственно) и $2D = 1.0$ (c, f). В отсутствие шума для указанных величин поля реализуется близкий к гармоническому колебательный режим на частоте Ω , режим с удвоенной частотой при этом оказывается неустойчивым (колебания с частотой 2Ω устанавливаются только при $f_0 \geq 2.0$). Воздействие шумового сигнала вначале (при слабых шумах)

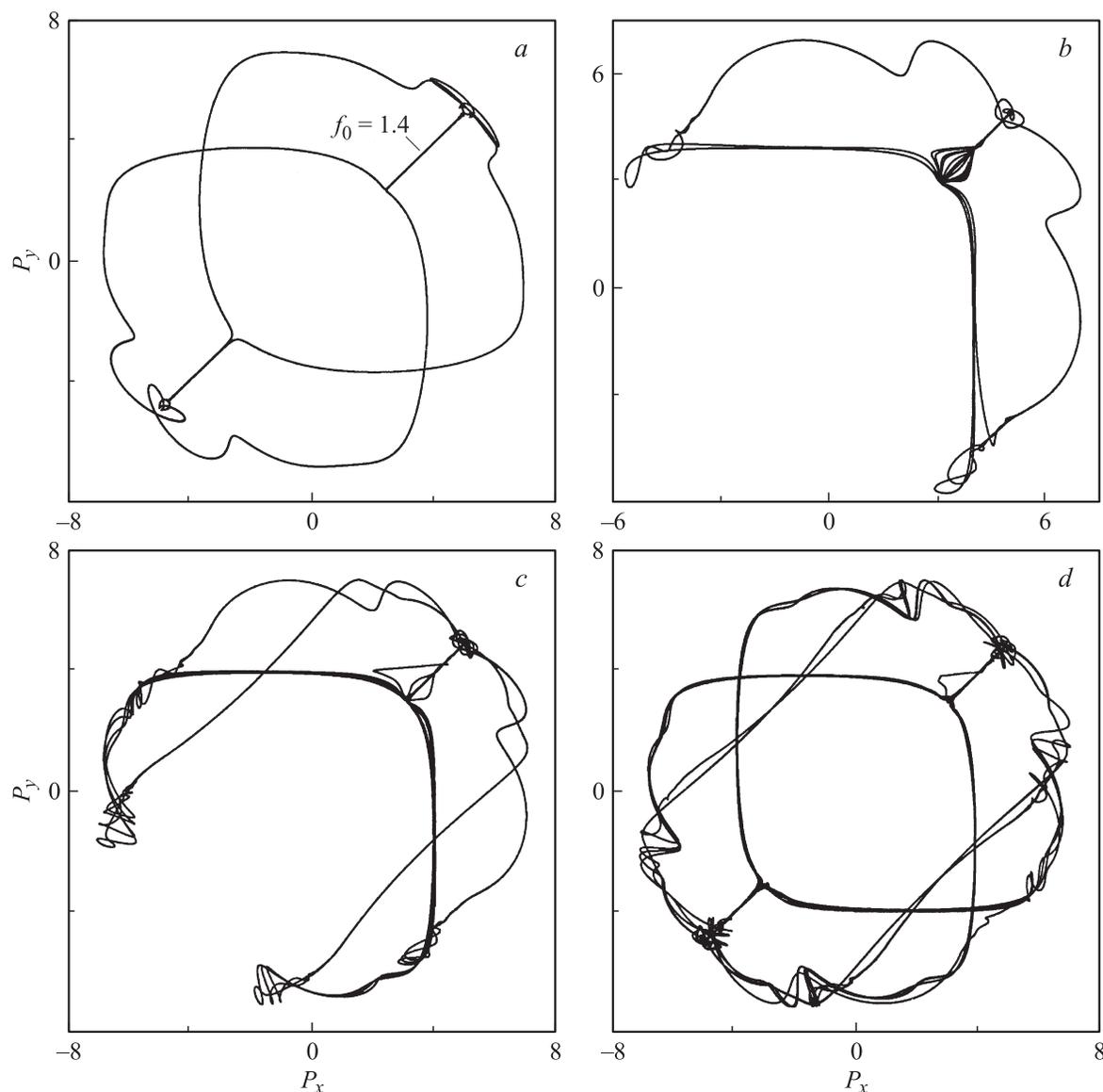


Рис. 3. Проекция траекторий нормированного магнитного момента системы диполей в отсутствие шума (а) и при $2D = 5 \cdot 10^{-3}, 10^{-1}, 1$ (b–d); $f_0 = 2.0$ (a) и $f_0 = 1.4$ (b–d, а также указанный отрезок на рис. a); $\Omega = 0.1, \beta = 1, \theta_h = \pi/4$.

приводит к отдельным сбоям гармонических колебаний, при которых реализуется динамика магнитного момента системы, характерная для колебаний с удвоенной частотой. Вероятность подобных сбоев увеличивается с усилением шумового сигнала, и при интенсивных шумах колебательная динамика приближается к регулярному режиму на частоте 2Ω . Выбором параметра f_0 можно в большом интервале значений менять интенсивность шумового сигнала, необходимую для возникновения сбоев исходных колебаний — на частоте Ω — и установления колебаний на удвоенной частоте. Так, при $f_0 = 1.4$ шум с $2D = 10^{-4}, 10^{-3}$ не вызывает изменения динамики магнитного момента (зависимость аналогична приведенной на рис. 2, a), шум с $2D = 1$ приводит к колебаниям на удвоенной частоте, нарушаемым редкими сбоями режима. В случае $f_0 = 1.6$ (ближе к критической

величине $f_0 \approx 2.0$) при $2D = 1$ индуцированный шумом режим оказывается очень близок к регулярному (сбои если и имеют место, то весьма редкие), а отдельные нарушения исходного режима (колебаний на частоте Ω) возникают при очень слабых шумах ($2D < 10^{-4}$). Таким образом, дополнительное воздействие шума приводит к возникновению устойчивости режима, который при данных параметрах, но без дополнительного шумового сигнала является неустойчивым, и осуществляется переход динамики магнитного момента системы на этот режим.

Одной из существенных особенностей данного стохастического эффекта, которая отличает его от стохастического резонанса, является отсутствие заметного нарушения индуцированных шумом колебаний в большом интервале значений параметра $2D$. То есть даже при

сильном шумовом сигнале (в пределе рассмотренных значений) мощность колебаний на частоте 2Ω (на частоте режима, возбуждаемого при данных параметрах систему только при дополнительном воздействии шума) практически не падает.

На рис. 3 приведены проекции траекторий нормированного магнитного момента системы диполей в отсутствие шумового сигнала (а) и при шуме интенсивностью $2D = 5 \cdot 10^{-3}, 10^{-1}, 1$ (b-d). В отсутствие шума при параметре поля $f_0 = 2.0$ устанавливается сложный по траектории режим колебаний на удвоенной частоте (а); при $f_0 = 1.4$ устанавливаются близкие к гармоническим колебания на частоте Ω (проекция траектории данного режима представляет собой отрезок, указанный на рис. 3, a). На рис. 3, b, c показаны проекции траекторий в случае увеличивающегося числа сбоев (при увеличении интенсивности шума) исходного режима для $f_0 = 1.4$, которые приводят к коротким временным интервалам динамики, отвечающей сложному режиму (характерному для внешнего поля большей амплитуды). При этом проекция траектории на рис. 3, d, также соответствующая величине $f_0 = 1.4$, близка к проекции траектории колебаний на удвоенной частоте. Заметим, что при достаточно большом увеличении интенсивности шума или при приближении параметра f_0 к критическому значению (последнее дает значительно больший эффект) траектория режима, возбуждаемого в присутствии шумового сигнала (при остальных параметрах, отвечающих колебаниям на частоте Ω), практически повторяет траекторию, приведенную на рис. 3, a (отвечающую колебаниям на удвоенной частоте), за исключением некоторого ее утолщения из-за флуктуаций, вызванных шумом.

На рис. 4 приведена временная зависимость модуля суммарного магнитного момента системы диполей при параметре f_0 , убывающем в интервале времени $\tau < \tau_1$ по линейному закону от $f_0 = 2.1$ до $f_0 = 1.8$, в отсутствие шума (а) и при шуме интенсивностью $2D = 3$ (b), а также при постоянном $f_0 = 1.6$ в случае начального включения шума интенсивностью $2D = 5$, дальнейшего его выключения в момент времени τ_1 и очередного включения шума интенсивностью $2D = 1$ в момент времени τ_2 (c). Из рис. 4, a, b видно, что реализуемый режим колебаний на частоте 2Ω в отсутствие дополнительного шумового возмущения теряет устойчивость с уменьшением амплитуды внешнего гармонического поля, в результате чего происходит переход в колебательный режим на частоте Ω . Однако при включении шумового сигнала устойчивость колебаний на удвоенной частоте сохраняется. Рис. 4, c показывает, что после непродолжительного переходного периода в отсутствие шума устанавливаются гармонические колебания на частоте поля (режим на удвоенной частоте без шума теряет устойчивость), а при новом включении шума вновь реализуется режим колебаний на удвоенной частоте. Кроме того, видно, что даже пятикратное увеличение интенсивности шумового сигнала слабо

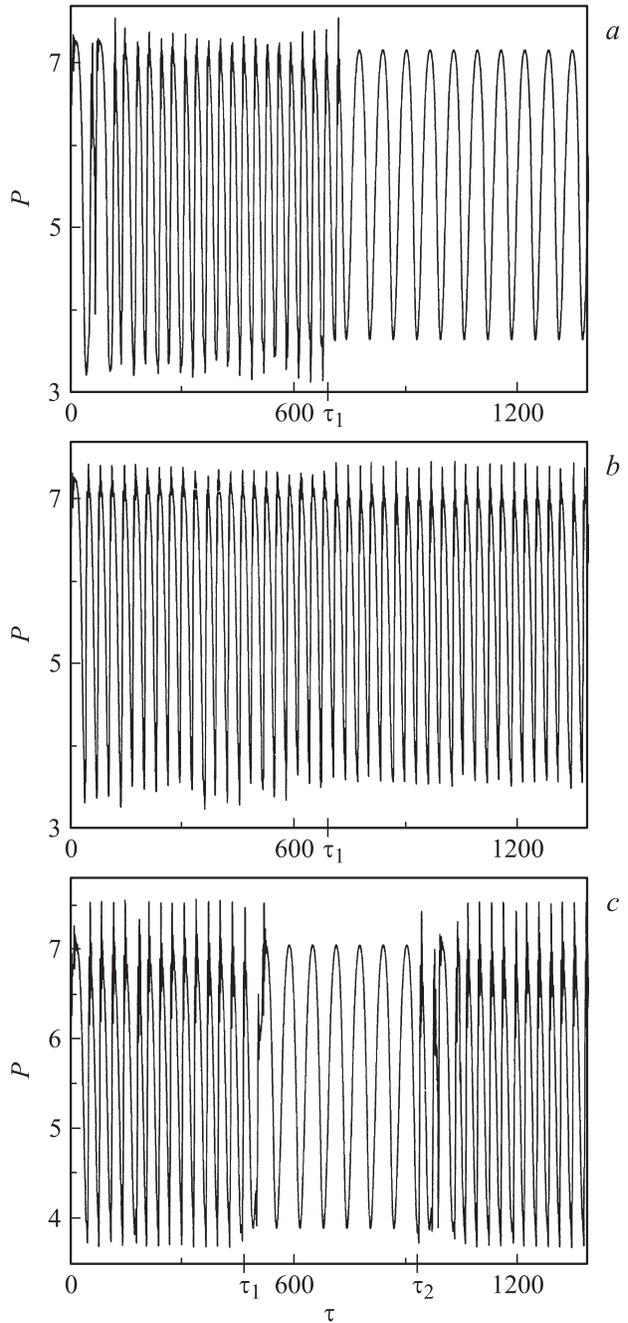


Рис. 4. Временные зависимости величины магнитного момента системы P при f_0 , убывающем в интервале времени $\tau < \tau_1$ от значения $f_0 = 2.1$ до $f_0 = 1.8$, в отсутствие шума (а) и при шуме с $2D = 3$ (b), при $f_0 = 1.6$ и шуме с $2D = 5$ в интервале $\tau < \tau_1$, а также при отсутствии шума в интервале $\tau_1 < \tau < \tau_2$ и при шуме с $2D = 1$ для $\tau > \tau_2$ (c); $\Omega = 0.1$, $\beta = 1$, $\theta_h = \pi/4$.

влияет на динамику системы, что, как было сказано, отличает рассматриваемый эффект от стохастического резонанса. Необходимо заметить следующее. Данный происходящий под воздействием шума переход между колебательными режимами отличается от эффекта, при котором шумовой сигнал „перебрасывает“ дина-

мическую систему с одного аттрактора на другой, в результате чего не происходит возвращения системы к исходному режиму после выключения шума [21]. Установившаяся при шуме динамика сохраняется, когда остается только гармоническое поле. Очевидно, что в рассматриваемом случае устанавливается динамический режим, который без дополнительного шумового сигнала является неустойчивым.

Заключение

Таким образом, исследования показали, что в рассматриваемой системе магнитных диполей, для которой характерными являются бистабильность равновесной конфигурации и динамическая бистабильность (возникающая при возбуждении системы гармоническим магнитным полем), при определенных условиях реализуется индуцированная шумом устойчивость режима колебаний суммарного магнитного момента. В результате данного стохастического эффекта один из составляющих бистабильность колебательных режимов, который при изменении параметров системы оказался неустойчивым, вновь становится устойчивым под воздействием дополнительного шумового сигнала. При этом реализуются переходы между режимами. В частности, возбуждение системы только гармоническим полем приводит к установлению колебаний магнитного момента системы на частоте внешнего поля; включение дополнительного шумового сигнала вызывает переход динамики на режим, близкий к регулярным колебаниям магнитного момента на удвоенной частоте, который без шума оказывается неустойчивым. Выключение шума приводит к возвращению исходного режима колебаний на частоте внешнего поля. Индуцированный шумом режим реализуется при достаточно большой интенсивности шума, в случае же относительно слабых шумов возникают сбои исходных колебаний на динамику неустойчивого режима, которые учащаются с усилением шумового сигнала. При этом за счет малого изменения амплитуды гармонического магнитного поля достигается управление (в большом интервале значений) величиной интенсивности шумового сигнала, необходимой для приближения динамики магнитного момента системы к неустойчивому без дополнительного возмущения режима колебаний. Дальнейшее усиление шума не приводит к заметному изменению установившейся под его воздействием динамики, что отличает исследованный стохастический эффект от классического стохастического резонанса. Выявленный эффект следует ожидать в широком классе дипольных систем, в которых имеет место динамическая бистабильность, и один из составляющих ее режимов при определенных параметрах системы становится неустойчивым.

Список литературы

- [1] Анищенко В.С., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е., Нейман А.Б., Стрелкова Г.И., Шиманский-Гайер Л. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. Москва–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 544 с.
- [2] Кузнецов С.П. Динамический хаос. М.: Физматлит, 2006. 356 с.
- [3] Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С. Основы теории сложных систем. Ижевск: НИЦ „РХД“, 2008. 620 с.
- [4] D’Odorico P., Laio F., Ridolfi L. // PNAS. 2005. Vol. 102. N 31. P. 10 819–10 822.
- [5] Ibrahim R.A. // J. of Vibration and Control. 2006. Vol. 12. N 10. P. 1093–1170.
- [6] Wellens T., Shatokhin V., Buchleitner A. // Rep. Prog. Phys. 2004. Vol. 67. N 1. P. 45–105.
- [7] Zhou B., Xu W. // Chaos, Solitons & Fractals. 2008. Vol. 38. N 4. P. 1146–1151.
- [8] Шутый А.М. // ФТТ. 2010. Т. 52. Вып. 7. С. 1323–1329.
- [9] Шутый А.М. // ЖТФ. 2010. Т. 80. Вып. 11. С. 29–34.
- [10] Mantegna R.N., Spagnolo B., Testa L., Trapanese M. // J. Appl. Phys. 2005. Vol. 97. 10E519 (3 pages).
- [11] Семенов Д.И., Шутый А.М. // УФН. 2007. Т. 177. № 8. С. 831–857.
- [12] Testa L., Trapanese M. // Physica B: Phys. of Condensed Mat. 2008. Vol. 403. N 2–3. P. 486–490.
- [13] Eliseev A.A., Vyacheslavov A.S., Lukashin A.V., Tret'yakov Yu.D., Suzdalev I.P., Maksimov Yu.V., Goernert P. // International Journal of Nanoscience. 2006. Vol. 5. N 4 & 5. P. 459–463.
- [14] Головань Л.А., Тимошенко В.Ю., Кашкаров П.К. // УФН. 2007. Т. 177. № 6. С. 619–638.
- [15] Гладких Д.В., Диканский Ю.И. // ЖТФ. 2006. Т. 76. Вып. 8. С. 13–18.
- [16] Лахтина Е.В., Пиеничников А.Ф. // Коллоид. журн. 2006. Т. 68. № 3. С. 327–337.
- [17] Макаров Г.Н. // УФН. 2008. Т. 178. № 4. С. 337–376.
- [18] Губин С.П., Кокиаров Ю.А., Хомутов Г.Б., Юрков Г.Ю. // Успехи химии. 2005. Т. 74. № 6. С. 539–574.
- [19] Шутый А.М. // ЖЭТФ. 2009. Т. 135. Вып. 5. С. 1009–1010.
- [20] Шутый А.М. // ЖЭТФ. 2010. Т. 137. Вып. 2. С. 277–286.
- [21] Шутый А.М. // Письма в ЖЭТФ. 2008. Т. 87. Вып. 3. С. 181–186.