

01;04

Определение параметров плазмы с учетом локальных вращений

© С.Н. Артеха

Институт космических исследований РАН,
117997 Москва, Россия
e-mail: arteha@mx.iki.rssi.ru

(Поступило в Редакцию 21 апреля 2010 г.)

Показано, что наличие локальных микровращений изменяет эффективные характеристики плазмы, и учет криволинейности движения частиц может способствовать более полному описанию свойств плазмы. Рассмотрены примеры влияния данного эффекта на диэлектрическую проницаемость лоренцевой плазмы, на диссипацию энергии продольных волн, на спектральные корреляторы и эффективные коэффициенты в уравнении Фоккера–Планка.

Введение

Вращающаяся плазма давно является объектом пристального внимания теоретиков и экспериментаторов [1] — это и многочисленные астрофизические приложения, и лабораторные исследования более устойчивых вращательных состояний плазмы ($L-H$ -переход). Вращение плазмы и образование различных локальных структур приводит к изменению кинетических и электродинамических свойств плазмы. Учет локальных структур, движений и характеристик плазмы может способствовать более адекватному количественному описанию ее эффективных свойств.

Способ локально-вращательного описания свойств плазмы предложен в [2]. В работе [3] проанализированы слабо- и сильнонелинейные эффекты, определяющие эволюцию регулярных ансамблей электронных вихрей в замагниченной плазме и выявлена чувствительность поведения плазмы к внутренней киральности. В [4] в приближении отдельных частиц рассмотрена задача об определении тензора эффективной проводимости магнитоактивной турбулентной плазмы, а также показано, что наличие ненулевой средней магнитной спиральности приводит к дополнительным гиротропным членам тензора проводимости. При этом свойства плазмы оказываются схожими со свойствами, наблюдаемыми в киральных и бианизотропных средах. Локально вращательные движения плазмы меняют средние электродинамические характеристики плазмы даже в отсутствие среднего вращения [5]. Эффективный тензор диэлектрической проницаемости отличается от аналогичной величины без учета данного факта. Локальные вращения влияют также на коэффициенты электропроводности и электронной теплопроводности. Флуктуации направлений локальных вращений приводят к ослаблению когерентной интенсивности.

Основная цель настоящей работы — на основе ряда примеров обратить внимание исследователей, что локальные вращения плазмы приводят к изменению эффективных электродинамических свойств плазмы, и учет данного влияния может способствовать более полному

количественному описанию характеристик плазмы и ее поведения.

Локально-вращательное описание свойств плазмы

Вследствие дальнедействующего характера взаимодействия кулоновских сил траектория движения заряженных частиц в плазме является криволинейной (каждый локальный участок движения — дуга окружности). Следовательно, прохождение любой волны через плазму локально (в каждой точке) должно описываться как прохождение через вращающуюся плазму. Величина и направление локального вращения плазмы меняются от точки к точке (и с течением времени), в результате эффективные значения электродинамических характеристик плазмы получаются усреднением локальных характеристик, найденных для вращающейся плазмы, по величине и направлению локальных вращений. В случае отсутствия средних полей (либо при слабых полях) в плазме все направления локального вращения равновероятны. В первом приближении частоту вращения можно считать постоянной по величине и проводить усреднение только по направлению вращения. В качестве равновесной функции распределения берем

$$f_0 = c \exp \left\{ -\frac{mv^2}{2kT} + \frac{m}{kT} [v_x \bar{v}_x + v_y \bar{v}_y + v_z \bar{v}_z] \right\}. \quad (1)$$

Среднюю скорость можно выразить через частоту вращения Ω и углы наклона оси вращения к осям z и x (соответственно θ, φ):

$$\bar{v}_x = \Omega(z \sin \theta \sin \varphi - y \cos \theta), \quad (2)$$

$$\bar{v}_y = \Omega(x \cos \theta - z \sin \theta \cos \varphi), \quad (3)$$

$$\bar{v}_z = \Omega(y \sin \theta \cos \varphi - x \sin \theta \sin \varphi). \quad (4)$$

Рассмотрим некоторые примеры влияния локальных вращений на свойства плазмы. При расчете диэлектрической проницаемости лоренцевой плазмы в пространственнооднородном ($\mathbf{k} = 0$) переменном электрическом

поле ($E_z \equiv E \sim e^{i\omega t}$) возмущение функции распределения ищем в виде

$$\delta f = e^{-\omega t} f_0 f_1.$$

Для электронной компоненты плазмы для f_1 кинетическое уравнение Больцмана приводит к уравнению

$$-i\omega f_1 + \mathbf{v} \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}} - \frac{e}{kT} (\bar{v}_z - v_z) E = -[\mathbf{v} - \bar{\mathbf{v}}] f_1. \quad (5)$$

Здесь в эффективной частоте столкновений электронов с ионами

$$\nu[V] = \frac{4\pi Z e^4 N_e L}{m^2 V^3} \quad (6)$$

взято $\mathbf{V} \equiv \mathbf{v} - \bar{\mathbf{v}}$, так как возмущенная функция распределения должна стремиться к равновесной. Легко проверить [5], что решение уравнения (5) можно записать в виде суммы $f_1 = \delta f_n + \delta f_g$ частного решения неоднородного уравнения

$$\delta f_n = Q + Px + T_1 y$$

и общего решения соответствующего однородного уравнения

$$\delta f_g = C_1 \exp \left\{ -iA \frac{\mathbf{q}\mathbf{r}}{\mathbf{q}\mathbf{v}} \right\}$$

с коэффициентами

$$P = \frac{eE\Omega \sin \theta \sin \varphi}{kT(i\omega - \nu[V])},$$

$$A = -\omega - i\nu[V],$$

$$Q = \frac{eE\Omega}{kT(i\omega - \nu[V])^2} (v_y \sin \theta \sin \varphi - v_x \sin \theta \cos \varphi) + \frac{eE v_z}{kT(i\omega - \nu[V])},$$

$$T_1 = -\frac{eE\Omega \sin \theta \cos \varphi}{kT(i\omega - \nu[V])},$$

C_1 — произвольная постоянная, \mathbf{q} — произвольный вектор. Подставляем полученные решения в выражение (см. [6], с. 218)

$$-i\omega \frac{\varepsilon - 1}{4\pi} \mathbf{E} = -e \int \mathbf{v} \delta f d^3 p.$$

Считая, что данный случай есть предельный случай $\mathbf{k} \rightarrow 0$ и выбрав коэффициент C_1 так, чтобы в произвольном случае сокращался неинтегрируемый полюс второго порядка

$$C_1 = -\frac{eE\Omega}{kT(i\omega - \nu[V])^2} (v_y \sin \theta \sin \varphi - v_x \sin \theta \cos \varphi),$$

в первом приближении, после приравнявая средней скорости движения к тепловой скорости и усреднения

по направлениям вращения, получаем для эффективного значения диэлектрической проницаемости:

$$\langle \varepsilon \rangle = -1 - kn \langle A_1 \rangle_{\theta, \varphi} \frac{4\pi e^2}{3kT\omega} \int \frac{V^2 f_M d^3 p}{\omega + i\nu[V]}. \quad (7)$$

Здесь $f_M(V)$ — максвелловская функция распределения, перенормирующий коэффициент (см. [5]) $kn \approx 0.77$, коэффициент A_1 усредняется по θ и ε (см. более подробно в [5]):

$$A_1 = \exp \{ 1 - \sin \theta (\sin \theta \sin \varphi \cos \varphi + \cos \theta \cos \varphi + \cos \theta \sin \varphi) \}.$$

В предельном случае $\Omega_e \gg \omega \gg \nu$ имеем из выражения (7) эффективное значение (Ω_e — плазменная частота):

$$\langle \varepsilon(\omega) \rangle = -1 - 2.26 \frac{\Omega_e^2}{\omega^2} + i \frac{7.57 Z e^4 L N_e}{T^{3/2} m^{1/2}} \frac{\Omega_e^2}{\omega^3}.$$

В обратном предельном случае $\omega \ll \nu$ имеем

$$\varepsilon = i \frac{4\pi\sigma}{\omega}, \quad \sigma = 2.3 \frac{T^{3/2}}{Z e^2 L m^{1/2}}.$$

В приведенных выражениях L — кулоновский логарифм, N_e — концентрация электронов, σ — статическая проводимость.

Рассмотренный выше пример носит лишь демонстрационный характер. Строгий подход к подобным проблемам возможен лишь в рамках электродинамики случайно-неоднородных сред. При этом усреднять нужно измеряемую величину (так как фактически не мы усредняем с помощью математических операций, а „усредняет“ сам прибор в процессе своего измерения, и „усредняет“ он именно ту величину, которую измеряет). К таким наблюдаемым (измеряемым) величинам относятся электромагнитное поле и диссипируемая в среде мощность.

Продемонстрируем роль микровращений на примере изменения величины диссипации энергии для продольного поля

$$\langle Q \rangle = \frac{\omega}{8\pi} \langle \varepsilon_l^* \rangle |\mathbf{E}|^2,$$

где ε_l^* — мнимая часть диэлектрической проницаемости, выведенная с учетом микровращений. Воспользуемся выражением, полученным в [5]:

$$\varepsilon_l = 1 + \frac{A_1 kn}{(k_x D)^2} \left[1 + F \left(\frac{\omega}{\sqrt{2} k_x v_T} - \frac{B_1}{\sqrt{2}} \right) \right],$$

здесь $D = \sqrt{kT/4\pi N_e e^2}$ — дебаевский радиус, $v_T = \sqrt{kT/m}$, коэффициент $B_1 = \sin \theta \sin \varphi - \cos \theta$ и введена функция $F(x)$, как и в работе [6], в которой интеграл берется в смысле главного значения

$$F(x) = \frac{x}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-z^2)}{z-x} dz + i\sqrt{\pi} x \exp(-x^2).$$

Ниже приведен типичный график изменения величины диссипации энергии Q в зависимости от частоты ω с учетом „микровращений“ I в сравнении с прежним графиком II без учета данного фактора (рис. 1). Здесь частота выражена в единицах $k_x \sqrt{2kT/m}$.

Таким образом, при условии слабости затухания учет наличия локальных вращений приводит при малых частотах к меньшей величине диссипации энергии по сравнению с обычным случаем, а с ростом частоты — к большей диссипации энергии (при совпадении в обоих пределах $\omega \rightarrow 0$ и $\omega \rightarrow \infty$).

Учет криволинейности движения частиц плазмы меняет также выражение для сходящегося интеграла столкновений. В борновском случае при определении сечения рассеяния

$$d\sigma = \frac{d\sigma_{\text{res}}}{|\varepsilon(\omega, q/\hbar)|^2}$$

и при определении сходящегося интеграла столкновений, а также при определении сходящегося интеграла столкновений в квазиклассическом случае при малых углах рассеяния необходимо использовать ε , полученное с учетом локальных вращений, и произвести усреднение

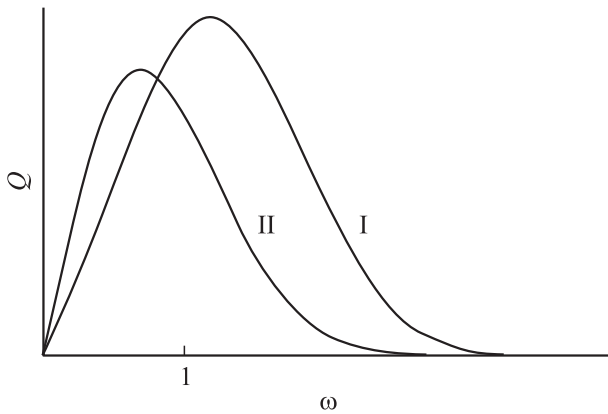


Рис. 1. Зависимость диссипации энергии Q от частоты ω с учетом „микровращений“ (I) и без учета данного фактора (II).

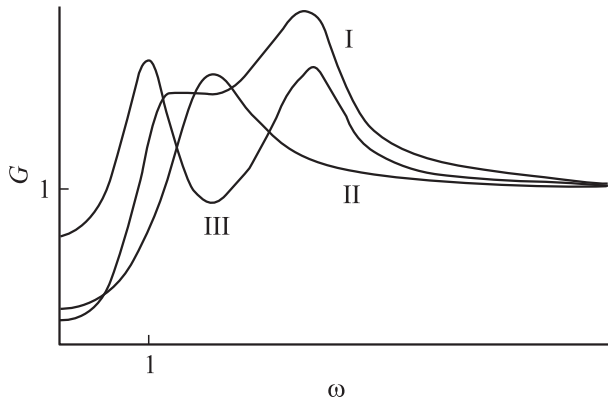


Рис. 2. Типичная зависимость величины G от частоты ω с учетом микровращений (I) в сравнении с выражением (II) без учета микровращений и отношение этих величин (III).

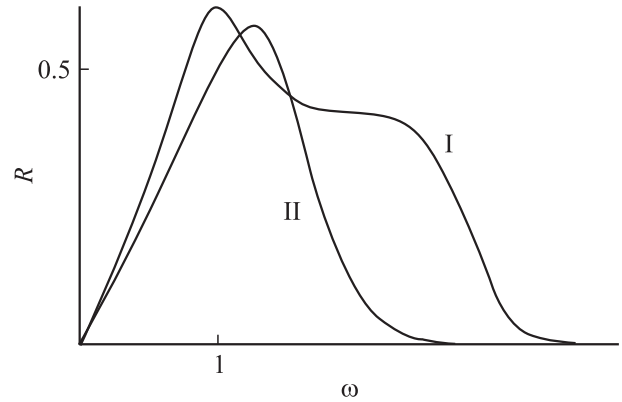


Рис. 3. Эффективная величина R при наличии микровращений (I) в сравнении с выражением, полученным без учета этого фактора (II).

по углам величины

$$G = \left\langle \frac{1}{|\varepsilon(\omega, k)|^2} \right\rangle_{\theta, \varphi}$$

Поэтому приведем типичную зависимость I данной величины G от частоты ω в сравнении с прежним выражением II без учета микровращений, а также отношение этих величин III (рис. 2). На графике частота выражена в единицах $k_x \sqrt{2kT/m}$.

Таким образом, упомянутые физические величины могут количественно измениться с коэффициентом (в зависимости от частотного диапазона) в пределах от 0.25 до 2 раз.

При описании флуктуаций в плазме используются выражения для корреляторов, которые сами содержат характеристики среды. Так, например, выражения для спектрального коррелятора потенциала и для коррелятора напряженности продольного электрического поля содержат величину

$$R = \frac{\varepsilon_l^*(\omega, \mathbf{k})}{|\varepsilon_l(\omega, \mathbf{k})|^2},$$

которая должна быть выведена для вращающейся плазмы и при учете микровращений должна быть усреднена по углам возможных ориентаций вращения; в результате данная эффективная величина I будет отличаться от прежнего выражения II, полученного без учета вращений (рис. 3). На этом рисунке частота также выражена в единицах $k_x \sqrt{2kT/m}$.

Теория явлений переноса пробных частиц T , как известно, может строиться на основании уравнения Фоккера–Планка [7]

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_{st} = & \sum \left[-\frac{\partial}{\partial v_i} \left(f_T \frac{\partial h_\alpha}{\partial v_i} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial v_i \partial v_j} \left(f_T \frac{\partial^2 g_\alpha}{\partial v_i \partial v_j} \right) \right] \\ & \times \frac{4\pi n_\alpha q_T^2 q_\alpha^2}{m_T^2} \ln \Lambda, \end{aligned}$$

$$g_{\alpha}(\mathbf{v}) = \int f_{\alpha}(\mathbf{v}') |\mathbf{v} - \mathbf{v}'| d\mathbf{v}',$$

$$h_{\alpha}(\mathbf{v}) = \frac{m_T}{\mu_{\alpha}} \int \frac{f_{\alpha}(\mathbf{v}')}{|\mathbf{v} - \mathbf{v}'|} d\mathbf{v}',$$

где $\mu_{\alpha} = m_T m_{\alpha} / (m_T + m_{\alpha})$. Учет локальных вращений приводит к изменению поведения вспомогательных функций g_{α} (рис. 4) и h_{α} (рис. 5) — см. случаи I в сравнении с прежними поведениями кривых II на соответствующих рисунках. Здесь на рис. 4 и 5 скорость v_n выражена в единицах тепловой скорости.

Заключение

Здесь рассмотрено описание поведения плазмы с учетом локальных микровращений. Наличие локально вращающихся структур меняет эффективные электродинамические свойства плазмы и влияет на характеристики распространяющихся волн, несмотря на то что среднее вращение равно нулю. Примеры учета криволинейности движений рассмотрены для случая приближенного расчета диэлектрической проницаемости лоренцевой

плазмы, ее проводимости, диссипации энергии, а также изменения коэффициента для сходящегося интеграла столкновений.

Настоящая работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 08-02-00201-а).

Список литературы

- [1] *Lehnert B.* // Nucl. Fusion. 1971. Vol. 11. P. 485.
- [2] *Arteha S.N.* // Phys. Plasmas. 1996. Vol. 3. P. 2849.
- [3] *Забурдаев В.Ю.* и др. // Физика плазмы. 2004. Т. 30. С. 241.
- [4] *Чхетиани О.Г.* // ЖЭТФ. 2004. Т. 126. С. 369.
- [5] *Артеха С.Н.* // ЖЭТФ. 2007. Т. 131. С. 302.
- [6] *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Физическая кинетика. М.: Наука, 1979. 528 с.
- [7] *Кролл Н., Трайвелтис А.* Основы физики плазмы. М.: Мир, 1975. 525 с. (*Krall N.A., Trivelpiece A.W.* Principles of Plasma Physics. NY: Mc GRAWHILL BOOK COMPANY, 1973.)

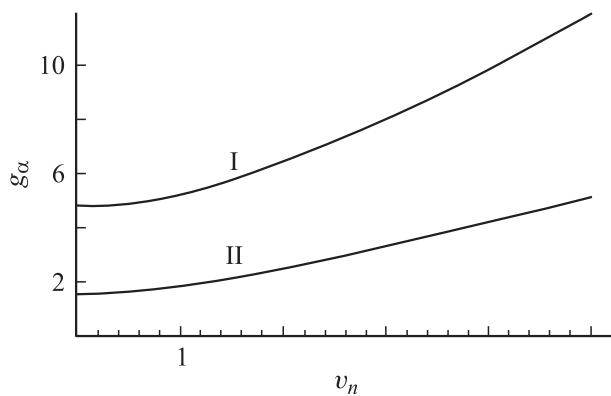


Рис. 4. Поведение вспомогательной функции g_{α} из уравнения Фоккера–Планка с учетом локальных микровращений (I) и без учета данного фактора (II).

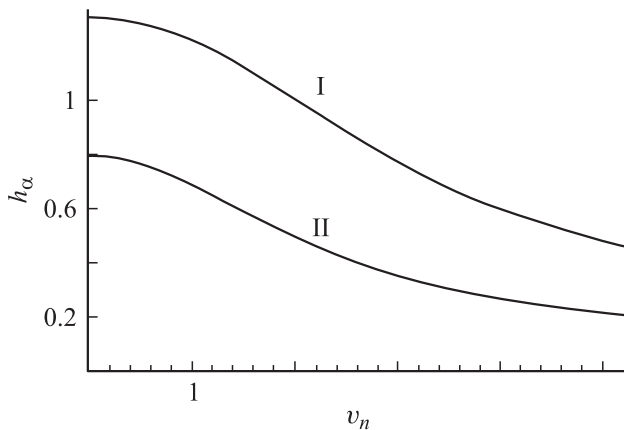


Рис. 5. Поведение вспомогательной функции h_{α} из уравнения Фоккера–Планка с учетом локальных микровращений (I) и без учета данного фактора (II).