

01;03

Нелинейный расчет напряженности электрического поля на поверхности тающей градины в условиях грозового облака

© В.А. Коромыслов, А.И. Григорьев, С.О. Ширяева, Ю.Н. Жигалко

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
150000 Ярославль, Россия
e-mail: grig@uniyar.ac.ru, grigorai@mail.ru

(Поступило в Редакцию 7 июня 2010 г.)

Привлекается внимание к роли аэродинамического давления на поверхность водяного слоя в формировании суммарной величины напряженности электрического поля у свободной поверхности слоя воды на заряженной тающей градине, движущейся параллельно внешнему электростатическому полю. В квадратичном приближении по амплитуде капиллярных осцилляций заряженного слоя электропроводной жидкости на поверхности обводненной градины получено и проанализировано асимптотическое аналитическое выражение для напряженности электрического поля в ее окрестности. Выяснилось, что движение градины относительно окружающего ее воздуха слабо сказывается на величине напряженности суммарного электрического поля у ее поверхности, но приводит к заметному увеличению интенсивности обмена энергией между соседними модами осцилляций. Показано, что наличие обдувающего градину потока воздуха оказывает существенное влияние на возможность нелинейного резонансного обмена энергией между изначально возбужденными модами и модами, возбуждающимися за счет нелинейного взаимодействия.

Введение

Как ранее отмечалось, согласно существующим представлениям (см., например, [1–4]), инициирование разряда молнии связано с мощной электронной лавиной, зарождающейся при коронном разряде в окрестности крупной свободно падающей в грозовом облаке капли или тающей градины (группы мелких капель и градин). Из общефизических соображений очевидно, что величина напряженности электрического поля окрестности капли или градины в условиях грозового облака определяется собственным электрическим зарядом и напряженностью внутриоблачного электрического поля. В работах [5–9] достаточно подробно исследовано влияние собственного заряда капли или градины, напряженности внешнего электростатического поля и толщины слоя жидкости на поверхности тающей градины на величину напряженности электрического поля в ее окрестности и показано, что коронный разряд в окрестности градины или капли может иметь место при зарядах капель и внутриоблачных полях, равных максимальным из наблюдаемых при натурных измерениях значениям. Возможное влияние аэродинамического давления в контексте проведенных в [5–9] рассуждений не рассматривалось. Тем не менее можно предположить, что на локальное значение напряженности электрического поля в окрестности фиксированной точки на поверхности градины может оказать влияние любое силовое воздействие (в том числе и аэродинамическое), приводящее к изменению локального значения средней кривизны свободной поверхности водяного слоя.

Аэродинамическое воздействие на водяной слой вследствие большой скорости падения крупных градин (измеряемой десятками метров в секунду) может быть значительным даже в модели идеальных жидкостей,

которыми в простейшем случае можно моделировать воду и окружающий воздух. В связи со сказанным в настоящей работе проведено исследование влияния скорости движения градины относительно среды на величину локального значения напряженности суммарного электрического поля на свободной поверхности водяного слоя.

1. Постановка задачи

Будем решать задачу о нахождении напряженности электрического поля вблизи поверхности сферического слоя идеальной несжимаемой идеально проводящей жидкости радиуса R , находящегося на поверхности твердого сферического ядра радиуса R_0 . Пусть жидкость характеризуется плотностью ρ_1 и коэффициентом поверхностного натяжения σ , а описанная система моделирует обводненную градину. Примем, что обладающая зарядом Q градина, находящаяся в однородном электростатическом поле с напряженностью \mathbf{E}_0 , движется с постоянной скоростью \mathbf{U}_0 , где $(\mathbf{U}_0 \parallel \mathbf{E}_0)$, относительно идеальной несжимаемой диэлектрической среды с плотностью ρ_2 и диэлектрической проницаемостью ϵ_* , занимающей бесконечный объем.

Предлагаемая модель описывает заряженную градину, свободно падающую во внутриоблачном электрическом поле. В естественных условиях градина движется относительно среды в суперпозиции электрического, гравитационного и аэродинамического полей. Сила аэродинамического сопротивления обеспечивает градине движение с примерно постоянной скоростью, но в силу малой толщины слоя воды не формирует существенно свободной поверхности жидкости по сравнению со сферой. Для удобства расчетов свяжем начало инерциальной системы отсчета с центром масс градины, тогда получим,

что относительно неподвижной градины с постоянной скоростью \mathbf{U}_0 движется среда.

Будем считать, что в начальный момент времени $t = 0$ равновесная сферическая форма свободной поверхности жидкости претерпела виртуальную осесимметричную деформацию конечной амплитуды (существенно меньшей толщины жидкого слоя), пропорциональную одной из мод его капиллярных осцилляций. Все рассмотрение проведем в безразмерных переменных, в которых $R = \sigma = \rho_1 = 1$, в сферической системе координат. Полярный угол ϑ будем отсчитывать от положительного направления поля \mathbf{E}_0 . Уравнение деформированной капиллярными осцилляциями свободной поверхности жидкости запишется в виде:

$$F(r, \vartheta, t) = r - 1 - \xi(\vartheta, t) = 0, \quad |\xi| \ll 1. \quad (1)$$

Течение жидкости будем полагать потенциальным, т.е. примем, что поля скоростей волнового движения жидкости в жидком слое $\mathbf{V}(\mathbf{r}, t) \equiv \nabla\psi(\mathbf{r}, t)$ и в среде $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t) \equiv \nabla\varphi(\mathbf{r}, t)$ определяются функциями потенциалов скоростей в жидком слое $\psi(\mathbf{r}, t)$ и в среде $\varphi(\mathbf{r}, t)$.

Математическая формулировка задачи расчета нелинейных осцилляций границы раздела сред состоит из системы уравнений Лапласа для потенциалов полей скоростей течения в жидком слое $\psi(\mathbf{r}, t)$, в среде $\varphi(\mathbf{r}, t)$ и для электростатического потенциала $\Phi(\mathbf{r}, t)$, а также граничных условий

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}, t) = 0; \quad \Delta\psi(\mathbf{r}, t) = 0; \quad \Delta\varphi(\mathbf{r}, t) = 0; \quad (2)$$

$$\begin{aligned} r = 1 + \vartheta : \quad & \frac{\partial\xi}{\partial t} = \frac{\partial\psi}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial\psi}{\partial\vartheta} \frac{\partial\xi}{\partial\vartheta}; \\ & \frac{\partial\psi}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial\psi}{\partial\vartheta} \frac{\partial\xi}{\partial\vartheta} = \frac{\partial\varphi}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial\varphi}{\partial\vartheta} \frac{\partial\xi}{\partial\vartheta}; \\ & -\frac{\partial\psi}{\partial t} - \frac{1}{2}(\nabla\psi)^2 + P_{\text{in}}^{(0)} + p_E - p_\sigma \\ & = -\rho \frac{\partial\varphi}{\partial t} - \frac{\rho}{2}(\nabla\varphi)^2 + P_{\text{ex}}^{(0)}; \\ & p_E \equiv \varepsilon_*(\nabla\Phi)^2/8\pi; \quad p_\sigma \equiv \text{divn}; \\ & \Phi(\mathbf{r}, t) = \Phi_S(t); \\ r \rightarrow \infty : \quad & -\nabla\Phi(\mathbf{r}, t) \rightarrow \mathbf{E}_0; \quad \nabla\varphi(\mathbf{r}, t) \rightarrow \mathbf{U}_0; \\ r = R_0 : \quad & \partial\psi(\mathbf{r}, t)/\partial r = 0. \end{aligned}$$

В выписанных соотношениях $P_{\text{in}}^{(0)}$ и $P_{\text{ex}}^{(0)}$ обозначают давления в жидком слое и среде соответственно в невозмущенном состоянии; p_E — давление электрического поля собственного заряда и внешнего поля на свободную поверхность жидкого слоя; p_σ — лапласовское давление; $\mathbf{n} = \nabla F(r, \vartheta, t)/|\nabla F(r, \vartheta, t)|$ — единичный вектор внешней нормали к поверхности жидкого слоя; $\Phi(\mathbf{r}, t)$ — потенциал электростатического поля в окрестности градины; $\Phi_S(t)$ — постоянный вдоль свободной поверхности жидкости электрический потенциал; $\rho \equiv \rho_2/\rho_1$.

Кроме перечисленных выше граничных условий следует учесть также условия:

— неизменности собственного электрического заряда системы

$$-\frac{\varepsilon_*}{4\pi} \oint_s (\mathbf{n} \nabla\Phi) ds = Q; \quad s = \begin{cases} r = 1 + \xi(\vartheta, t); \\ 0 \leq \vartheta \leq \pi; \\ 0 \leq \phi \leq 2\pi; \end{cases}$$

— неизменности объема слоя жидкости:

$$\int_{V_1} r^2 dr d\mu d\phi = -\frac{4}{3}\pi(1 - R_0^3);$$

$$\mu \equiv \cos\vartheta; \quad V_1 = \begin{cases} R_0 \leq r \leq 1 + \xi(\vartheta, t); \\ 0 \leq \vartheta \leq \pi \quad (-1 \leq \mu \leq 1); \\ 0 \leq \phi \leq 2\pi. \end{cases}$$

— неподвижности центра масс градины

$$\frac{\int_{V_1} r dV_1 + \rho_* \int_{V_2} r dV_2}{\int_{V_1} dV_1 + \rho_* \int_{V_2} dV_2} = 0; \quad V_2 = \begin{cases} 0 \leq r \leq R_0; \\ 0 \leq \vartheta \leq \pi; \\ 0 \leq \phi \leq 2\pi. \end{cases}$$

Здесь ρ_* — безразмерная плотность твердого ядра.

Условие неподвижности центра масс системы должно определять амплитуду первой (трансляционной) моды осцилляций. Однако, как показано в [10], при достаточно больших линейных масштабах внешней среды оно выполняется автоматически. Поэтому расчет амплитуды трансляционной (первой) моды, как и более высоких мод, следует производить на основе системы выписанных граничных условий.

Начальные условия к поставленной задаче сформулируем, задав начальную осесимметричную деформацию равновесной сферической формы свободной поверхности жидкого слоя и равную нулю начальную скорость движения свободной поверхности

$$t = 0 : \quad \xi(\vartheta, t) = \xi_0 p_0(\mu) + \xi_1 p_1(\mu) + \varepsilon p_n(\mu) \quad (n \geq 2);$$

$$\frac{\partial\xi(\vartheta, t)}{\partial t} = 0.$$

Здесь ε — безразмерная амплитуда начальной деформации, являющаяся малым параметром задачи; $p_n(\mu)$ — полином Лежандра n -го порядка; ξ_0 и ξ_1 — константы, зависящие от номера возбужденной моды n и ее амплитуды, определяемые условиями неизменности объема обводненной градины и неподвижности центра масс системы:

$$\xi_0 = -\varepsilon^2 \frac{1}{(2k+1)} + O(\varepsilon^3); \quad \xi_1 = 0 + O(\varepsilon^3).$$

2. Метод решения

Сформулированную задачу в квадратичном по ε приближении целесообразно решать методом многих временных масштабов, как это проделано в [5–10]. Для этого искомые функции $\xi(\vartheta, t)$, $\psi(\mathbf{r}, t)$, $\varphi(\mathbf{r}, t)$, $\Phi(\mathbf{r}, t)$ представляются в виде асимптотических разложений по степеням малого параметра ε и считаются зависящими не просто от времени t , но от разных его масштабов T_m , определяемых соотношением $T \equiv \varepsilon^m t$:

$$\begin{aligned} \xi(\vartheta, t) &= \sum_{m=1}^{\infty} \varepsilon^m \xi^{(m)}(\vartheta, T_0, T_1, \dots); \\ \psi(\mathbf{r}, t) &= \sum_{m=1}^{\infty} \varepsilon^m \psi^{(m)}(r, \vartheta, T_0, T_1, \dots); \\ \varphi(\mathbf{r}, t) &= \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon^m \varphi^{(m)}(r, \vartheta, T_0, T_1, \dots); \\ \Phi(\mathbf{r}, t) &= \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon^m \Phi^{(m)}(r, \vartheta, T_0, T_1, \dots). \end{aligned} \quad (3)$$

Производные по времени вычисляются с учетом полного набора различных его масштабов по правилу:

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial T_0} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial T_1} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial T_2} + O(\varepsilon^3). \quad (4)$$

Подставив разложения (3), (4) в систему уравнений (2) и граничные условия к ней и приравняв в каждом из соотношений слагаемые одного порядка малости, несложно получить набор краевых задач для последовательного определения неизвестных функций $\xi^{(m)}(\mathbf{r}, t)$, $\psi^{(m)}(\mathbf{r}, t)$, $\varphi^{(m)}(\mathbf{r}, t)$, $\Phi^{(m)}(\mathbf{r}, t)$, которые для $m \geq 1$ будем искать в виде рядов по полиномам Лежандра

$$\begin{aligned} \xi^{(m)}(\vartheta, T_0, T_1, \dots) &= \sum_{n=0}^{\infty} M_n^{(m)}(T_0, T_1, \dots) p_n(\mu); \\ \psi^{(m)}(r, \vartheta, T_0, T_1, \dots) &= \sum_{n=0}^{\infty} (H_n^{(m)}(T_0, T_1, \dots) r^n + G_n^{(m)}(T_0, T_1, \dots) r^{-n-1}) p_n(\mu); \\ \varphi^{(m)}(r, \vartheta, T_0, T_1, \dots) &= \sum_{n=0}^{\infty} D_n^{(m)}(T_0, T_1, \dots) r^{-n-1} p_n(\mu); \\ \Phi^{(m)}(r, \vartheta, T_0, T_1, \dots) &= \sum_{n=0}^{\infty} F_n^{(m)}(T_0, T_1, \dots) r^{-n-1} p_n(\mu). \end{aligned} \quad (5)$$

3. Решения задачи в различных порядках малости

Опустив во избежание излишней громоздкости настоящего рассмотрения детальное описание процедуры отыскания решения, достаточно подробно разобранный в [5–9], приведем сразу готовые решения.

3.1. Нулевой порядок малости

В нулевом порядке малости возмущения свободной поверхности жидкого слоя, как и движение жидкости внутри его, отсутствуют, а распределения электрического и гидродинамического потенциалов в окрестности градины имеют вид

$$\begin{aligned} \Phi_S^{(0)} &\equiv 0; \quad \varphi^{(0)} \equiv O\mu \left(r + \frac{1}{2r^2} \right); \\ \Phi^{(0)} &\equiv \frac{Q}{\varepsilon_* r} - E_0 \mu (r - r^{-2}). \end{aligned} \quad (6)$$

Выражение (6) можно дополнить соотношениями:

$$M_n^{(0)} = H_n^{(0)} = G_n^{(0)} \equiv 0.$$

3.2. Первый порядок малости

Рассмотрев задачу в первом порядке малости, получим бесконечную систему связанных дифференциальных уравнений для отыскания неизвестных амплитуд $M_n^{(1)}(T_0, T_1, \dots)$, а также соотношения, выражающие остальные неизвестные коэффициенты $F_n^{(1)}(T_0, T_1, \dots)$, $H_n^{(1)}(T_0, T_1, \dots)$, $G_n^{(1)}(T_0, T_1, \dots)$, $D_n^{(1)}(T_0, T_1, \dots)$ через $M_n^{(1)}(T_0, T_1, \dots)$:

$$\begin{aligned} M_0^{(1)}(T_0, T_1, \dots) &\equiv 0; \quad M_1^{(1)}(T_0, T_1, \dots) \equiv 0; \\ A_n^{(n-2)} M_{n-2}^{(1)}(T_0, T_1, \dots) &+ A_n^{(n-1)} M_{n-1}^{(1)}(T_0, T_1, \dots) \\ &+ B_n^{(n-1)} \frac{\partial M_{n-1}^{(1)}(T_0, T_1, \dots)}{\partial T_0} + \frac{\partial^2 M_n^{(1)}(T_0, T_1, \dots)}{\partial T_0^2} \\ &+ \omega_n^2 M_n^{(1)}(T_0, T_1, \dots) + B_n^{(n+1)} \frac{\partial M_{n+1}^{(1)}(T_0, T_1, \dots)}{\partial T_0} \\ &+ A_n^{(n+1)} M_{n+1}^{(1)}(T_0, T_1, \dots) + A_n^{(n+2)} M_{n+2}^{(1)}(T_0, T_1, \dots) = 0; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} A_n^{(n-2)} &= \chi_n (We - w) \frac{n(n-1)(n-2)}{(2n-3)(2n-1)}; \\ A_n^{(n-1)} &= -\chi_n \sqrt{wW} \frac{n(2n-3)}{2n-1}; \\ B_n^{(n-1)} &= -\chi_n \sqrt{We\rho}; \quad B_n^{(n+1)} = \chi_n \sqrt{We\rho} \frac{2n+1}{2n+3}; \\ A_n^{(n+1)} &= -\sqrt{wW} \chi_n \frac{n(n+1)(2n-1)}{2n+3}; \\ A_n^{(n+2)} &= (We - w) \chi_n \frac{n(n+1)(n+2)}{(2n+3)(2n+5)}; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \omega_n^2 &= \chi_n \left((n-1)[n+2-W] \right. \\ &\quad - w \frac{n(4n^3 + 2n^2 - 6n - 1)}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)} \\ &\quad \left. - We \frac{2n[(2n+1)(n^2-1)+3]}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)} \right); \end{aligned} \quad (9)$$

$$\chi_n = \left(\frac{1+n+nR^{2n+1}}{n(n+1)(1-R^{2n+1})} + \frac{\rho}{1+n} \right)^{-1};$$

$$w = \frac{9E_0^2 \varepsilon_*}{4\pi}; \quad W = \frac{Q^2}{4\pi \varepsilon_*}; \quad We = \frac{9}{4} \rho U^2;$$

$$H_n^{(1)}(T_0, T_1, \dots) = \frac{1}{n(1 - R_0^{2n+1})} \frac{\partial M_n^{(1)}(T_0, T_1, \dots)}{\partial T_0} \quad (n \geq 2);$$

$$G_n^{(1)}(T_0, T_1, \dots) = \frac{R^{2n+1}}{(n+1)(1 - R_0^{2n+1})} \times \frac{\partial M_n^{(1)}(T_0, T_1, \dots)}{\partial T_0} \quad (n \geq 2);$$

$$D_n^{(1)}(T_0, T_1, \dots) = -\frac{1}{n+1} \frac{\partial M_n^{(1)}(T_0, T_1, \dots)}{\partial T_0} + \frac{2}{3} U \left[\frac{n}{2n-1} M_{n-1}^{(1)}(T_0, T_1, \dots) - \frac{n}{2n+3} M_{n+1}^{(1)}(T_0, T_1, \dots) \right];$$

$$\Phi_S^{(1)} \equiv 0; \quad F_0^{(1)}(T_0, T_1, \dots) \equiv 0; \quad F_1^{(1)}(T_0, T_1, \dots) \equiv 0;$$

$$F_n^{(1)}(T_0, T_1, \dots) = (3E_0 \mu + Q/\varepsilon_*) M_n^{(1)}(T_0, T_1, \dots); \quad n \geq 2. \quad (10)$$

Из уравнений (7), характеризующих межмодовое взаимодействие в линейном по малому параметру приближении, и соотношений (8) для коэффициентов $A_n^{(j)}$ и $B_n^{(j)}$ видно, что межмодовое взаимодействие обусловлено наличием внешнего электрического поля и движения градины относительно среды, как это ранее было показано в [11–13] для сферического и плоского случаев. При $w = We = 0$ уравнения (7) превращаются в систему однородных не связанных дифференциальных уравнений, описывающих гармонические колебания. Из соотношений (8) видно, что из шести коэффициентов $A_n^{(j)}$, $B_n^{(j)}$, характеризующих взаимодействие мод, четыре существенно зависят от параметра Вебера We . Для оценки степени их зависимости от параметров Рэлея W , Тейлора w и Вебера We отметим, что для условий грозового облака характерны значения параметра $W \ll 1$, $w \ll 1$ [5–9] и $We \gg 1$. В самом деле, согласно [14, стр. 260, табл. П. 6.2], скорость свободного падения в воздухе капли с радиусом $R = 2.5$ мм равна $U_0 = 909$ см/с. Полагая, что примерно такую же скорость движения имеют и обводненные градины того же размера, для параметра Вебера градины с $R = 2.5$ мм получим оценку: $We \approx 6.6$. С увеличением радиуса градины будет расти скорость ее падения в облаке U_0 и величина параметра Вебера.

Приравняв к нулю квадрат частоты ω_n^2 в дисперсионном уравнении (9), можно получить критические значения параметров W , We , w , т.е. те их значения, при которых поверхность жидкого слоя теряет устойчивость в результате воздействия одного из этих трех дестабилизирующих факторов при отсутствии двух остальных. Для основной моды осцилляций $(n+1)$ получим: $W_{cr} = 4$, $We_{cr} = 5.83$, $w = 7.78$. Следовательно, в нижеследующих рассуждениях необходимо ограничиться значениями параметра Вебера $We < 5.83$. При больших его значениях уже нельзя использовать модель сферического

слоя постоянной толщины на поверхности градины, поскольку при реализации неустойчивости основной моды для слоя жидкости по отношению к отрицательному давлению аэродинамического потока жидкость соберется в тороидальный валик в экваториальной плоскости на поверхности градины, как это отмечается в экспериментах (см. [15, стр. 82]).

Из аналитической записи коэффициентов $A_n^{(n \pm 2)}$, $B_n^{(n \pm 1)}$ (см. (8)) несложно видеть, что их величина, а следовательно и интенсивность взаимодействия мод (при указанных соотношениях параметров W , w и We), определяется именно параметром Вебера We . Это обстоятельство указывает на важную роль учета движения градины относительно среды.

Проведем оценку интенсивности связи мод, разделив коэффициенты $A_n^{(n \pm j)}$ и $B_n^{(n \pm 1)}$ на квадрат частоты n -й моды ω_n^2 . Сравнив абсолютную величину такого отношения с единицей (с коэффициентом при $M_n^{(1)}$), можно судить об интенсивности взаимодействия.

На рис. 1 представлены зависимости отношения $J \equiv |A_n^{(n \pm j)}|/\omega_n^2$ от номера моды. Видно, что интенсивнее всего n -я мода взаимодействует с модами $(n+2)$, и интенсивность этого взаимодействия, согласно (8), пропорциональна величине параметра Вебера. Из рис. 1 следует, что интенсивность взаимодействия мод уменьшается с ростом номера базовой моды n .

На рис. 2 представлена зависимость от параметра Вебера отношения $J \equiv |A_n^{(n+2)}|/\omega_n^2$, рассчитанная для различных номеров изначально возбужденной моды. Видно, что с ростом We отношение J растет для всех номеров мод, т.е. усиливается межмодовое взаимодействие. Однако быстрый рост интенсивности межмодового взаимодействия наблюдается только для низких мод, с увеличением номера базовой моды скорость нарастания

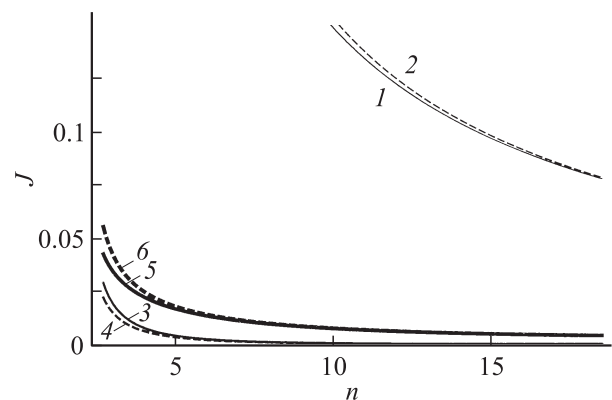


Рис. 1. Характеристики интенсивности взаимодействия мод. Зависимости J — отношения коэффициентов $A_n^{(n \pm j)}$ с $j = 1, 2$ дифференциальных уравнений (8) и (11) к квадрату безразмерной частоты ω_n^2 от номера моды n (условно считающегося изменяющимся непрерывно), рассчитанные при $We = 5.5$, $w = 0.05$, $W = 0.1$, $R_0 = 0.98$, $\rho = 0.001$, $\varepsilon_* = 1$. 1 — $A_n^{(n-2)}/\omega_n^2$, 2 — $A_n^{(n+2)}/\omega_n^2$, 3 — $B_n^{(n-1)}/\omega_n^2$, 4 — $B_n^{(n+1)}/\omega_n^2$, 5 — $A_n^{(n-1)}/\omega_n^2$, 6 — $A_n^{(n+1)}/\omega_n^2$.

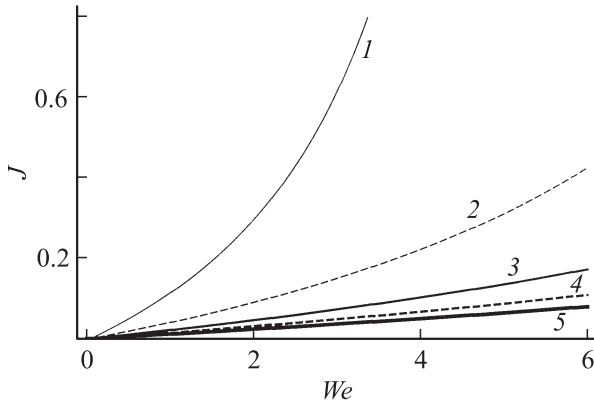


Рис. 2. Характеристики интенсивности взаимодействия мод. Зависимости J — отношения коэффициентов $A_n^{(n+2)}/\omega_n^2$ дифференциальных уравнений (8) и (11) к квадрату безразмерной частоты ω_n^2 от номера моды m (условно считающегося изменяющимся непрерывно), рассчитанные при $w = 0, W = 0, R_0 = 0.98, \rho = 0.001, \varepsilon_* = 1$. 1 — $n = 2, 2 — 5, 3 — 10, 4 — 15, 5 — 20$.

интенсивности взаимодействия с увеличением параметра Вебера We снижается.

3.3. Второй порядок малости

Подставив решения нулевого и первого порядка малости в функции неоднородностей задачи второго порядка, найдем бесконечную систему связанных дифференциальных уравнений для отыскания неизвестных $M_n^{(2)}(T_0, T_1, \dots)$ и соотношения, выражающие остальные неизвестные коэффициенты $F_n^{(2)}(T_0, T_1, \dots), H_n^{(2)}(T_0, T_1, \dots), G_n^{(2)}(T_0, T_1, \dots), D_n^{(2)}(T_0, T_1, \dots)$ через $M_n^{(2)}(T_0, T_1, \dots)$:

$$M_0^{(2)}(T_0) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} (M_n^{(1)}(T_0))^2;$$

$$A_n^{(n-2)}M_{n-2}^{(2)}(T_0, T_1, \dots) + A_n^{(n-1)}M_{n-1}^{(2)}(T_0, T_1, \dots) + B_n^{(n-1)} \frac{\partial M_{n-1}^{(2)}(T_0, T_1, \dots)}{\partial T_0} + \frac{\partial^2 M_n^{(2)}(T_0, T_1, \dots)}{\partial T_0^2} + \omega_n^2 M_n^{(2)}(T_0, T_1, \dots) + B_n^{(n+1)} \frac{\partial M_{n+1}^{(2)}(T_0, T_1, \dots)}{\partial T_0} + A_n^{(n+1)}M_{n+1}^{(2)}(T_0, T_1, \dots) + A_n^{(n+2)}M_{n+2}^{(2)}(T_0, T_1, \dots) = f_n(T_0), \quad n \geq 1; \tag{11}$$

$$f_n(T_0) = \chi_n \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \left\{ \frac{\partial^2 M_m^{(1)}(T_0)}{\partial T_0^2} M_l^{(1)}(T_0) \times \left[K_{m,l,n} \left(\gamma_n \nu_m - 1 - \rho \frac{m-n+1}{n+1} \right) - \alpha_{m,l,n} \left(\gamma_n \gamma_m - \frac{\rho}{(n+1)(m+1)} \right) \right] \right\}$$

$$+ \frac{\partial M_m^{(1)}(T_0)}{\partial T_0} \frac{\partial M_l^{(1)}(T_0)}{\partial T_0} \times \left[K_{m,l,n} \left(\gamma_n \nu_m - \frac{1}{2} + \rho \frac{n-3-2m}{2(n+1)} \right) - \alpha_{m,l,n} \left(\gamma_m \left(\gamma_n + \frac{\gamma_l}{2} \right) - \frac{\rho(n+2l+3)}{2(n+1)((m+1)(l+1))} \right) \right] + M_m^{(1)}(T_0)M_l^{(1)}(T_0) \left\{ K_{m,l,n} \left(2[l(l+1) - 1] + \frac{w(13m(m+1) - 7) + We(9m(m+1) - 7)}{(2m-1)(2m+3)} + \frac{W}{2} [m(2n - 2m + l - 7) + l + 3] + \frac{11w - We}{2(2m+1)} \times \left[\frac{m(m-1)}{2m-1} K_{m-1,l,n} + \frac{(m+1)(m+2)}{2m+3} K_{m+2,l,n} \right] - \frac{\sqrt{wW}}{2m+1} [K_{m+1,l,n}(m+1)((m+2)^2 - 11)] + K_{m-1,l,n}m((m+3)^2 - 15) \right] + m\sqrt{wW} \times \left[\frac{(n+1)(n+2)}{2n+3} K_{m,l,n+1} + \frac{n^2}{2n-1} K_{m,l,n-1} \right] + W \frac{\alpha_{m,l,n}}{2} + We \frac{n-1}{(2n-1)(2m+1)} \times \left((m-1)[m(m-1)K_{m-1,l,n-1} - \alpha_{m-1,l,n-1}] - (m+1)[(m+1)(m+2)K_{m+1,l,n-1} - \alpha_{m+1,l,n-1}] \right) - \frac{n+1}{(2n+3)(2m+1)} \times \left((m-1)[m(m-1)K_{m-1,l,n+1} - \alpha_{m-1,l,n+1}] - (m+1)[(m+1)(m+2)K_{m+1,l,n+1} - \alpha_{m+1,l,n+1}] \right) \right\} + M_l^{(1)}(T_0) \left(\frac{mM_{m-1}^{(1)}(T_0)}{2m-1} + \frac{(m+1)M_{m+1}^{(1)}(T_0)}{2m+3} \right) \times \left\{ -w \frac{m+1}{2m+1} [(m+2)^2 K_{m+1,l,n} + m(m+5)K_{m-1,l,n}] + wm \left[\frac{n^2}{2n-1} K_{m,l,n-1} + \frac{(n+1)(n+2)}{2n+3} K_{m,l,n+1} \right] + \frac{1}{2} \sqrt{wW} [(l-7+m(2n-7-2m+l))K_{m,l,n} + \alpha_{m,l,n}] \right\} + \frac{Wem(m+1)}{2m+1} M_l^{(1)}(T_0) \left(\frac{M_{m+1}^{(1)}(T_0)}{2m+3} - \frac{M_{m-1}^{(1)}(T_0)}{2m-1} \right) \times [m(m+5)K_{m-1,l,n} - (m-1)(m+2)K_{m+1,l,n}]$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{\sqrt{wW}}{2} M_m^{(1)}(T_0) + \frac{w}{2} \left(\frac{mM_{m-1}^{(1)}(T_0)}{2m-1} \right. \right. \\
& + \left. \left. \frac{(m+1)M_{m+1}^{(1)}(T_0)}{2m+3} \right) \right) \left(\frac{lM_{l-1}^{(1)}(T_0)}{2l-1} + \frac{(l+1)M_{l+1}^{(1)}(T_0)}{2l+3} \right) \\
& + \frac{We}{2} ml \left(\frac{M_{m-1}^{(1)}(T_0)}{2m-1} + \frac{M_{m+1}^{(1)}(T_0)}{2m+3} \right) \left(\frac{M_{l-1}^{(1)}(T_0)}{2l-1} \right. \\
& + \left. \frac{M_{l+1}^{(1)}(T_0)}{2l+3} \right) \left\} [(m+1)(l+1)K_{m,l,n} + \alpha_{m,l,n}] \right. \\
& + \frac{\sqrt{We\rho}}{2} m \left[(m+1)K_{m,l,n} + \frac{\alpha_{m,l,n}}{l+1} \right] \left(\frac{M_{m+1}^{(1)}(T_0)}{2m+3} \right. \\
& - \left. \frac{M_{m-1}^{(1)}(T_0)}{2m-1} \right) \frac{\partial M_l^{(1)}(T_0)}{\partial T_0} + \frac{\sqrt{We\rho}}{2} l \frac{\partial M_m^{(1)}(T_0)}{\partial T_0} \\
& \times \left(\frac{M_{l+1}^{(1)}(T_0)}{2l+3} - \frac{M_{l-1}^{(1)}(T_0)}{2l-1} \right) \left((1+l)K_{m,l,n} + \frac{\alpha_{m,l,n}}{1+m} \right) \\
& + \sqrt{We\rho} \frac{\partial M_m^{(1)}(T_0)}{\partial T_0} M_l^{(1)}(T_0) \\
& \times \left(\frac{m(4+5n+3m+mn+m^2)}{(n+1)(2m+1)} K_{m-1,l,n} \right. \\
& + \left. \frac{(m+2)(2+n+m-mn+m^2)}{(n+1)(2m+1)} K_{m+1,l,n} \right. \\
& + \left. \frac{(n-1)(m+2)}{2n-1} K_{m,l,n-1} - \frac{(n+1)(m+2)}{2n+3} K_{m,l,n+1} \right. \\
& + \left. \frac{(m-1)\alpha_{m-1,l,n}}{(n+1)(2m+1)} - \frac{(n-1)\alpha_{m,l,n-1}}{(m+1)(2n-1)} \right. \\
& + \left. \frac{(n+1)\alpha_{m,l,n+1}}{(m+1)(2n+3)} - \frac{(m+1)\alpha_{m+1,l,n}}{(n+1)(2m+1)} \right) \\
& + M_m^{(1)}(T_0) \frac{\partial M_l^{(1)}(T_0)}{\partial T_0} \frac{n\sqrt{We\rho}}{(n+1)(2m+1)} \\
& \times [(m+1)^2(m+2)K_{m+1,l,n} - m(m-1)^2K_{m-1,l,n} \\
& - (m+1)\alpha_{m+1,l,n} + (m-1)\alpha_{m-1,l,n}] \\
& + \sqrt{We\rho} m(m+1)K_{m,l,n} \left(\frac{\partial M_{m+1}^{(1)}(T_0)}{\partial T_0} \frac{M_l^{(1)}(T_0)}{2m+3} \right. \\
& - \left. \frac{\partial M_{m-1}^{(1)}(T_0)}{\partial T_0} \frac{M_l^{(1)}(T_0)}{2m-1} \right); \\
& v_m = \frac{m-1+(m+2)R_0^{2m+1}}{1-R_0^{2m+1}}; \\
& \gamma_m = \frac{1+m+mR_0^{2m+1}}{m(m+1)(1-R_0^{2m+1})}; \quad K_{m,l,n} \equiv [C_{m0l0}^{n0}]^2; \\
& \alpha_{m,l,n} \equiv -\sqrt{m(m+1)l(l+1)} C_{m0l0}^{n0} C_{m-1l0}^{n0}; \\
& C_{m0l0}^{n0} \text{ и } C_{m-1l0}^{n0} \text{ — коэффициенты Клебша—Гордана.}
\end{aligned} \tag{12}$$

Система дифференциальных уравнений (11), определяющая нелинейные поправки $M_n^{(2)}$ к коэффициентам $M_n^{(1)}$, в отличие от системы (7), получающейся в линейных расчетах, является неоднородной, но коэффициенты $A_{nj}^{(j)}$ и $B_n^{(n\pm 1)}$, характеризующие связь мод осциллирующий друг с другом и линейное взаимодействие мод, остаются такими же, как в системе (7). Это означает, что взаимодействие мод, порожденное наличием внешнего электрического поля и наличием скачка поля скоростей на свободной поверхности жидкости, характерное для линейного приближения, сохраняется в неизменном виде и в расчетах, квадратичных по малому параметру. Кроме того, в расчетах второго порядка малости появляется и истинно нелинейное взаимодействие мод, связанное с нелинейностью уравнений гидродинамики и обусловленное в используемом асимптотическом расчете видом функций неоднородности $f_n(T_0)$ (см. (12)), которые выражаются через решения нулевого и первого порядков малости.

Нелинейное взаимодействие мод достаточно подробно было проанализировано ранее [5–10, 16–19], а потому на его обсуждении в проводимом исследовании останавливаться не будем. Отметим лишь, что в решаемой задаче при начальном возбуждении m -й моды за счет нелинейного взаимодействия возбуждаются моды от $n=0$ до $2m$, причем интенсивность взаимодействия m -й моды с соседними уменьшается по мере увеличения разницы номеров m и n .

Неизвестные коэффициенты $M_n^{(1)}(T_0)$ и $M_n^{(2)}(T_0)$ следует искать путем численного решения связанных систем дифференциальных уравнений (7) и (11) в силу их громоздкости. Решив системы (7) и (11), можно рассчитать профиль свободной поверхности жидкости:

$$\begin{aligned}
r(\vartheta, t) & \equiv 1 + \xi(\vartheta, t) = 1 + \varepsilon \xi^{(1)}(\vartheta, t) + \varepsilon^2 \xi^{(2)}(\vartheta, t) \\
& + O(\varepsilon^3 t) = 1 + \varepsilon \sum_{n=0}^{\infty} M_n^{(1)}(t) p_n(\mu) \\
& + \varepsilon^2 \sum_{n=0}^{\infty} M_n^{(2)}(t) p_n(\mu) + O(\varepsilon^3 t).
\end{aligned}$$

Коэффициенты $F_n^{(2)}(T_0, T_1, \dots)$, $H_n^{(2)}(T_0, T_1, \dots)$ и $G_n^{(2)}(T_0, T_1, \dots)$ определяются через $M_n^{(1)}(T_0)$ и $M_n^{(2)}(T_0)$ соотношениями:

$$\begin{aligned}
H_n^{(2)}(T_0, T_1, \dots) & \equiv H_n^{(2)}(t) = \frac{1}{n(1-R_0^{2n+1})} \left\{ \frac{\partial M_n^{(2)}(t)}{\partial t} \right. \\
& - \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \left[v_m K_{m,l,n} - \frac{\alpha_{m,l,n}}{\chi_m} \right] \frac{\partial M_m^{(1)}(t)}{\partial t} M_l^{(1)}(t) \left. \right\}; \\
G_n^{(2)}(T_0, T_1, \dots) & \equiv G_n^{(2)}(t) = \frac{R_0^{2n+1}}{(n+1)(1-R_0^{2n+1})} \left\{ \frac{\partial M_n^{(2)}(t)}{\partial t} \right. \\
& - \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \left[v_m K_{m,l,n} - \frac{\alpha_{m,l,n}}{\chi_m} \right] \frac{\partial M_m^{(1)}(t)}{\partial t} M_l^{(1)}(t) \left. \right\};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_n^{(2)}(T_0, T_1, \dots) &= D_n^{(2)}(t) \equiv \frac{3n}{2(2n-1)}UM_{n-1}^{(2)}(T_0, T_1, \dots) \\
 &- \frac{3n}{2(2n+3)}UM_{n+1}^{(2)}(T_0, T_1, \dots) - \frac{1}{n+1} \frac{\partial M_n^{(2)}(T_0, T_1, \dots)}{\partial T_0} \\
 &- \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \left\{ \left[\frac{m+2}{n+1}K_{m,l,n} - \frac{\alpha_{m,l,n}}{(n+1)(m+1)} \right] \right. \\
 &\times \frac{\partial M_m^{(1)}(T_0)}{\partial T_0} M_l^{(1)}(T_0) + \frac{3}{2}UM_m^{(1)}(T_0)M_l^{(1)}(T_0) \\
 &\left[-\frac{m(m-1)^2}{(n+1)(2m+1)}K_{m-1,l,n} + \frac{(m+1)^2(m+2)}{(n+1)(2m+1)}K_{m+1,l,n} \right. \\
 &\left. \left. - \frac{(m+1)\alpha_{m+1,l,n}}{(n+1)(2m+1)} + \frac{(m-1)\alpha_{m-1,l,n}}{(n+1)(2m+1)} \right] \right\}; \\
 \Phi_S^{(2)} &\equiv 0; \quad F_0^{(2)}(t) = 0; \\
 F_n^{(2)}(t) &\equiv (3E_0\mu + Q/\varepsilon_*) \left[M_n^{(2)}(t) \right. \\
 &\left. + \sum_{m=l}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} mM_m^{(1)}(t)M_l^{(1)}(t) \right], \quad n \geq 1. \quad (13)
 \end{aligned}$$

Выражение для потенциала электрического поля с точностью до константы имеет вид

$$\begin{aligned}
 \Phi &= \Phi^{(0)} + \varepsilon\Phi^{(1)} + \varepsilon^2\Phi^{(2)} = \frac{Q}{\varepsilon_*r} - E_0\mu(r-r^{-2}) \\
 &+ \varepsilon \sum_{n=0}^{\infty} (F_n^{(1)}(t) + \varepsilon F_n^{(2)}(t)) r^{-(n+1)} p_n(\mu), \quad (14)
 \end{aligned}$$

где коэффициенты $F_n^{(m)}(t)$ определяются выражениями (10) и (13). Из (14) по методике, описанной в [5–9], можно получить аналитическое выражение для нормальной компоненты электрического поля на поверхности жидкого слоя градины

$$\begin{aligned}
 E_n &= (3E_0\mu + Q/\varepsilon_*) + \varepsilon(3E_0\mu + Q/\varepsilon_*) \\
 &\times \sum_{n=0}^{\infty} (n-1)M_n^{(1)}P_n(\mu) + \varepsilon^2 \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ (3E_0\mu + Q/\varepsilon_*) \right. \\
 &\times \left[(n-1)M_n^{(2)} + (1+n) \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} mM_m^{(1)}M_l^{(1)}K_{m,l,n} \right] \\
 &+ \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \left\{ [3(4E_0\mu + Q/\varepsilon_*) - (m+1)(m+2) \right. \\
 &\times (3E_0\mu + Q/\varepsilon_*)] M_m^{(1)}M_l^{(2)}K_{m,l,n} \\
 &\left. \left. + \frac{3m(m+1)}{2m+1}E_0M_m^{(1)}M_l^{(1)}[K_{m+1,l,n} - K_{m-1,l,n}] \right\} \right\} p_n(\mu). \quad (15)
 \end{aligned}$$

4. Анализ полученных результатов

Как было отмечено выше, прежде чем исследовать выражение для напряженности электрического поля (15), необходимо найти решения систем уравнений (7) и (11), описывающих временные зависимости амплитуд взаимодействующих мод осцилляций поверхностно заряженного слоя жидкости на твердом сферическом ядре в однородном внешнем электростатическом и гидродинамическом полях. Поскольку аналитическое решение бесконечных связанных систем дифференциальных уравнений (7) и (11) невозможно, для численного анализа ограничимся конечным количеством мод. При расчетах по (7) и (11) будем учитывать обусловленное наличием внешнего поля и скачка поля скоростей на свободной поверхности жидкости линейное взаимодействие m -й возбужденной моды с четырьмя соседними ($m \pm 1, m \pm 2$). Кроме того, в системе (11) будем учитывать все взаимодействия второго порядка малости, порождаемые нелинейностью уравнений гидродинамики [5–10,16–19].

На рис. 3 приведены результаты расчетов по (15) в виде зависимостей от безразмерного времени безразмерной напряженности электрического поля на поверхности жидкого слоя градины, когда начальная деформация равновесной сферической формы свободной поверхности определена восемнадцатой модой. Такой выбор номера начальной моды связан с тем, то в условиях грозового облака возбуждение капиллярных осцилляций слоя воды на поверхности свободно падающей градины связано с ее столкновениями со взвешенными в восходящем потоке воздуха и внутриоблачном электрическом поле мелкими (с радиусами, меньшими радиуса градины примерно на два порядка величины) капельками [7–9]. Прямой линией на рис. 3 и на всех последующих рисунках нанесена напряженность поля, достаточная для зажигания коронного разряда у поверхности градины на уровне мокрого роста града, на высоте 4–5 km.

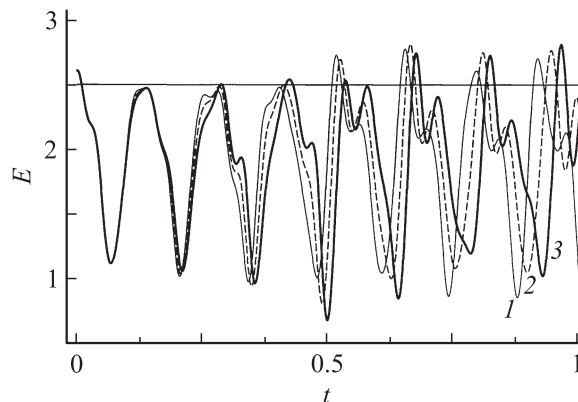


Рис. 3. Зависимость величины безразмерной напряженности электрического поля на поверхности обводненной градины на оси симметрии системы ($\vartheta = 0$) от времени при различных значениях параметра Вебера $We = 0$ (1), 2 (2), 4 (3). Начальная деформация определяется восемнадцатой модой ($n = 18$), $W = 0.1, w = 0.05, \varepsilon = 0.02, R_0 = 0.98, \rho = 0.001$.

На рис. 3 приведены временные зависимости напряженности поля на лобовой части поверхности градины при различных значениях параметра Вебера. Видно, что влияние скорости обтекающего потока на величину напряженности электрического поля на поверхности градины весьма незначительно. Возможно, это связано с тем, что отрицательное давление аэродинамического потока в используемой модели идеальных жидкостей максимально в экваториальной части поверхности градины, а не на полюсе. На рис. 3 бросается в глаза, что с ростом времени увеличивается разность фаз между кривыми, рассчитанными для различных значений параметра We , причем период волны растет с увеличением We , что, впрочем, полностью согласуется с дисперсионным уравнением (9). Сказанное, в частности, означает, что с ростом We увеличивается время нахождения в фиксированной моде доли полной энергии осциллирующей жидкого слоя, которой обмениваются моды, вовлеченные во взаимодействие.

На рис. 4, 5 приведены временные зависимости напряженности поля на лобовой части поверхности градины, рассчитанные по (15) с сохранением лишь линейных по малому параметру слагаемых. На рис. 4, *a* и 5, *a* приведены результаты соответствующих расчетов при $We = 0$ для четырнадцатой и восемнадцатой мод соответственно. При $We = 0$ реализуется только взаимодействие мод, обусловленное наличием внешнего электрического поля, что приводит к появлению слабой модуляции напряженности поля, заметной на рис. 4, *a* и 5, *a*. На рис. 4, *b* и 5, *b* приведены результаты расчетов для указанных мод при $We = 5$. Из рис. 4, *a* и 5, *a* видно, что напряженность поля на поверхности градины увеличивается с ростом номера возбужденной моды, и уже в расчетах первого приближения она достигает величины, при которой у поверхности градины может зажечься коронный разряд. Из сравнения рис. 4, *a* с 4, *b* и рис. 5, *a* с 5, *b* видно, что при $We \neq 0$ интенсивность взаимодействия мод и доля энергии, передаваемой во взаимодействие, увеличиваются по сравнению с ситуацией $We = 0$: для рис. 5, *a* и 5, *b* глубина модуляции увеличивается примерно на порядок.

В связи с тем что, согласно (15), напряженность электрического поля на поверхности градины выражается через неизвестные коэффициенты $M_n^{(1)}(T_0)$ и $M_n^{(2)}(T_0)$, которые рассчитываются численно, получить для $E_n(\vartheta, t)$ аналитическое решение, позволяющее исследовать резонансные ситуации, как это было сделано в [7, 18–20], невозможно. Поэтому проведем соответствующее исследование численно. На рис. 6 приведены результаты расчетов по полному уравнению (15) с учетом нелинейных компонент (нелинейного взаимодействия). Кроме очевидного увеличения амплитуды напряженности электрического поля в глаза бросается резонансный вид изменения напряженности со временем как при $We = 0$, так и при $We \neq 0$. Из сравнения рис. 6, *a*, на котором приведены результаты расчета временной зависимости напряженности электрического поля при

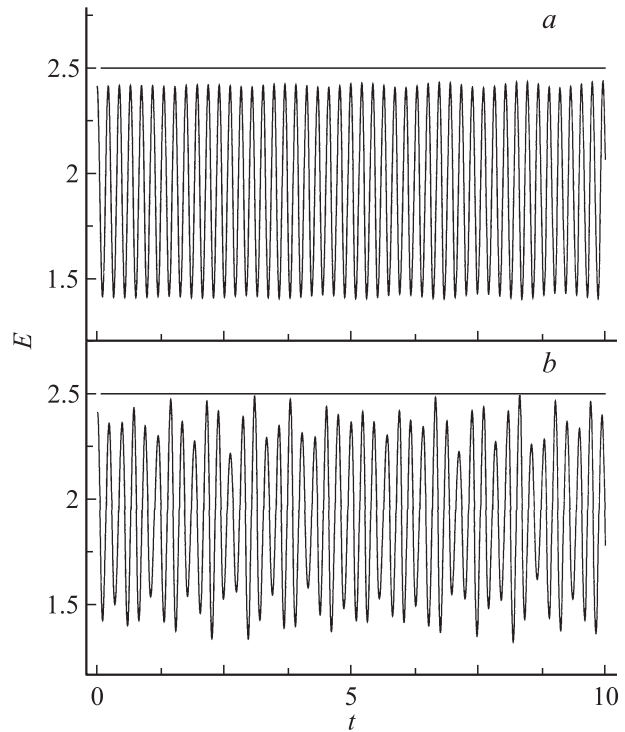


Рис. 4. Зависимость величины безразмерной напряженности электрического поля (учтен вклад слагаемых нулевого и первого порядка малости) на поверхности обводненной градины на оси симметрии системы ($\vartheta = 0$) от времени при различных значениях параметра Вебера: $We = 0$ (*a*), 5 (*b*). Начальная деформация определяется четырнадцатой модой ($n = 14$), $W = 0.1$, $w = 0.05$, $\varepsilon = 0.02$, $R_0 = 0.98$, $\rho = 0.001$.

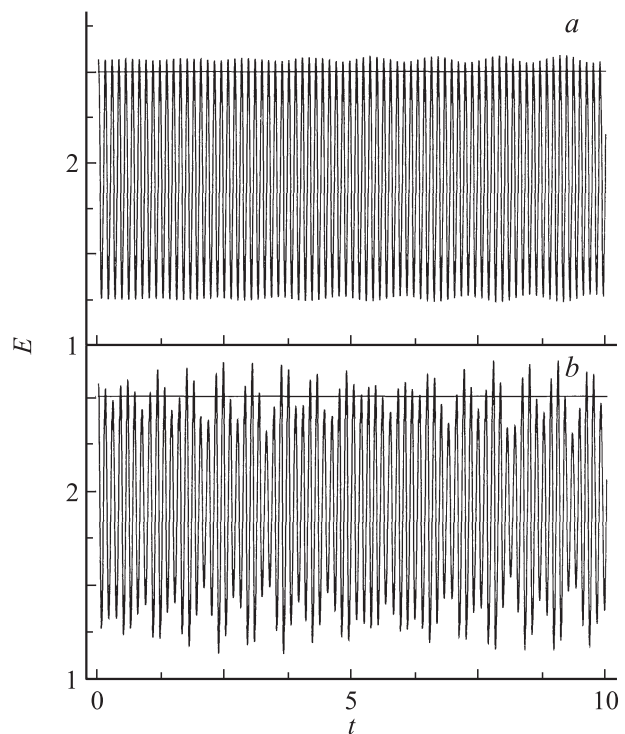


Рис. 5. То же, что на рис. 4, но для восемнадцатой моды ($n = 18$).

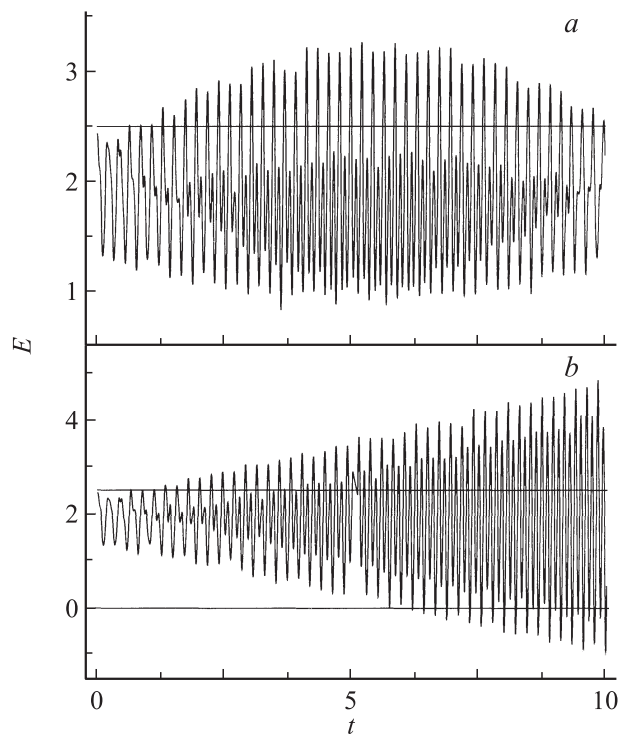


Рис. 6. Зависимость полной величины безразмерной напряженности электрического поля на поверхности обводненной градины на оси симметрии системы ($\vartheta = 0$) от времени для различных значений параметра Вебера: $We = 0$ (a), 2 (b), когда начальная деформация определяется четырнадцатой модой ($n = 14$), построенной при $W = 0.1$, $w = 0.05$, $\varepsilon = 0.02$, $R_0 = 0.98$, $\rho = 0.001$.

$We = 0$, и рис. 5, b, где та же зависимость рассчитана при $We = 2$, видно, что при $We = 0$ нелинейная поправка к рассматриваемой моде взаимодействует с самой модой резонансно, но на периферии положения точного резонанса. При увеличении параметра We условия реализации этого резонанса улучшаются: система приближается к положению точного резонанса, которое зависит от величин всех физических параметров системы, влияющих на частоты осциллирующих мод [7,16–20].

Из общезначимых соображений очевидно, что вследствие поляризации заряженной градины во внешнем электрическом поле значение напряженности поля на ее поверхности достигает максимума на оси симметрии в любой части, где напряженность поля собственного и поляризационного зарядов складываются, а к экватору, где напряженность поля определяется только собственным зарядом, уменьшается. Минимальной величины напряженность поля достигнет на тыльной части градины, где напряженности полей собственного и поляризационного зарядов вычитаются. Из приведенных расчетов следует, что в экваториальной части градины (при $\vartheta = \pi/2$), где было бы естественно ожидать наиболее сильного влияния параметра Вебера на напряженность суммарного поля, рост величины напряженности электрического поля с увеличением We , хотя и наблюдается,

но также остается весьма незначительным, как и на лобовой части.

Следует подчеркнуть, что проведенный анализ основан на модели идеальных жидкостей, и лобовое сопротивление движению градины в среде учитывается лишь в предположении о постоянстве скорости движения градины, а соответствующее перераспределение аэродинамического давления по ее поверхности не рассматривается.

Заключение

При увеличении параметра Вебера We напряженность суммарного электрического поля на поверхности градины с фиксированным зарядом в неизменном электростатическом поле возрастает незначительно. Очевидно, что это усиление напряженности поля может быть вызвано только увеличением кривизны поверхности жидкого слоя в моменты времени, когда возмущение поверхности, вызванное нелинейными осцилляциями, максимально. Таким образом, при оценке условий зажигания коронного разряда в окрестности градины определяющими параметрами остаются ее заряд и напряженность внешнего электрического поля. Наиболее существенно влияние взаимодействия водяного слоя на поверхности градины с обдувающим аэродинамическим потоком проявляется в усилении интенсивности взаимодействия мод: с ростом скорости обдувающего потока увеличиваются периоды осциллирующих мод и время нахождения в фиксированной моде доли полной энергии осциллирующей жидкого слоя, которой обмениваются моды, вовлеченные во взаимодействие. Для высоких мод осциллирующей воды на поверхности градины, возбуждающихся в результате столкновения падающей градины со взвешенными в аэродинамическом и внутриоблачном электрическом полях мелкими капельками, наличие обдувающего потока приводит к существенному смещению положений внутренних нелинейных резонансов.

Работа выполнена в рамках тематического плана университета, при поддержке грантов: Рособразования № РНП 2.1.1/3776 и РФФИ № 09-01-00084.

Список литературы

- [1] Дьячук В.А., Мучник В.А. // ДАН СССР. 1979. Т. 248. № 1. С. 60–63.
- [2] Мучник В.А., Фишман Б.Е. Электризация грубодисперсных аэрозолей в атмосфере. Л.: Гидрометеиздат, 1983. 280 с.
- [3] Бейтуганов М.Н. // Метеорология и гидрология. 1989. № 9. С. 49–49.
- [4] Grigor'ev A.I., Shiryayeva S.O. // Physica Scripta. 1996. Vol. 54. P. 660–666.
- [5] Григорьев А.И., Ширяева С.О., Волкова М.В. // ЖТФ. 2003. Т. 73. Вып. 11. С. 31–36.
- [6] Ширяева С.О., Григорьев А.И., Волкова М.В. // ЖТФ. 2005. Т. 75. Вып. 7. С. 40–47.

- [7] Ширяева С.О., Григорьев А.И. Заряженная капля в грозовом облаке. Ярославль: Изд-во ЯрГУ им. П.Г. Демидова, 2008. 535 с.
- [8] Григорьев А.И., Коромыслов В.А., Ширяева С.О. // ЖТФ. 2009. Т. 79. Вып. 11. С. 10–19.
- [9] Григорьев А.И., Коромыслов В.А., Ширяева С.О. // ЖТФ. 2010. Т. 80. Вып. 8. С. 22–31.
- [10] Ширяева С.О., Григорьев А.И., Коромыслов В.А., Жаров А.Н. // ЖТФ. 2003. Т. 73. Вып. 9. С. 60–63.
- [11] Григорьев А.И., Синкевич О.А. // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 6. С. 10–15.
- [12] Григорьев А.И., Коромыслов В.А., Ширяева С.О. // ЖТФ. 1999. Т. 69. Вып. 5. С. 7–14.
- [13] Ширяева С.О. // ЖТФ. 2001. Т. 61. Вып. 3. С. 9–16.
- [14] Мазин И.П., Шметер С.М. Облака. Строение и физика образования. Л.: Гидрометеиздат, 1983. 280 с.
- [15] Женева Р. Град. Л.: Гидрометеоиздат, 1966. 156 с.
- [16] Tsatorolous J.A., Brown R.A. // J. Fluid Mech. 1984. Vol. 147. P. 373–395.
- [17] Feng Z.C. // J. Fluid Mech. 1997. Vol. 333. P. 1–21.
- [18] Ширяева С.О. // ЖТФ. 2003. Т. 73. Вып. 2. С. 19–30.
- [19] Ширяева С.О., Жаров А.Н., Григорьев А.И. // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 1. С. 10–20.
- [20] Рыбакова М.В., Ширяева С.О., Григорьев А.И. // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 1. С. 24–31.