Краткие сообщения

01;04;10

Ускорение тяжелых ионов в квазинейтральном режиме

© Ю.А. Коваленко, Т.В. Чернышёв, А.С. Чихачёв

Всероссийский электротехнический институт им. Ленина,
111250 Москва, Россия
e-mail: thambsup@gmail.com

(Поступило в Редакцию 13 июня 2010 г.)

Рассмотрено ускорение тяжелых ионов в бесстолкновительном режиме при полной компенсации зарядов пучка электронами плазмы. Используется кинетическое описание пучка ионов. Показана возможность ускорения ионов до скорости, превышающей скорость ионного звука.

В связи с существующим в настоящее время интересом к созданию холловских двигателей (трастеров) (см. [1,2]) представляется актуальным изучение процесса ускорения ионного пучка в различных режимах. При этом весьма интересным является процесс ускорения в условиях, когда заряд ионов полностью скомпенсирован электронами плазмы.

Концентрация электронов подчиняется распределению Больцмана:

$$n_e = n_0 \exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right), \tag{1}$$

где ϕ — потенциал, T_e — температура электронов. Уравнение для потенциала в цилиндрических координатах r, x в цилиндрически симметричной системе имеет вид

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 4\pi e\left(n_0 \exp\frac{e\phi}{T_e} - n_i\right). \tag{2}$$

Здесь n_i — плотность ионов. Пучок ионов характеризуется током J и радиусом $R(x)$, причем в параксиальном приближении справедливо выражение

$$n_i = \frac{J}{\pi R(x)^2 e v_0(x)}, \quad v_0(x) = \sqrt{v_{\text{in}}^2 - \frac{2e\phi_0(x)}{M}}. \tag{3}$$

Здесь M — масса иона, v_{in} — продольная компонента начальной скорости, $v_{\text{in}} \approx n_{T_i}$, $\phi_0(x) = \phi(r,x)\big|_{r=0}$.

Решение уравнения (2) в параксиальном приближении (см. [3]) имеет вид

$$\phi(r,x) = \phi_0(x) - \phi_0''(x)\frac{r^2}{4} + \pi r^2 e\left(n_0 \exp\frac{e\phi_0(x)}{T_e} - n_i\right). \tag{4}$$

Поперечное движение ионов пучка определяется силой F_r:

$$F_r = -e\frac{\partial\phi}{\partial r} = e\phi_0''(x)\frac{r}{2} + 2\pi r e^2\left(n_i - n_0\exp\frac{e\phi_0}{T_e}\right),$$

уравнение поперечного движения может быть записано в виде

$$\ddot{r} + \Omega^2(t) r = \frac{C_0^2}{r^3}, \tag{5}$$

где C_0 — момент скорости относительно оси,

$$\Omega^2(t) = -\frac{e\phi_0''}{2M} - \frac{2e^2 n_i}{M} + \frac{2\pi e^2 n_0}{M}\exp\left(\frac{e\phi_0}{T_e}\right).$$

Уравнение (5) имеет интеграл

$$I = (\dot{r}R - \dot{R}r)^2 + C_0^2\frac{R^2}{r^2} + \varepsilon_0^2\frac{r^2}{R^2}.$$

Здесь $\varepsilon_0 = R(0)v_{\text{in}}$ — эммитанс пучка ($R(x)$ — радиус пучка).

Если перейти от переменной t к x, считая, что $\frac{d}{dt} \equiv \equiv v_0(x)\frac{d}{dx}$, то

$$I = v_0^2(x)(r'R - R'r)^2 + C_0^2\frac{R^2}{r^2} + \varepsilon_0^2\frac{r^2}{R^2}, \tag{6}$$

где $r' = \frac{dr}{dx}$, $R' = \frac{dR}{dx}$.

Если взять функцию распределения в виде

$$f = \eta\delta(I - \varepsilon_0^2),$$

η — нормировочная константа, то для плотности ионов получим

$$n_i = \eta\frac{\theta(R-r)}{R^2(x)v_0(x)}, \quad \begin{cases}\theta(\varrho) = 1 & \varrho > 0,\\ \theta(\varrho) = 0 & \varrho < 0.\end{cases} \tag{7}$$

При этом для $R(x)$ следует уравнение

$$v_0(x)(v_0R')' + \Omega^2(x)R = \frac{\varepsilon_0^2}{R^3}. \tag{8}$$

Рассмотрим далее случай, когда значения плотности ионов пучка и электронов равны, — квазинейтральный режим:

$$n_i = \frac{J}{\pi R^2 v_0(z)} = n_e = n_0\exp\left(\frac{e\phi}{T_e}\right), \tag{9}$$

это соотношение устанавливает связь между потенциалом и радиусом. Если ввести безразмерный потенциал $\varphi_0 = \frac{-e\phi_0}{T_e}$, то эта связь имеет вид

$$R^2(x) = \frac{Je^{\varphi_0}}{n_0\pi e\sqrt{v_{\text{in}}^2 + 2v_s^2\varphi_0}} = \frac{Je^{\varphi_0}}{n_0\pi e v_s\sqrt{\frac{v_{\text{in}}^2}{v_s^2} + 2\varphi_0}}, \quad (10)$$

где $v_s = \sqrt{T_e/M}$ — скорость ионного звука, а уравнение для радиуса

$$v_0(v_0R')' + \frac{\varphi''}{2}v_s^2R = \frac{\varepsilon_0^2}{R^3}, \quad (11)$$

дебаевский радиус $\lambda = \sqrt{\frac{T_e}{4\pi e^2 n_0}}$. Введем безразмерные переменные: $\chi = \frac{x}{\lambda}$, $\vartheta_0 = \frac{v_0}{v_s} = \sqrt{\beta + 2\varphi_0}$; обозначим: $\beta = \frac{v_{\text{in}}^2}{v_s^2}$, $i = \frac{4Je}{T_e v_s}$, тогда безразмерный радиус $\rho(\chi) = \frac{R}{\lambda} = \sqrt{i\frac{e^{\varphi_0}}{\sqrt{\beta+2\varphi_0}}}$; $\rho(0) = \sqrt{\frac{i}{\sqrt{\beta}}}$, безразмерный эммитанс $\mu_0 = \frac{\varepsilon^2}{i^2\lambda^2 v_s^2} = \frac{1}{i}\sqrt{\beta}$.

Уравнение (11) преобразуется к виду

$$\frac{\varphi_0''}{2} + \frac{\varphi_0'^2}{4} + \frac{3}{4}\frac{\varphi_0'^2}{(\beta + 2\varphi_0)^2} = \mu_0 e^{-2\varphi_0}. \quad (12)$$

Начальные условия для (12): $\varphi_0(x)\big|_{x=0} = 0$, $\varphi_0'(x)\big|_{x=0} = 0$. Второе условие следует из того, что ионы вытягиваются из плазменной границы. Ускорению ионов соответствуют значения $\varphi > 0$. Из (12) можно видеть, что для эффективного ускорения должны быть достаточно большие значения μ_0, т.е. относительно большой эммитанс и малые токи.

Уравнение (12) допускает понижение порядка $\varepsilon = d\varphi_0/dx = \varepsilon(\varphi_0)$,

$$2\varepsilon'\varepsilon + \varepsilon^2\left(1 + \frac{3}{(\beta + 2\varphi_0)^2}\right) = 4\mu_0 e^{-2\varphi_0},$$

тогда при $\varepsilon(0) = 0$

$$\varepsilon^2 = 4\mu_0 \exp\left(-\varphi_0 + \frac{3}{2(\beta + 2\varphi_0)}\right) \times \int_0^{\varphi_0} \exp\left(-\xi - \frac{3}{2(\beta + 2\xi)}\right)d\xi \quad (13)$$

условие $\varepsilon' = 0$ достигается в единственной точке, удовлетворяющей уравнению:

$$\exp\left(-\varphi_0 - \frac{3}{2(\beta + 2\varphi_0)}\right) = \left(1 + \frac{3}{(\beta + 2\varphi_0)^2}\right) \times \int_0^{\varphi_0} \exp\left(-\xi - \frac{3}{2(\beta + 2\xi)}\right)d\xi.$$

Графическое решение этого уравнения определяет значение $\varphi_0 \simeq 1.09$, причем это значение не зависит от μ_0. При любых значениях $\mu \to 0$ значение $\varphi_0 \equiv 1.09$, что означает возможность перехода через звуковую точку, однако при малых μ_0 потенциал и, следовательно, скорость растут медленнее.

Перейдем к обсуждению результатов. Примем температуру электронов $T_c = 10\,\text{V}$, отношение температур $\beta = 0.01$, ионный ток $J = 1\,\text{A}$, а характерную концентрацию плазмы $n_0 = 10^{13}\,\text{cm}^{-3}$, газ — водород, тогда $\lambda \approx 10^{-3}\,\text{cm}$, $v_s = 4.3 \cdot 10^6$, а $\mu_0 = 1.2 \cdot 10^{-6}$. Решение уравнения (12) показано на рис. 1. Зависимость радиуса от потенциала на оси (10) показана на рис. 2, видно, что радиус пучка достигает минимума при $\varphi_0 = 0.5$, где и происходит переход через скорость звука, что напоминает сопло Лаваaля. Необходимое пространственное распределение потенциала показано на рис. 3.

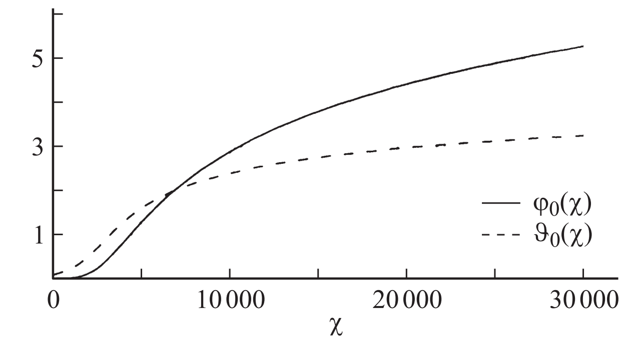

Рис. 1. Потенциал, скорость ионов на оси.

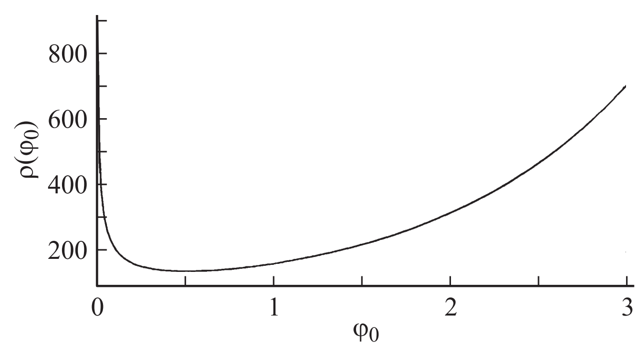

Рис. 2. Радиус пучка в зависимости от потенциалов φ_0.

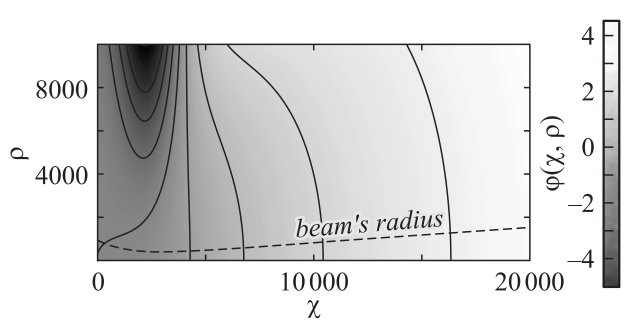

Рис. 3. Распределение потенциала.

Список литературы

[1] *Власов М.А., Жаринов А.В., Коваленко Ю.А.* // ЖТФ. 2001. Т. 71. Вып. 12.

[2] *Сапронова Т.М., Чихачёв А.С.* // РиЭ. 2010. Т. 55. № 3. С. 347.

[3] *Чихачёв А.С.* // Прикладная физика. 2005. № 4. С. 83.