

К расчету нестационарных механических напряжений, образующихся в твердотельных объектах при поглощении энергии лазерного излучения по термоупругому механизму

© К.Л. Муратиков

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: klm.holo@mail.ioffe.ru

(Поступило в Редакцию 29 ноября 2010 г.)

В квазистатическом приближении разработан общий подход к расчету нестационарных термоупругих напряжений в твердотельных объектах, генерируемых в результате поглощения энергии лазерного излучения. В рамках трехмерной модели получены аналитические выражения для радиальной и тангенциальной компонент тензора напряжений на поверхности объекта.

Облучение твердотельных объектов лазерным излучением часто сопровождается выделением тепловой энергии значительной плотности в их приповерхностных слоях. Выделение тепловой энергии в свою очередь приводит к развитию термоупругих процессов, которые могут сопровождаться появлением существенных механических деформаций и напряжений. На практике часто реализуются условия, соответствующие квазистатическому приближению, при котором размеры объекта и длина возбуждаемых в нем тепловых волн оказываются существенно меньше длин акустических волн [1,2]. Общая методика расчета деформаций в таком случае была рассмотрена в работе [3].

Основной целью данной статьи является обобщение результатов работы [3] на случай расчета механических напряжений, возникающих в приповерхностных слоях твердотельных объектов при поглощении энергии лазерного излучения по термоупругому механизму. Для решения подобной задачи в линейном приближении необходимо найти компоненты тензора напряжений

$$\sigma_{ij} = 2\mu u_{ij} + [\lambda u_{kk} - \gamma(T - T_0)]\delta_{ij}, \quad (1)$$

где λ и μ — коэффициенты Ламэ, γ — коэффициент термоупругой связи, u_{ij} — компоненты тензора деформации, T — распределение температуры, создаваемое в объекте тепловыми источниками; T_0 — температура окружающей среды.

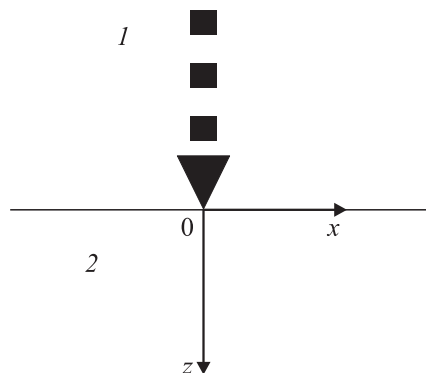
В работе [3] в квазистатическом приближении были получены выражения для компонент вектора деформаций u_x , u_y и u_z для объекта со свободной границей, занимающего полупространство $z > 0$, при произвольном характере распределения в нем температуры (граница объекта расположена в плоскости (x, y) , см. рисунок). В настоящей работе для простоты ограничимся случаем, когда пучок возбуждающего лазера на поверхности объекта обладает радиальной симметрией. Кроме того, будем считать, что излучение возбуждающего лазера изменяется во времени по гармоническому закону с частотой ω . Тогда модуляцию распределе-

ния температуры в объекте при воздействии лазерного излучения можно представить в следующем виде $\Delta T(r, z, t) = \Delta T(r, z, \omega)e^{i\omega t}$. В работе [3] было показано, что в этом случае компоненты вектора деформации поверхности объекта u_z и u_r имеют следующий вид:

$$u_z(r, \omega) = -(1 - 2\nu)(1 + \nu) \frac{\gamma}{\pi E} \times \int_0^\infty dk_\perp k_\perp J_0(k_\perp r) S(k_\perp, \omega), \quad (2a)$$

$$u_r(r, \omega) = (1 - 2\nu)(1 + \nu) \frac{\gamma}{\pi E} \times \int_0^\infty dk_\perp k_\perp J_1(k_\perp r) S(k_\perp, \omega), \quad (2b)$$

где ν — коэффициент Пуассона, E — модуль Юнга, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ — расстояние от центра лазерного пучка



Геометрия расположения образца и возбуждающего лазерного излучения: 1 — возбуждающее лазерное излучение, 2 — образец.

на поверхности объекта до точки наблюдения,

$$S(k_{\perp}, \omega) = \int_0^{\infty} dz' e^{-k_{\perp} z'} \Delta \tilde{T}(k_{\perp}, z', \omega),$$

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{T}(k_{\perp}, z', \omega) &= \int dx \int dy e^{-ik_x x - ik_y y} \Delta T(x, y, z, \omega) \\ &= 2\pi \int_0^{\infty} dr J_0(k_{\perp} r) \Delta T(r, z, \omega) \end{aligned}$$

— фурье-образ распределения температуры в объекте по координатам x и y , $k_{\perp} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$, $J_0(k_{\perp} r)$ и $J_1(k_{\perp} r)$ — функция Бесселя нулевого и первого порядков.

В задаче с рассматриваемой симметрией достаточно вычислить компоненты вектора напряжений σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$ и σ_{zz} . При этом следует иметь в виду, что в силу граничного условия на свободной поверхности $\sigma_{zz} = 0$ при $z = 0$. Поэтому для определения приповерхностных напряжений необходимо определить только компоненты тензора напряжений σ_{rr} и $\sigma_{\theta\theta}$. Для их определения можно воспользоваться соотношениями типа [4]

$$\sigma_{rr} = \sigma_{ll} + \frac{E}{1+\nu} u_{rr} - \gamma \Delta T, \quad \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{ll} + \frac{E}{1+\nu} u_{\theta\theta} - \gamma \Delta T, \quad (3)$$

где $\sigma_{ll} = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} u_{ll}$.

В соответствии с равенством (3) для определения σ_{rr} и $\sigma_{\theta\theta}$ необходимо знать три компоненты тензора деформации u_{rr} , $u_{\theta\theta}$ и u_{zz} . Компоненты тензора деформации u_{rr} и $u_{\theta\theta}$ легко определяются с помощью выражения (2б) и соотношений $u_{rr} = \partial u_r / \partial r$ и $u_{\theta\theta} = u_r / r$. В общем случае компоненту тензора деформаций u_{zz} можно рассчитать по методике, описанной в работе [5], используя выражения для плотности эффективных поверхностных сил при термоупругих деформациях, полученные в работе [3]. Однако при расчете напряжений только на поверхности объекта ее можно просто выразить через уже известные компоненты u_{rr} и $u_{\theta\theta}$, воспользовавшись граничным условием $\sigma_{zz}|_{z=0} = 0$. Не останавливаясь на деталях подобных вычислений, приведем сразу окончательные выражения для компонент тензора напряжений σ_{rr} и $\sigma_{\theta\theta}$ на поверхности объекта

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}(r, 0, \omega) &= (1 - 2\nu) \frac{\gamma}{2\pi} \\ &\times \int_0^{\infty} dk_{\perp} k_{\perp} \left[\frac{2k_{\perp} S(k_{\perp}, \omega) - \Delta \tilde{T}(k_{\perp}, 0, \omega)}{1 - \nu} J_0(k_{\perp} r) \right. \\ &\left. - \frac{2}{r} S(k_{\perp}, \omega) J_1(k_{\perp} r) \right], \quad (4a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta}(r, 0, \omega) &= (1 - 2\nu) \frac{\gamma}{2\pi} \\ &\times \int_0^{\infty} dk_{\perp} k_{\perp} \left[\frac{2\nu k_{\perp} S(k_{\perp}, \omega) - \Delta \tilde{T}(k_{\perp}, 0, \omega)}{1 - \nu} J_0(k_{\perp} r) \right. \\ &\left. + \frac{2}{r} S(k_{\perp}, \omega) J_1(k_{\perp} r) \right]. \quad (4б) \end{aligned}$$

Выражения (4а) и (4б) носят достаточно общий характер и могут быть использованы при любом радиально симметричном распределении температуры в образце. В соответствии с (4а) и (4б) в центре лазерного пучка на поверхности объекта имеет место равенство $\sigma_{rr}(0, 0, \omega) = \sigma_{\theta\theta}(0, 0, \omega)$. Отметим, что подобного рода результат справедлив и в задачах термоупругости для круглых дисков с распределением температуры, симметричным относительно центра [4].

Распределение плотности лазерного излучения по поверхности объекта обычно носит гауссов характер. В работах [3,6] приведены выражения для фурье-образов температуры в объектах для этого случая при поверхностном поглощении излучения накачки и при изменении его во времени по гармоническому закону. Используя полученные в них результаты и выражения (4а) и (4б), компоненты тензора термоупругих напряжений на поверхности объекта для рассматриваемого случая можно представить в следующей форме:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}(r, 0, \omega) &= (1 - 2\nu) \frac{\gamma W_L}{8\pi K_s} \\ &\times \int_0^{\infty} dk_{\perp} k_{\perp} e^{-\frac{a^2 k_{\perp}^2}{4}} \frac{1}{(h + \xi)(k_{\perp} + \xi)} \\ &\times \left[\frac{k_{\perp} - \xi}{1 - \nu} J_0(k_{\perp} r) - \frac{2}{r} J_1(k_{\perp} r) \right], \quad (5a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta}(r, 0, \omega) &= (1 - 2\nu) \frac{\gamma W_L}{8\pi K_s} \\ &\times \int_0^{\infty} dk_{\perp} k_{\perp} e^{-\frac{a^2 k_{\perp}^2}{4}} \frac{1}{(h + \xi)(k_{\perp} + \xi)} \\ &\times \left[\frac{(2\nu - 1)k_{\perp} - \xi}{1 - \nu} J_0(k_{\perp} r) + \frac{2}{r} J_1(k_{\perp} r) \right], \quad (5б) \end{aligned}$$

где W_L — мощность лазерного излучения, a — радиус лазерного пучка на поверхности изучаемого объекта, K_s — теплопроводность материала образца, $h = H/K_s$, H — коэффициент, характеризующий теплообмен образца с окружающей средой, $\xi = \sqrt{k_{\perp}^2 + 2i/\lambda_T^2}$, $\lambda_T = \sqrt{2\kappa/\omega}$ — длина тепловой волны в образце, κ — его температуропроводность.

В общем случае выражения (5а) и (5б) имеют достаточно сложную структуру. Поэтому в рамках данной работы рассмотрим поведение компонент тензора

деформаций σ_{rr} и $\sigma_{\theta\theta}$ в центре лазерного пучка, т.е. при $r = 0$. С использованием выражений (5а) и (5б) при $r = 0$ для них получим следующий результат:

$$\sigma_{rr}(0, 0, \omega) = \sigma_{\theta\theta}(0, 0, \omega) = \frac{1 - 2\nu}{1 - \nu} \frac{\gamma W_L}{8\pi K_s} \times \int_0^{\infty} dk_{\perp} k_{\perp} e^{-\frac{a^2 k_{\perp}^2}{4}} \frac{\nu k_{\perp} - \xi}{(h + \xi)(k_{\perp} + \xi)}. \quad (6)$$

Кроме того, в рамках данного сообщения ограничимся анализом поведения напряжений для случая, когда лазерное излучение относительно слабо сфокусировано на поверхность объекта и выполняется условие $\lambda_T \leq a/2$. Из-за наличия в выражении (6) экспоненты основной вклад в интеграл (6) дают значения $k_{\perp} \leq 2/a$. Поэтому выполнение условия $\lambda_T \leq a/2$ при вычислении интеграла (6) позволяет использовать приближенные равенства

$$\xi \approx \frac{\sqrt{2i}}{\lambda_T}, \quad k_{\perp} + \xi \approx \frac{\sqrt{2i}}{\lambda_T}.$$

Тогда компоненты тензора напряжений будут определяться выражением

$$\sigma_{rr}(0, 0, \omega) = \sigma_{\theta\theta}(0, 0, \omega) \approx -\frac{1 - 2\nu}{1 - \nu} \frac{\gamma W_L}{4\pi K_s} \frac{1}{h + \frac{\sqrt{2i}}{\lambda_T}} \frac{1}{a^2}. \quad (7)$$

Из выражения (7) видно, что его действительная часть отрицательна. Поэтому напряжения в центре лазерного пучка в рассматриваемом случае на стадиях, когда температура близка к своему максимальному значению, будут носить сжимающий характер. Отметим, что в соответствии с результатами [4] напряжения в центре диска также являются сжимающими при условии, что температура в центре диска выше, чем на его границах. В соответствии с выражением (7) при отсутствии теплоотвода ($h = 0$) амплитуда компонент тензора термоупругих напряжений убывает с частотой как $\omega^{-1/2}$. При этом их фазовая задержка относительно возбуждающего лазерного излучения не зависит от частоты и составляет 45° . С усилением теплоотвода этот закон убывания напряжений начинает проявляться при все более высоких частотах, а фазовая задержка уменьшается.

Выражение (7) позволяет оценить значения термоупругих напряжений, возникающих при поглощении энергии лазерного излучения в различных материалах при $\lambda_T \leq a/2$. Для этого воспользуемся известными соотношениями $\gamma = E\alpha_T$ (α_T — коэффициент теплового расширения) [5] и примем коэффициент теплообмена H с воздушной средой при нормальных условиях равным $7.6 \text{ W/m}^2\text{K}$ [7]. Анализ выражения (7) показывает, что при этом значении H можно считать $h = 0$ вплоть до частот возбуждения порядка 1 МГц для объектов из большинства материалов. Тогда в соответствии с (7), например при мощности лазерного излучения 1 W, радиусе

пучка 0.1 mm и частоте его модуляции 1 kHz, в стали будут создаваться переменные напряжения с амплитудой около 3 МПа, а в стекле при тех же условиях — около 50 МПа. Последнее значение уже может быть измеримым со значениями остаточных напряжений, возникающих в стекле при определенных технологических операциях. Таким образом, выражения (5)–(7) могут быть использованы для оценки параметров лазерного излучения, при которых создаваемые в материале термоупругие напряжения еще не приводят к его деградации.

В заключение автор выражает благодарность РФФИ за поддержку данной работы в рамках проекта № 11-02-0664а.

Список литературы

- [1] Li B.C. // J. Appl. Phys. 1990. Vol. 68. N 2. P. 482–421.
- [2] Hao H., Li B., Chen X. // Eur. Phys. J. Special Topics. 2008. Vol. 153. P. 419–421.
- [3] Муратиков К.Л. // ЖТФ. 2011. Т. 81. Вып. 2. С. 58–63.
- [4] Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1979. 560 с.
- [5] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. // Теория упругости. М.: Наука, 1987. 246 с.
- [6] Глазов А.Л., Муратиков К.Л. // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 11. С. 2184–2191.
- [7] Кислицын А.А. Основы теплофизики. Тюмень: Изд-во Тюменского государственного университета, 2002. 152 с.