

01;03

Электростатическая неустойчивость боковой поверхности струи вязкой жидкости с конечной электропроводностью в коллинеарном электростатическом поле

© С.О. Ширяева

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
150000 Россия, Ярославль
e-mail: shir@uniyar.ac.ru

(Поступило в Редакцию 18 ноября 2010 г.)

На основе анализа дисперсионного уравнения для изгибно-деформационных капиллярных волн на поверхности струи вязкой жидкости с учетом эффекта релаксации заряда в суперпозиции коллинеарного оси струи и радиального к ней электростатических полей исследованы особенности влияния конечности скорости переноса заряда на закономерности реализации электростатической неустойчивости боковой поверхности струи. Выявлено, что эффект конечности скорости выравнивания электрического потенциала наиболее заметно сказывается для струй слабопроводящих жидкостей. Влияние эффекта релаксации заряда проявляется в том, что возникают „чисто релаксационные“ течения жидкости, как периодические, так и апериодические. Для жидкостей с малыми значениями диэлектрической проницаемости реализация электростатической неустойчивости связана именно с релаксационными движениями. Уменьшение проводимости жидкости увеличивает инкременты неустойчивых релаксационных волн и расширяет их спектр в область коротких волн. Увеличение коэффициента поверхностной диффузии зарядов приводит к дестабилизации релаксационных движений жидкости, которые могут стать неустойчивыми.

В связи с исследованиями широко используемого в академических, технических и технологических приложениях феномена электродиспергирования жидкости [1–3] в экспериментах [4,5] обнаружено, что при больших разностях потенциалов, приложенных к разрядной системе, образуется весьма высокодисперсный заряженный жидкокапельный аэрозоль. При этом струи, формирующиеся на жидком мениске на вершине капилляра, по которому жидкость подается в разрядную систему, разветвляются (как ветки дерева от ствола), выбрасывая с боковой поверхности дочерние струйки, которые собственно и распадаются на заряженные капельки. Физическое истолкование описанной картины распада сильно заряженных струй дано в [6,7].

Хорошо известно, что при достаточно больших напряжениях электрического поля у поверхности идеально проводящей жидкости: сферической (для капли) [8,9] либо плоской [10,11], поверхность жидкости претерпевает неустойчивость по отношению к отрицательному давлению электрического поля, на ней образуются эмитирующие выступы, называемые „конусами Тейлора“ [12]. С вершин конусов Тейлора выбрасываются тонкие сильно заряженные струйки, распадающиеся на отдельные капельки, уносящие избыточный заряд с поверхности жидкости [2,4,5,13]. Этот же механизм работает и для цилиндрической поверхности струи, когда величина заряда, приходящегося на единицу длины струи, достигает достаточно большого значения [6,7]. В [6] анализ проведен для идеально проводящей жидкости, а в [7] — для диэлектрической.

В настоящей работе исследуется влияние конечности скорости переноса заряда на закономерности реализации

электростатической неустойчивости боковой поверхности струи.

1. Постановка задачи и ее математическая формулировка

Рассмотрим цилиндрическую струю несжимаемой жидкости с кинематической вязкостью ν , диэлектрической проницаемостью ϵ_{in} и удельной проводимостью σ , помещенную во внешнюю не проводящую среду, характеризующуюся диэлектрической проницаемостью ϵ_{ex} и пренебрежимо малой плотностью. В окружающем струю пространстве создается электростатическое поле напряженности \mathbf{E}_0 , коллинеарное оси струи, а на ее поверхности равномерно распределен заряд с равновесной поверхностной плотностью χ . Причиной возникновения поверхностного заряда может быть создание в окружающем струю пространстве радиального электростатического поля, при этом предполагается, что проводимость жидкости достаточна, чтобы обеспечить отсутствие заряда в объеме струи.

Для решения задачи введем цилиндрическую систему координат (r, φ, z) , движущуюся с постоянной скоростью, равной несущей скорости струи, ось OZ которой совпадает с осью струи. Все рассмотрение проведем в безразмерных переменных, в которых радиус струи R , плотность жидкости ρ и коэффициент поверхностного натяжения γ примем в качестве основных масштабов обезразмеривания ($R = \rho = \gamma = 1$).

Уравнение свободной поверхности струи, подверженной произвольным осцилляциям малой амплитуды, мо-

жет быть записано в виде

$$r = 1 + \xi(\varphi, z, t),$$

где функция $\xi(\varphi, z, t)$ описывает отклонение формы поверхности от цилиндрической, а ее амплитуда является малым параметром задачи ($|\xi(\varphi, z, t)| \ll 1$).

Будем исследовать устойчивость осциллирующей свободной поверхности струи в описанной системе. Математическая формулировка соответствующей задачи имеет вид

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0; \quad \partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla P_{in} + \nu \Delta \mathbf{u}; \quad \nabla P_{ex} = 0;$$

$$\mathbf{E}_j = -\nabla \Phi_j; \quad \Delta \Phi_j = 0; \quad j = \{in; ex\};$$

$$r \rightarrow 0: \quad \mathbf{u} \rightarrow 0; \quad \nabla \Phi_{in} \rightarrow -E_{in}^{(0)} \mathbf{e}_z;$$

$$r \rightarrow \infty: \quad \nabla \Phi_{ex} \rightarrow -E_0 \mathbf{e}_z;$$

$$r = 1 + \xi(\varphi, z, t): \quad \Phi_{in} = \Phi_{ex};$$

$$\varepsilon_{in} \mathbf{n} \cdot \nabla \Phi_{in} - \varepsilon_{ex} \mathbf{n} \cdot \nabla \Phi_{ex} = 4\pi \chi;$$

$$\partial_t H(\mathbf{r}, t) + \mathbf{u} \cdot \nabla H(\mathbf{r}, t) = 0;$$

$$H(\mathbf{r}, t) \equiv r - (1 + \xi(\varphi, z, t));$$

$$\nu (\boldsymbol{\tau}_\varphi \cdot (\mathbf{n} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \mathbf{n} \cdot (\boldsymbol{\tau}_\varphi \cdot \nabla) \mathbf{u}) + \Pi_\varphi = 0;$$

$$\nu (\boldsymbol{\tau}_z \cdot (\mathbf{n} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \mathbf{n} \cdot (\boldsymbol{\tau}_z \cdot \nabla) \mathbf{u}) + \Pi_z + T = 0;$$

$$-P_{in} + P_{ex} + 2\nu \mathbf{n} \cdot (\mathbf{n} \cdot \nabla) \mathbf{u} - P_E + P_\gamma = 0.$$

Здесь использованы следующие обозначения: P_{in} — гидродинамическое давление внутри струи; P_{ex} — давление во внешней среде; Φ_{in} , Φ_{ex} , \mathbf{E}_{in} , \mathbf{E}_{ex} — потенциалы и напряженности электрического поля внутри (in) и вне (ex) струи; $E_{in}^{(0)}$ — напряженность электрического поля на оси струи в равновесном состоянии; $\boldsymbol{\tau}_\varphi$, $\boldsymbol{\tau}_z$ и \mathbf{n} — касательные орты и орт нормали к возмущенной поверхности струи; Π_φ и Π_z — касательные компоненты электрической силы, действующей на единицу поверхности струи, а P_E , P_γ — давление на свободную поверхность электрического поля и капиллярных сил соответственно:

$$\Pi_i = \frac{1}{4\pi} [\varepsilon_{in} (\boldsymbol{\tau}_i \cdot \nabla \Phi_{in}) (\mathbf{n} \cdot \nabla \Phi_{in}) - \varepsilon_{ex} (\boldsymbol{\tau}_i \cdot \nabla \Phi_{ex}) (\mathbf{n} \cdot \nabla \Phi_{ex})] \quad (i = \varphi, z);$$

$$P_E = \frac{1}{8\pi} [\varepsilon_{in} ((\nabla \Phi_{in})^2 - 2(\mathbf{n} \cdot \nabla \Phi_{in})^2) - \varepsilon_{ex} ((\nabla \Phi_{ex})^2 - 2(\mathbf{n} \cdot \nabla \Phi_{ex})^2)];$$

$$P_\gamma = \text{div } \mathbf{n}.$$

Необходимо отметить, что в динамическом граничном условии для касательного направления $\boldsymbol{\tau}_z$ в невозмущенном состоянии системы вследствие движения поверхностного заряда в продольном электрическом поле

электрическое касательное напряжение отлично от нуля. Для того чтобы его скомпенсировать, в уравнение формальным образом введено постоянное внешнее напряжение T , причиной возникновения которого может быть, например, сопротивление среды движению струи.

Сформулированную задачу дополним уравнением, описывающим динамику изменения поверхностной плотности электрического заряда

$$\partial_t \chi + \mathbf{n} \cdot \mathbf{j}_\sigma + \chi (\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}) \nabla \cdot \mathbf{n} + \nabla_\Sigma \cdot (\chi (\mathbf{u}_\tau + b \mathbf{E}_\tau)) + \nabla_\Sigma \cdot (D \nabla_\Sigma \chi) = 0,$$

где

$$\mathbf{u}_\tau = (\mathbf{u} - \mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{u})); \quad \mathbf{E}_\tau = (\mathbf{E} - \mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{E})); \quad \mathbf{j}_\sigma = -\sigma \mathbf{E}_{in};$$

$\nabla_\Sigma \cdot \mathbf{A}$ и $\nabla_\Sigma \chi$ — поверхностная дивергенция и поверхностный градиент, вычисляемые по формулам (символом Σ обозначена поверхность струи):

$$\nabla_\Sigma \cdot \mathbf{A} = \left(\nabla \cdot \mathbf{A} - \mathbf{n} \cdot \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial n} \right) \Big|_\Sigma; \quad \nabla_\Sigma \chi = \left(\nabla \chi - \mathbf{n} \frac{\partial \chi}{\partial n} \right) \Big|_\Sigma.$$

В уравнении баланса учтены следующие физические факторы: проводимость жидкости, изменение площади свободной поверхности в результате ее деформации, перемещение зарядов вдоль поверхности током жидкости, под действием тангенциальной компоненты электрического поля и за счет диффузии. Последние два из перечисленных процессов характеризуются подвижностью носителей заряда b и коэффициентом диффузии D .

Решение сформулированной задачи стандартными методами (см., например, [2,6]) в линейном по амплитуде волн приближении приводит в пределе малой вязкости к дисперсионному уравнению [14]:

$$s^2 - f_1 g_m(k) + 2\nu s \left(f_2 - \frac{m^2}{s^2} f_1 \right) + \frac{1}{2s(s\alpha_1 + 4\pi\sigma g_m(k))} \left\{ w 2sk^2 [sf_3 + 4\pi\sigma\alpha_1 - D(k^2 + m^2)f_4] + W [s^2 f_5 + 2s(4\pi\sigma f_6 - D(k^2 + m^2)f_7) + f_1 f_8] - ik\sqrt{wW} [s^2 f_9 \alpha_1 + 2s(4\pi\sigma f_{10} + D(k^2 + m^2)f_{11}) - f_1 f_2 \alpha_1] \right\} = 0;$$

$$w = \frac{E_0^2}{4\pi}; \quad W = 4\pi\chi^2,$$

где параметры W и w характеризуют электрический заряд, приходящийся на единицу длины струи, и величину внешнего поля соответственно. Коэффициенты f_j ($j = 1, 2, \dots, 11$) являются функциями волнового числа k , азимутального числа m и диэлектрических проницаемостей ε_{in} , ε_{ex} , а явные выражения для них приведены в приложении.

Из дисперсионного уравнения видно, что в использованном приближении малой вязкости из-за ограничения

малыми ее степенями исчезли компоненты, связанные с подвижностью носителей заряда b . Это означает, что влияние данного физического фактора на волновое движение поверхности струи значительно слабее остальных, учтенных в уравнении переноса заряда.

2. Анализ дисперсионного уравнения для изгибно-деформационных мод ($m = 2$)

Волновые возмущения свободной поверхности струи с азимутальным числом, превышающим единицу, приводят к деформациям ее сечения, которое перестает быть окружностью. Под воздействием внешних дестабилизирующих факторов, например электрического поля или движения струи относительно среды, такие возмущения теряют устойчивость и на нелинейной стадии их роста на боковой поверхности струи формируется последовательность выступов [2,9,15], амплитуда которых и кривизна их вершин растут со временем. Это приводит к локальному усилению напряженности электрического поля на вершинах выступов, из которых выбрасываются тонкие струйки жидкости, распадающиеся на мелкие капельки, уносящие с поверхности струи „избыточный“ заряд. Такой вид распада струй называется „электростатическим“. Характерной его чертой является эмиссия заряженных капелек боковой поверхностью струи.

В ранее проведенных исследованиях было показано, что „электростатическую“ неустойчивость может вызвать радиальная компонента электрического поля, связанная с наличием достаточно большого поверхностного (для хорошо проводящих струй) [6] либо объемного (для диэлектрических струй) [7] заряда. Однако наименьшая величина напряженности электрического поля, необходимая для реализации неустойчивости изгибно-деформационных волн примерно равна пробойному (в смысле реализации коронного разряда в воздухе в окрестности струи) значению. Поэтому, согласно [4,5] электростатический распад заряженных струй в воздухе сопровождается разрядными процессами на поверхности струи. Коллинеарное оси струи электрическое поле в пренебрежении феноменом релаксации заряда играет стабилизирующую роль и не вызывает электростатической неустойчивости [6,7].

Учет динамики движения заряда вдоль поверхности струи в продольном электрическом поле показывает, что хотя в отсутствие радиальной компоненты коллинеарное оси струи поле не приводит к неустойчивости волновых возмущений с $m \geq 2$, его влияние на декременты капиллярных и релаксационных решений может быть различным. Под термином „капиллярные“ будем понимать те решения дисперсионного уравнения, возникновение которых не связано с учетом процессов поверхностного перемещения заряда, в отличие от „релаксационных“, появившихся именно вследствие учета релаксационных явлений.

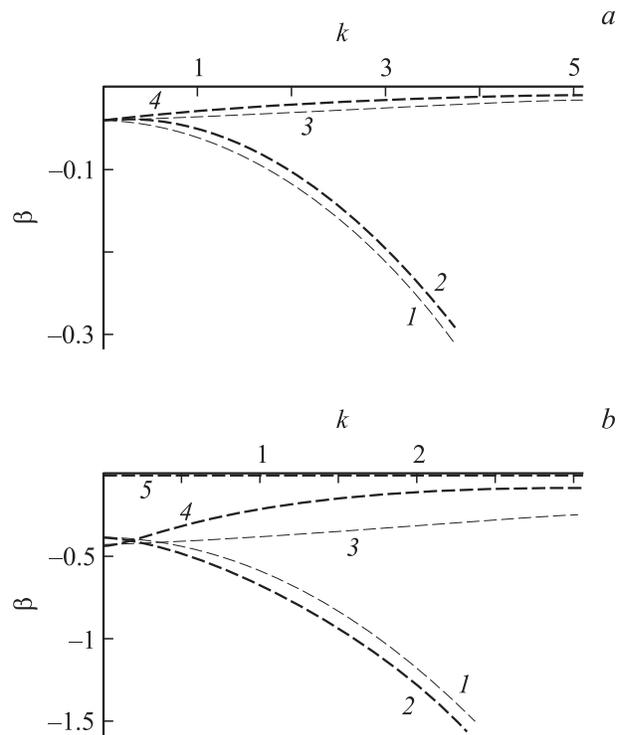


Рис. 1. Зависимости от безразмерного волнового числа k безразмерных декрементов β капиллярных периодических (линии 1 и 2) и релаксационных аperiodических (линии 3 и 4) движений жидкости, рассчитанные при $m = 2$, $\sigma = 1$, $W = 0$, $\epsilon_{ex} = 1$, $D = 0$; a — $\nu = 0.01$, $\epsilon_{in} = 20$; b — $\nu = 0.1$, $\epsilon_{in} = 80$ и различных зависимостях полевого параметра w . Тонкими линиями нанесены результаты расчетов при $w = 0$, жирными — при $w = 0.1$. Линия 5 соответствует декременту аperiodического слабо затухающего релаксационного движения (при $w = 0$ этого решения нет; на рис. 1, a оно сливается с осью абсцисс).

Из рис. 1, на котором приведены декременты капиллярных (линии 1 и 2) и релаксационных (линии 3 и 4) решений, видно, что продольное поле уменьшает декременты релаксационных ветвей, т.е. работает как дестабилизирующий фактор. В то же время его влияние на капиллярные ветви зависит от характеристик струи и может быть как дестабилизирующим (рис. 1, a), так и стабилизирующим (рис. 1, b), см. также [16]. Отметим, что рис. 1, b рассчитан при значениях безразмерных параметров ν и σ , характерных для струи воды с радиусом $\sim 1 \mu\text{m}$, а рис. 1, a соответствует более толстой струе жидкости с большим значением диэлектрической проницаемости. Заметим также, что частота капиллярных периодических решений увеличивается с ростом напряженности продольного поля, релаксационные решения остаются аperiodическими. Линия 5 на рис. 1, b соответствует еще одному релаксационному аperiodическому слабо затухающему корню дисперсионного уравнения, аналогичная линия на рис. 1, a сливается с горизонтальной осью.

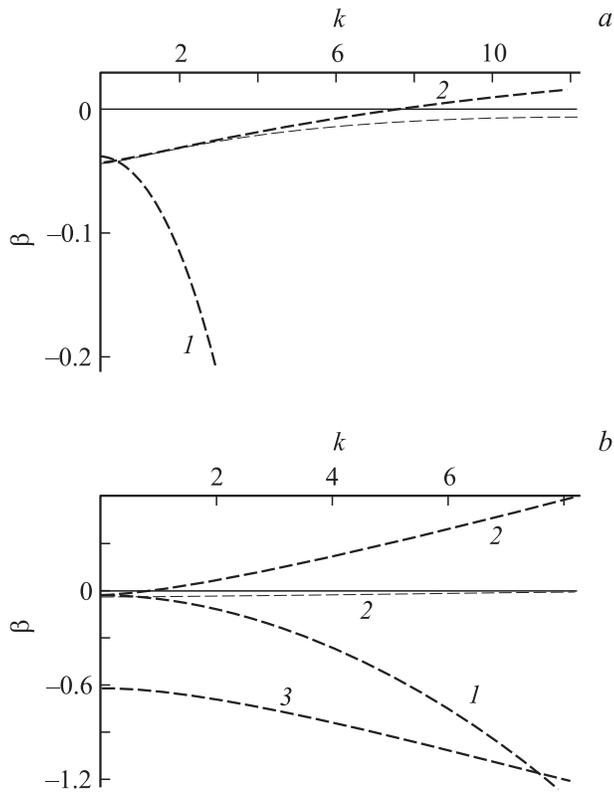


Рис. 2. Зависимости от безразмерного волнового числа k безразмерных декрементов β (при $\beta < 0$) и инкрементов (при $\beta > 0$) капиллярных периодических (линии 1) и релаксационных аperiodических (линии 2) движений жидкости, рассчитанные при $m = 2$, $\nu = 0.01$, $w = 0$, $\epsilon_{ex} = 1$, $\epsilon_{in} = 20$, $D = 0$; a — $\sigma = 100$, b — 1 и различных значениях зарядового параметра W . Тонкие линии — результаты расчетов при $W = 0$, жирные — при $W = 0.2$. Линия 3 соответствует декременту аperiodического затухающего релаксационного движения, отсутствующего при $W = 0$.

Дестабилизирующее влияние радиального электрического поля иллюстрирует рис. 2. Согласно представленным зависимостям, феномен релаксации заряда вдоль поверхности струи приводит к тому, что развитие электростатической неустойчивости возможно при существенно более низких, до пробойных, значениях напряженности поля. (Если для оценки пробойного значения напряженности электрического поля вблизи гладкой поверхности цилиндрической струи воспользоваться эмпирической формулой Пика [17] $E \approx 31(1 + 0.308/\sqrt{R})$ kV/cm, то для струи воды микронного радиуса „пробойное“ значение параметра W составит ≈ 1.2 .) Заметим, что в данном случае неустойчивость претерпевают релаксационные решения (линии 2 на рис. 2), а декременты капиллярных решений (линии 1) при таких величинах поля практически не изменяются (жирная линия перекрывает тонкую). Для хорошо проводящих струй (рис. 2, a) реализация неустойчивости возможна только для очень коротких волн ($k \geq 8$), но при уменьшении безразмерной проводимости (рис. 2, b) неустойчивыми могут стать и

значительно более длинные волны ($k \geq 1$). Радиальное электрическое поле уменьшает частоту периодических капиллярных решений, а релаксационные решения остаются аperiodическими. На рис. 2, b линия 3 соответствует аperiodическому релаксационному сравнительно быстро затухающему решению, аналогичное решение для хорошо проводящих жидкостей имеет значительно больший декремент и на рис. 2, a не приводится. Наличие таких быстро затухающих аperiodических движений жидкости приводит лишь к дополнительному рассеянию энергии, никак не сказываясь на рельефе поверхности струи.

Более значительное влияние на динамику свободной поверхности струи феномен релаксации заряда оказывает при наличии как продольной, так и радиальной компонент электрического поля (рис. 3). Линия 1 соответствует декременту пары капиллярных комплексно сопряженных корней дисперсионного уравнения (циклические частоты — мнимые части корней на рис. 3 не приведены). Перемещение заряда вдоль поверхности приводит к тому, что декремент одного из капиллярных решений увеличивается (линия 2), а другого — уменьшается (линия 3), и при больших значениях радиального поля может привести к появлению области неустойчивости. Значения циклических частот при этом практически не изменяются. Кроме того, в результате интенсификации релаксации заряда движения поверхности, соответствующие релаксационным решениям (ветви 4 и 5), могут потерять устойчивость (ветвь 5), а также стать периодическими. Значения циклической частоты релаксационных решений (частоты на рис. 3 не изображены) на порядок меньше частоты капиллярных. Однако благодаря большему инкременту именно эта ветвь ответственна за электростатическую неустойчивость поверхности струи и, следовательно, неустойчивость будет колебательной.

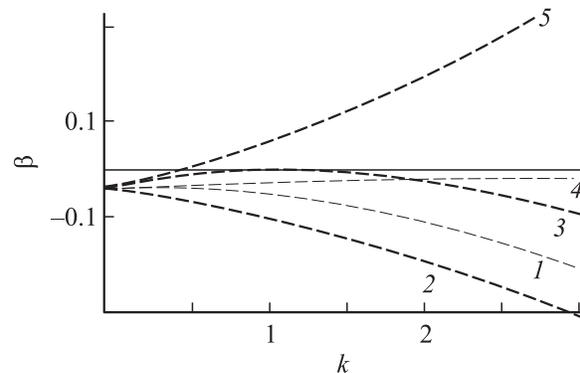


Рис. 3. Зависимости от безразмерного волнового числа k безразмерных декрементов β (при $\beta < 0$) и инкрементов (при $\beta > 0$) периодических капиллярных (линии 1–3) и релаксационных (линии 4, 5) движений жидкости, рассчитанные при $m = 2$; $\nu = 0.01$; $\sigma = 1$; $w = 0.1$; $\epsilon_{ex} = 1$; $\epsilon_{in} = 20$; $D = 0$. Тонкие линии соответствуют $W = 0$, жирные — $W = 0.1$. Линии 1–3 соответствуют периодическим капиллярным движениям: при $W = 0$ оба корня сливаются, так как имеют одинаковые декременты. Линии 4, 5 соответствуют релаксационным движениям.

Описанное выше влияние поверхностной релаксации заряда зависит от диэлектрических свойств жидкости (рис. 4). Для струй жидкостей со слабыми диэлектрическими свойствами капиллярные, сравнительно быстро осциллирующие, решения (линии 1 и 2) остаются устойчивыми, а электростатическая неустойчивость поверхности определяется слабо осциллирующим релаксационным решением (линия 3). Уменьшение диэлектрической проницаемости жидкости, т.е. усиление ее диэлектрических свойств, заметно уменьшает инкремент неустойчивого релаксационного решения (линия 4), увеличивая одновременно инкремент неустойчивого капиллярного (линия 5). Инкременты этих ветвей становятся сравними по величине в области значений волновых чисел: $0.5 < k < 5$. На величину декремента устойчивого капиллярного решения диэлектрические свойства жидкости практически не влияют (линии 1 и 6). Подчеркнем еще раз, что все ветви имеют отличные от нуля мнимые части (не изображенные на рис. 4), и циклические частоты капиллярных корней на порядок превосходят значения частот для релаксационных решений.

На динамику свободной поверхности слабопроводящих струй (тонких струй) в продольном электрическом поле определенное влияние может оказать явление поверхностной диффузии заряда (рис. 5). Сразу отметим, что рассматриваемый фактор сказывается только на релаксационных движениях. Увеличение коэффициента диффузии приводит к тому, что релаксационные движения могут стать причиной электростатической неустойчивости даже в отсутствие радиального электрического поля (рис. 5, *a*). Неустойчивость за счет поверхностной диффузии реализуется для довольно коротких волн, и с уменьшением длины волны ее колебательный характер (линии 3) меняется на аperiodический (линии 4 и 5). Длинные волны остаются устойчивыми (линии 1 и 2). При дальнейшем увеличении коэффициента поверхностной диффузии левая граница неустойчивости смещается в область длинных волн, а диапазон волновых чисел,

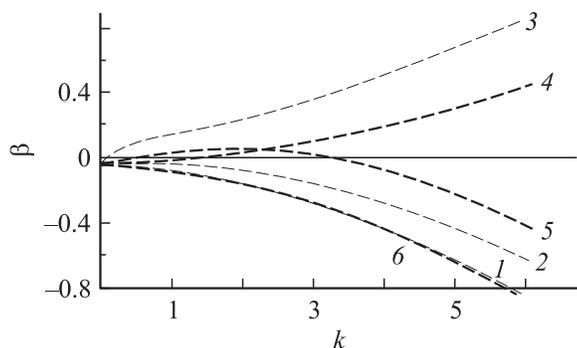


Рис. 4. Те же зависимости, что и на рис. 3, *a*, рассчитанные при $m = 2$; $\nu = 0.01$; $\sigma = 1$; $W = 0.1$; $w = 0.01$; $\epsilon_{ex} = 1$; $D = 0$ и различных значениях диэлектрической проницаемости жидкости. Тонкие линии — результаты расчетов при $\epsilon_{in} = 80$, жирные — при $\epsilon_{in} = 2$. Линии 1, 2 и 5, 6 соответствуют капиллярным периодическим движениям жидкости; линии 3 и 4 — релаксационным периодическим движениям.

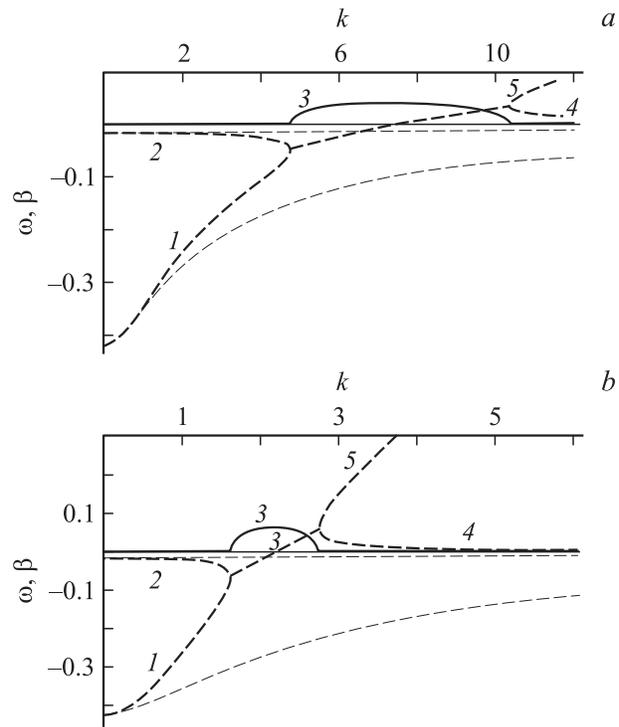


Рис. 5. Зависимости от безразмерного волнового числа k безразмерных декрементов, инкрементов (пунктир) и частот (сплошные линии) капиллярных и релаксационных движений жидкости, рассчитанные при $m = 2$, $\nu = 0.1$, $\sigma = 0.1$, $w = 0.01$, $W = 0$, $\epsilon_{ex} = 1$, $\epsilon_{in} = 80$ и различных значениях коэффициента диффузии. Тонкими линиями нанесены результаты расчетов при $D = 0$, жирными — при $D = 0.01$. Все ветви соответствуют релаксационным движениям, 1 и 2 — аperiodические затухающие решения; 3 — периодические решения, затухающие в области $4.5 < k < 7.5$ и неустойчивые в области $7.5 < k < 10.5$ (*a*) затухающие в области $1.6 < k < 2.2$ и нарастающие при $2.2 < k < 2.7$ (*b*); 4 и 5 — аperiodические неустойчивые решения (*a*), аperiodические нарастающие решения (*b*).

препревающих колебательную неустойчивость, сужается (рис. 5, *b*). Однако заметим, что использованные при расчетах рис. 5 значения безразмерного коэффициента диффузии очень велики, поскольку, например, для струи воды микронного радиуса это значение составляет $\sim 10^{-4} - 10^{-3}$. Поэтому фактическая реализация электростатической неустойчивости поверхности струи в продольном поле весьма проблематична. В отсутствие продольной компоненты электрического поля влияние поверхностной диффузии на динамику поверхности струи ничтожно мало.

Заключение

На основе анализа дисперсионного уравнения для изгибно-деформационных капиллярных волн на поверхности струи вязкой жидкости с конечной скоростью переноса заряда, находящейся в суперпозиции колли-

неарного оси струи и радиального к ней электростатического поля, для осесимметричных капиллярных волн с азимутальным числом $m = 2$ показано, что для жидкостей с диэлектрическими проницаемостями, коэффициентами поверхностной диффузии заряда и электропроводностями, изменяющимися в широком диапазоне, может иметь место электростатическая неустойчивость боковой поверхности струи.

Коллинеарное оси струи электростатическое поле в отсутствие радиальной компоненты не приводит к неустойчивости изгибно-деформационных волн с $m \geq 2$ и при учете динамики движения заряда вдоль поверхности струи. Однако его влияние на декременты капиллярных и релаксационных ветвей решения различно: оно уменьшает декременты релаксационных ветвей, т.е. работает как дестабилизирующий фактор. Декременты „капиллярных“ ветвей в зависимости от характеристик струи продольное поле может либо увеличивать (как и было без учета релаксации заряда), либо уменьшать (для более толстых струй жидкости с более сильными диэлектрическими свойствами).

В радиальном электрическом поле явление релаксации заряда вдоль поверхности струи существенно снижает критическое для развития электростатической неустойчивости значение напряженности. В результате данный вид неустойчивости может наблюдаться при „допробойных“ значениях напряженности поля. В отсутствие продольной компоненты поля электростатическая неустойчивость является аperiodической, а при его наличии носит колебательный характер.

Электростатическая неустойчивость струй жидкостей с более сильными диэлектрическими свойствами характеризуется меньшими инкрементами, т.е. развивается медленнее.

Влияние на динамику свободной поверхности струй поверхностной диффузии заряда заметно лишь при наличии продольной компоненты электрического поля и для слабопроводящих (тонких) струй. В продольном поле увеличение коэффициента диффузии может стать причиной электростатической неустойчивости даже в отсутствие радиального электрического поля. Однако требующиеся для этого величины коэффициента диффузии весьма значительны.

Приложение

$$f_1 = 1 - k^2 - m^2; \quad f_2 = 2k^2 + 2m^2 - g_m(k);$$

$$f_3 = (\epsilon_{\text{ex}} - \epsilon_{\text{in}})^2 g_m(k); \quad f_4 = f_3 - (\epsilon_{\text{ex}} - \epsilon_{\text{in}}) \alpha_1;$$

$$f_5 = k^2 + 3m^2 + 2f_2 h_m(k) + 2\epsilon_{\text{in}} f_6;$$

$$f_6 = \frac{1}{\epsilon_{\text{ex}}} (1 + h_m(k)) g_m(k)^2;$$

$$f_7 = \left(1 + \frac{\epsilon_{\text{in}}}{\epsilon_{\text{ex}}} g_m(k)\right) (k^2 + m^2 + g_m(k) h_m(k));$$

$$f_8 = 2(k^2 + m^2)^2 - (k^2 + 3m^2) g_m(k); \quad f_9 = 1 - 2g_m(k);$$

$$f_{10} = k^2 + m^2 + (1 - g_m(k) + 2h_m(k)) g_m(k);$$

$$f_{11} = (\epsilon_{\text{ex}} - \epsilon_{\text{in}}) (k^2 + m^2 - g_m(k)) + \alpha_1 \left(1 - \left(1 - 2 \frac{\epsilon_{\text{in}}}{\epsilon_{\text{ex}}}\right) g_m(k)\right);$$

$$\alpha_1 = \epsilon_{\text{in}} g_m(k) - \epsilon_{\text{ex}} h_m(k);$$

$$g_m(k) \equiv \frac{k I'_m(k)}{I_m(k)} = m + \frac{k I_{m+1}(k)}{I_m(k)};$$

$$h_m(k) \equiv \frac{k K'_m(k)}{K_m(k)} = m - \frac{k K_{m+1}(k)}{K_m(k)}.$$

$I_m(k)$ и $K_m(k)$ — модифицированные функции Бесселя первого и второго рода; m — азимутальный параметр.

Работа выполнена в рамках тематического плана университета, при поддержке грантов Рособразования № РНП 2.1.1/3776 и РФФИ (№ 09-01-00084 и 09-08-00148).

Список литературы

- [1] Ентов В.М., Ярин А.Л. // ВИНТИ. Итоги науки и техники. Сер. „Механика жидкости и газа“. 1984. Т. 17. С. 112–197.
- [2] Ширяева С.О., Григорьев А.И., Волкова М.В. Спонтанный капиллярный распад заряженных струй. Ярославль: Изд-во ЯрГУ, 2007. 340 с.
- [3] Eggers J., Willermaux E. // Rep. Prog. Phys. 2008. Vol. 71. N 036 601. P. 1–79.
- [4] Cloupeau M., Prunet Foch B. // J. Electrostatics. 1990. Vol. 25. P. 165–184.
- [5] Jaworek A., Krupa A. // J. Aerosol Sci. 1999. Vol. 30. N 7. P. 873–893.
- [6] Григорьев А.И. // ЖТФ. 2009. Т. 79. Вып. 4. С. 35–46.
- [7] Григорьев А.И., Ширяева С.О. // ЭОМ. 2009. № 6. С. 35–41.
- [8] Григорьев А.И. // ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 7. С. 1272–1278.
- [9] Ширяева С.О., Григорьев А.И., Корниенко Д.О. // ЖТФ. 2010. Т. 80. Вып. 11. С. 11–20.
- [10] Tonks L.A. // Phys. Rev. 1935. Vol. 48. P. 562–568.
- [11] Френкель Я.И. // ЖЭТФ. 1936. Т. 6. № 4. С. 348–350.
- [12] Taylor G.I. // Proc. R. Soc. London. 1964. Vol. A280. P. 383–397.
- [13] Григорьев А.И., Ширяева С.О. // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 3. С. 19–28.
- [14] Ширяева С.О. // ЖТФ. 2011. (в печати).
- [15] Ширяева С.О., Григорьев А.И., Левчук Т.В. // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 8. С. 6–14.
- [16] Ширяева С.О. // ЖТФ. 2010. Т. 80. Вып. 2. С. 45–50.
- [17] Райзер Ю.П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1987. 592 с.