

01;11

## Отступление от формулы Фаулера–Нордгейма для тока автоэмиссии из наночастиц

© Б.В. Стеценко

Институт физики НАН Украины,  
03680 Киев, Украина  
e-mail: stetsen@iop.kiev.ua

(Поступило в Редакцию 27 сентября 2010 г.)

Показано, что ток автоэлектронной эмиссии из наночастиц не следует соотношению Фаулера–Нордгейма из-за нелинейной зависимости потенциала в области между точками возврата. Вычислена прозрачность потенциального барьера игольчатого катода на плоском металлическом основании от среднего поля между электродами. Рассчитанный ток автоэлектронной эмиссии значительно меньше наблюдаемого экспериментально. Обсуждаются причины этого несоответствия.

Плотность тока автоэлектронной эмиссии следует зависимости, полученной в работе R.H. Fowler–L. Nordheim'a ( $\Phi$ – $N$ ) [1]. Величина тока зависит от работы выхода и электрического поля у поверхности катода, которое полагается постоянным между точками разворота. Зависимость тока эмиссии от электрического поля в координатах Фаулера–Нордгейма является линейной. Экспериментальные данные строят как функции тока от напряжения между электродами ( $VAX$ ), полагая линейной зависимость поля от напряжения. Справедливость формулы  $\Phi$ – $N$  не вызывает сомнений в применении к игольчатым катодам с радиусом кривизны вершины не менее 100 nm и длиной более 100  $\mu m$ . Однако эта же формула используется для анализа экспериментов с наноразмерными катодами (например, [2–5]). Для них, как будет показано далее, расчет тока по этой формуле приводит к ошибочным результатам. В работе [6] для вычисления прозрачности потенциального барьера углеродных нанотрубок также используется формула  $\Phi$ – $N$ .

Впервые отклонение от Фаулера–Нордгейма, по-видимому, кратко упомянуто в книге [7]. Независимо это показано в [8,9].

Как это было показано в работе [8], с уменьшением высоты катода и радиуса кривизны вершины предположение о постоянстве поля в области между точками разворота более несправедливо, поскольку область изменения потенциала становится несравнимой с шириной барьера, при которой наблюдается измеримый ток автоэлектронной эмиссии. Вследствие этого  $VAX$  отклоняются от зависимости Фаулера–Нордгейма, поскольку дальняя от катода точка поворота удаляется от его поверхности.

Когда работа над статьей была окончена, нам стало известно, что аналогичная модель автокатаода с малым радиусом кривизны была качественно изложена ранее [9]. Но в ней не проведены расчеты коэффициента туннелирования для геометрически подобных автоэммиттеров различных размеров, что, как будет видно, сделано в этой работе. Кроме того, в работе [9] предлагается аппроксимировать реальные  $VAX$  кривой

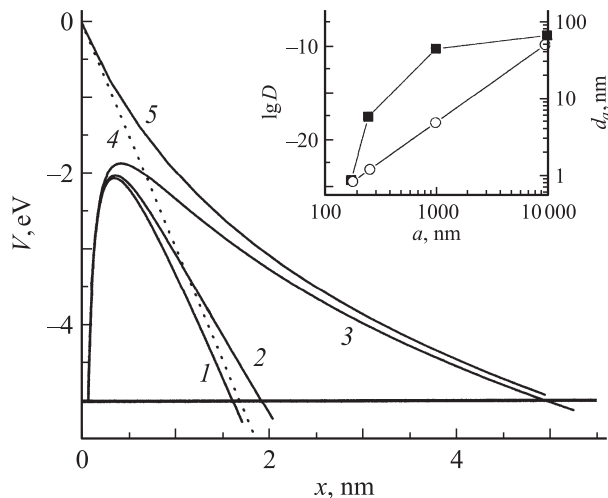
Фаулера–Нордгейма, подбирая эффективный подгоночный параметр. Возможно, это имеет смысл в каком-то узком интервале изменений геометрических параметров катода. Однако в диапазоне длин используемых катодов от десятков микрометров до нескольких нанометров с радиусами кривизны вершин от 100 до 1 nm и нелинейной связи туннелирования и потенциала использование эффективных параметров не имеет физического смысла. С учетом сказанного выше, в настоящей работе, по существу, развивается модель, изложенная в [9].

В работе рассчитывается поле катода, аппроксимированного половинкой вытянутого эллипсоида, закрепленного перпендикулярно плоскости основания. Задача эквивалентна вычислению поля вытянутого эллипсоида вращения в однородном поле. Плоский анод расположен на расстоянии, значительно превосходящем длину катода (бесконечно большом). Все электроды считаются металлическими в том смысле, что заряды на них распределены на геометрической поверхности электродов. Потенциал между электродами описывается выражением, приведенным в [10], и потенциалом сил зеркального изображения для плоской поверхности. Коэффициент туннелирования рассчитывался в ВКБ-приближении [11]. Расчетные формулы приведены в Приложении.

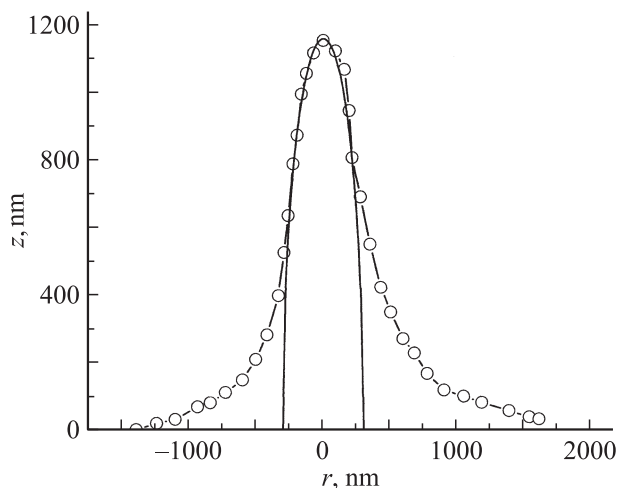
На рис. 1 показана зависимость потенциальной энергии и коэффициента туннелирования для подобных эллипсоидальных эмиттеров с длиной полуоси от 100 до 10 000 nm. Прозрачность потенциального барьера с уменьшением размеров подобных катодов существенно падает при постоянной величине электрического поля у поверхности.

$VAX$  катодов микронной и субмикронной длины в экспериментальных работах [4,5] в координатах  $\Phi$ – $N$  являются прямолинейными. Из этих графиков по формуле  $\Phi$ – $N$  оцениваются работа выхода материала катода и коэффициент усиления поля у вершины катода, прямолинейность является только необходимым, но не достаточным признаком  $VAX$  по  $\Phi$ – $N$ .

В работе [4] приведены электронно-микроскопические фотографии системы катодов и  $VAX$ . Работа выхода



**Рис. 1.** Потенциальные барьеры у поверхности катод–вакуум для эллипсоидальных катодов с длиной полуоси  $a = 10\,000$  (1),  $1\,000$  (2),  $125$  (3) nm. Потенциал однородного поля (4) и поля эллипсоида (5). На вставке — соответствующие им радиусы кривизны вершины (круги, шкала размеров справа) и коэффициенты туннелирования (сплошные квадраты, шкала слева) при среднем поле  $F_{\text{mid}} = 5 \cdot 10^5$ , при котором поле у вершины  $F_{\text{max}} = 3 \cdot 10^7$  V/cm.



**Рис. 2.** Форма катода, измеренная по электронно-микроскопическим снимкам катода в [4] (кружки) и аппроксимированном эллипсоидом вращения: большая полуось  $a = 1150$ , малая полуось  $b = 300$  nm и радиус кривизны  $d_a = 40$  nm.

катодов снижена до  $2.5$  eV напылением слоя  $\text{LB}_6$ . По фотографиям восстановлена форма катода, аппроксимированная вытянутым эллипсоидом (рис. 2), высота которого  $1150$  nm, а радиус кривизны вершины  $40$  nm. ВАХ этого катода в координатах Фаулера–Нордгейма приведена на рис. 3. Коэффициент усиления поля такого катода  $\beta \approx 13$ .

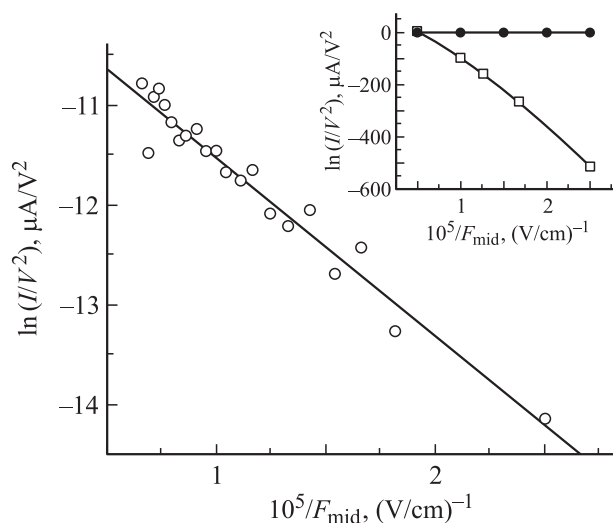
Если построить ВАХ, используя численно рассчитанную прозрачность барьера в диапазоне экспериментальных напряжений, то величина тока будет значительно

меньше наблюдаемой экспериментально (рис. 3, вставка). Для получения наблюдаемого при эксперименте тока величина напряжения должна быть по крайней мере в  $10$  раз больше. Поэтому авторы работы [4] на самом деле наблюдали не автоэлектронную эмиссию из изготовленных ими острых автокатодов, а так называемую низкополевую, природа которой в настоящее время неясна (см., например, обзор [3]).

В работе [5] исследовалась эмиссия электронов из углеродных нанотрубок, напыленных на плоскую проводящую поверхность. Используя формулу Фаулера–Нордгейма, в [5] вычислили коэффициент усиления среднего поля у вершины нанотрубки  $(1-2) \cdot 10^3$ . Длина трубок составляла  $1000$  nm. Для такого усиления поля радиус кривизны вершины, по нашим оценкам, равнялся бы  $0.05$  nm. Тогда ширина потенциального барьера при среднем поле  $F_{\text{mid}} \leq 5 \cdot 10^4$  V/cm, как в эксперименте, составляла бы  $20$  nm, а его прозрачность была бы нереально малой  $10^{-130}$ . Но по формуле Фаулера–Нордгейма прозрачность равнялась бы  $0.01$ . Эти оценки свидетельствуют о неприменимости модели Фаулера–Нордгейма.

Таким образом, в рассмотренных работах наблюдалась только низкополевая эмиссия электронов, достаточно убедительная модель которой до сих пор не разработана.

Причина низкополевой эмиссии, по нашему мнению, связана с уменьшением плотности электронных состояний наночастицы из-за размерного квантования спектра. Это приведет к контактной разности потенциалов между наночастицей и массивной подложкой. Заряд наночастицы тогда создаст у поверхности подложки вблизи места сочленения наночастицы с массивным основанием поле, достаточное для туннелирования электронов из него в наночастицу по вакууму. Внешнее напряжение



**Рис. 3.** Экспериментальная ВАХ [4]. На вставке — та же ВАХ (сплошные круги) и рассчитанная (квадраты) для вероятности туннелирования сквозь барьер, образованный потенциалом катода.

только изменит траекторию движения эмитированных электронов.

Другая возможная модель заключается в деформации поверхностного слоя внешними электрическими силами. Деформации в таком случае могут быть усилены рычагами, составленными из наночастиц. Аналогичная модель рассматривалась для пьезоэлектриков в работе [7], но она неприменима к электронной эмиссии из углеродных нанотрубок.

Таким образом, с уменьшением высоты автоэмиссионных катодов до микронных и субмикронных размеров соотношение Фаулера–Нордгейма становится неприменимым, а сделанные в экспериментальных работах относительно туннельного тока по Фаулеру–Нордгейму, по-видимому, лишены должного основания.

## Приложения

### 1. Потенциал полуэллипсоида на проводящей плоскости

Ось эллипсоида направлена вдоль  $z$ . Потенциал равен потенциалу проводящего эллипсоида в однородном поле  $F_{\text{mid}}$  [11]. Эквипотенциалы заданы уравнением

$$\frac{r^2}{b^2 + \xi} + \frac{z^2}{a^2 + \xi} = 1, \quad (\text{П1})$$

где  $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ , а  $\xi$  — эллиптическая координата эквипотенциальной поверхности. При  $\xi = 0$  (1) — уравнение поверхности эллипсоида, вытянутого вдоль оси  $z$ , если  $a > b$ . Эксцентриситет эллипсоида  $\varepsilon = (1 - (b/a)^2)^{1/2}$ , фокус  $ae = a\varepsilon$  и  $da = a(1 - \varepsilon)$  — расстояние от фокуса до вершины эллипсоида, принимаемое нами за радиус кривизны вершины. Потенциал эллипсоида при

$$u_e = F_{\text{mid}} z \left[ 1 - \frac{\text{arctg}(s) - s}{\text{arctg}(\varepsilon) - \varepsilon} \right], \quad (\text{П2})$$

где

$$s = \left( \frac{\varepsilon^2}{1 + \frac{\xi}{a^2}} \right)^{1/2},$$

$$\xi = -Q_1 + (Q_1^2 + Q_2)^{1/2}, \quad Q_1 = \frac{1}{2}(a^2 + b^2 - r^2 - z^2),$$

$$Q_2 = (ar)^2 + (bz)^2 - (ab)^2.$$

Полученная в [8] формула для потенциала не использовалась, хотя она лучше аппроксимирует форму экспериментального катода. Это сделано потому, что формула для эллипсоида проще, чем для более сложной формы, а величины полей в окрестности вершины отличаются лишь в четвертом-третьем знаках.

### 2. Коэффициент туннелирования [10] $D$

$$D = \exp\left(\frac{4\pi\sqrt{2m_e}}{h}\right) \int_{xl}^{xr} \sqrt{(eu_e(z) - E)} dz,$$

где  $m_e$ ,  $e$  — масса и заряд электрона,  $h$  — постоянная Планка,  $xl$ ,  $xr$  — точки разворота.

## Список литературы

- [1] Fowler R.H., Nordheim L. // Proc. Roy. Soc. 1928. Vol. 109. NA781. P. 173–181.
- [2] Елецкий А.В. // УФН. 1997. Т. 167. № 9. С. 945–972.
- [3] Forbes R.G. // Sol. State Electronics. 2001. Vol. 45. P. 779–808.
- [4] Wang X., Lin Z. et al. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2007. Vol. 40. P. 4775–4778.
- [5] Sveningsson M., Morjan R.-E. et al. // Appl. Phys. 2001. Vol. A 73. P. 409–418.
- [6] Бельский М.Д. и др. // ЖТФ. 2010. Т. 80. Вып. 2. С. 130–137.
- [7] Ненакаливаемые катоды. М.: Сов. радио, 1974. с. 165–177.
- [8] Stetsenko B.V., Shchurenko A.I. // Problems of Atomic Sci. and Techn. 2009. N 1. Plasma Physics. P. 136–138.
- [9] Abramovich A. // Surf. Sci. 1978. Vol. 70. P. 181–185.
- [10] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. Т. 8. М.: Наука, 1982. С. 46.
- [11] Левич В.Г., Вдовин Ю.А., Мямлин В.А. Курс теоретической физики. Т. 2. М.: Наука, 1971. С. 163.