01

Различия и сходство между самоорганизующимися и организованными системами

© В.Г. Усыченко

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,
195251 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: Usychenko@rphf.spbstu.ru

(Поступило в Редакцию 3 июня 2010 г.)

С позиции принципа минимизации интегрального лагранжиана единообразно рассмотрены энергетические и динамические характеристики самоорганизующихся и организованных физических систем, в которых частицы взаимодействуют посредством электрических полей. Показано, что диссипация энергии играет вторичную роль в процессах самоорганизации. Классифицированы 2 вида работы, выявлены принципиальные различия и сходства между системами, проведено сопоставление с живыми организмами.

Введение

Коллективные явления в биологии, в самоорганизующихся физических системах и в созданных человеком устройствах порой демонстрируют сходное поведение, что делает полезным их сравнительное изучение с единой точки зрения. На это указывал Г. Хакен во введении к монографии [1]. Наиболее близкое подобие демонстрируют системы и устройства, частицы в которых взаимодействуют друг с другом посредством сил одинаковой физической природы. Рассмотрим процессы, протекающие с участием электрически заряженных частиц.

Самоорганизующейся называют систему [2], которая обретает новую упорядоченную пространственную, временную или функциональную структуру без специфического воздействия извне. Организованными будем называть системы, возникшие в результате самоорганизации, а также устройства, созданные человеком для выполнения работы. Общим инструментом исследования будет служить принцип минимизации интегрального лагранжиана Λ системы [3,4], который утверждает, что система эволюционирует к установившемуся состоянию, в котором потенциальная энергия достигает максимального значения за счет снижения кинетической энергии неорганизованного движения частиц. Подобное превращение хаоса в порядок наблюдается и в термодинамике [5]. Попытаемся выявить основные различия между самоорганизующимися и организованными системами.

Характеристические параметры самоорганизующихся электронных систем

Среди исследованных в работе [4] электронных приборов (магнетронный диод МД, диод Ганна, вакуумный диод) самый высокий уровень самоорганизации частиц демонстрирует МД. При относительно небольшой катодной эмиссии, когда индукция магнитного поля превышает критическое значение, в межэлектродном пространстве возникает в простейшем случае одна уединенная электронная волна, которая с постоянной угловой скоростью Ω вращается вокруг катода (рис. 1). Волна касается своей вершиной анода, обеспечивая этим доступ к источнику высококачественной энергии — источнику питания. Анод, находящийся под напряжением $U_a > 0$, „срезает“ верхний слой электронов волны, взамен которых катод поставляет новые электроны. Так происходит обмен энергией и веществом с внешней средой.

В установившемся состоянии интегральный лагранжиан системы достигает наименьшего значения $\Lambda = \Lambda_{\min}$, что в свою очередь приводит основные энергетические и характеристические параметры режима к экстремаль-

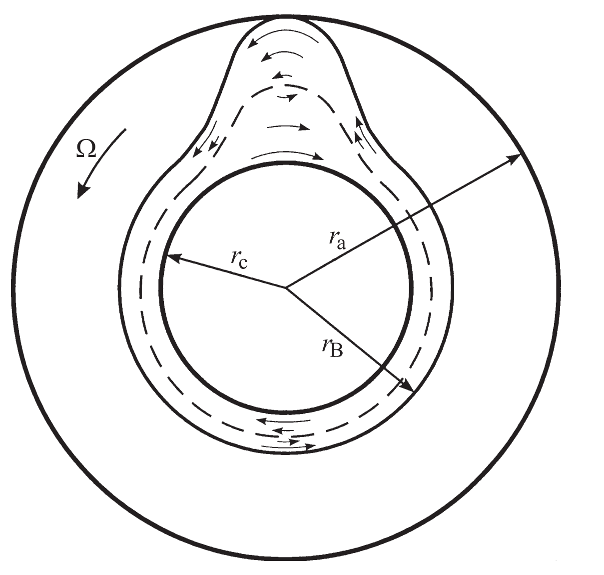

Рис. 1. Абрис уединенной волны в поперечном сечении магнетронного диода в системе координат, вращающейся со скоростью воны Ω; r_c, r_a, r_B — радиусы катода, анода и втулки Брюллюэна. Стрелки характеризуют направление и величину скорости электронов в волне. Штриховая линия — сепаратриса, на которой электроны неподвижны.

ным значениям [3,4,6]:

$$W_N = (W_{\text{sc}})_{\max} + A_{\max} + (W_{\text{kr}})_{\min}, \tag{1}$$

$$W_0 = A_{\max} + (W_a)_{\min}, \tag{2}$$

$$\eta_{\max} = \frac{A_{\max}}{W_0}, \quad \xi_{\min} = \frac{(W_a)_{\min}}{W_0} \quad \theta_{\min} = \frac{(W_{\text{kr}})_{\min}}{(W_a)_{\min}}, \quad \langle \tau_{\max} \rangle. \tag{3}$$

В левой части выражения (1)

$$W_N = -e \int_V nU_v dV > 0$$

— полная энергия системы в объеме прибора V, содержащего N электронов; e — заряд электрона, n — концентрация электронов в элементе объема dV, $U_v > 0$ — вакуумный потенциал, равный среднему значению потенциала в элементе dV при отсутствии электронов в приборе. В правой части (1) — составляющие полной энергии;

$$W_{\text{sc}} = -e \int_V nU_{\text{sc}} dV > 0$$

— потенциальная (электростатическая) энергия уединенной волны, состоящей из втулки Бриллюэна (см. рис. 1) и вихревого образования;

$$A = 0.5m \int_V n\left[w_c \Omega (r^2 - r_c^2) - \Omega^2 r^2\right] dV \tag{4}$$

— динамическая работа, удерживающая электронную волну от распада. В этом выражении Ω — переносная угловая скорость волны, m — масса электрона, ω_c — циклотронная частота. Кинетические по форме слагаемые, входящие в (4), связаны с обобщенными потенциалами, через которые выражаются сила Лоренца и центробежная сила, зависящие от скорости. Эти силы не могут выполнять механическую работу, поэтому в уравнение (1) работа (4) входит как равновеликий энергетический эквивалент, который по форме — кинетический, а по сути — потенциальный;

$$W_{\text{kr}} = 0.5m \int_V nu^2 dV = 0.5mN\langle u^2 \rangle$$

— кинетическая энергия некогерентных перемещений электронов относительно кооперативной структуры, движущейся с угловой скоростью волны Ω; u — относительная составляющая скорости частиц, содержащихся в элементе dV; $\langle u^2 \rangle$ — квадрат этой скорости, усредненный по всему объему V.

Для описания окрытой системы одного интеграла энергии (1) недостаточно, необходим также закон сохранения и преобразования энергии (2). В левой части (2)

$$W_0 = -eNU_a = I_a U_a \langle \tau \rangle$$

— энергия, поставляемая источником питания за среднее время $\langle \tau \rangle$ жизни электронов в системе, I_a — ток анода, U_a — анодное напряжение. В правой части:

$$W_a = \xi W_0 = \frac{W_{\text{kr}}}{\theta}$$

— энергия, рассеиваемая электронами, бомбардирующими анод; A — динамическая работа (4). Таким образом, работа A одновременно присутствует в двух законах сохранения энергии: в законе (2) — как преобразованная за время $\langle \tau \rangle$ часть энергии источника питания, а в уравнении (1) — как количественно равный ей эквивалент.

Коэффициент $\eta = A/W_0$ определяет эффективность работы. Коэффициент

$$\xi = \frac{W_a}{W_0} = 1 - \frac{A}{W_0} = 1 + \frac{m}{2eU_a}\left[\omega_c \Omega (r_a^2 - r_c^2) - \Omega^2 r_a^2\right] \tag{5}$$

характеризует уровень кооперации электронов [7]. Из (5) следует, что кооперация частиц и динамическая работа неразрывно связаны друг с другом. Нельзя сказать, что сначала происходит кооперация частиц, а затем выполняется работа, или наоборот. Оба явления зарождаются и развиваются в одном процессе, достигая предельных значений $A_{\max}$ и $\xi_{\min}$ в установившемся состоянии. Во внешнее пространство, окружающее прибор, работа A не поступает.

Коэффициент ξ связан с эффективностью работы соотношением $\xi = 1 - \eta$. Коэффициент $0 < \theta \leq 1$ характеризует [7] неоднородность распределения кинетической энергии u^2 некогерентной составляющей скорости электронов по объему прибора. Значения этих коэффициентов определяют сложность системы $\kappa = 1 - \theta\xi$.

Доменный режим в диоде Ганна также описывается [4,6] уравнениями (1)–(3), но входящие в них параметры отличаются своим видом и значениями от параметров МД. Например [7], у магнетронного диода расчетные значения $\xi_{\text{MD}} = 0.033$, $\eta_{\text{MD}} = 0.967$, $\kappa_{\text{MD}} = 0.987$. У диода Ганна: $\xi_{\text{GD}} \approx 0.2$, $\eta_{\text{GD}} \approx 0.8$, $\kappa_{\text{GD}} \approx 0.8$.

И в МД, и в диоде Ганна [6] динамическая работа $A_{\max}$ направлена на сохранение электростатической энергии $(W_{\text{sc}})_{\max}$ кооперативной структуры (уединенной волны или домена) и выполняется с той максимальной эффективностью $\eta_{\max}$, которую могут обеспечить конструкция прибора и возможности источника питания. Стремление величин, входящих в уравнения (1)–(3), к экстремальным значениям обеспечивает (при $W_0 = \text{const}$) асимптотическую устойчивость структур: после возмущения волна и домен возвращаются к исходному состоянию.

Одноактная самоорганизация

Сколько частиц может участвовать в самоорганизации? Очевидно, не меньше двух. Такие частицы должны „чувствовать“ друг друга на расстоянии, а их устойчивую кооперацию должны обеспечивать силы взаимодействия. В соответствии с принципом минимизации Λ интегральный лагранжиан частиц, объединившихся в устойчивую структуру, должен быть меньше начального лагранжиана любой из них.

Потребуем от структуры определенных свойств. Сделаем предельный переход, положив в уравнении (1) значение $(W_{\text{kr}})_{\min} = 0$. При этом случайные движения исчезают. Полная энергия структуры включает в себя потенциальную энергию $(W_{\text{sc}})_{\max}$ и динамическую работу $A_{\max}$. Поскольку движения сохраняются (под видом динамической работы), то приведенный в (3) коэффициент $\theta_{\min} \neq 0$ и из равенства $\theta_{\min}(W_{\text{a}})_{\min} = (W_{\text{kr}})_{\min} = 0$ вытекает $(W_a)_{\min} = 0$. Следовательно, структура является устойчивой и может существовать автономно, не нуждаясь в энергетической подпитке (2) извне. Энергия W_0 высокого качества была необходима лишь вначале, когда структура создавалась в процессе преобразования (2). Рождение новой структуры в процессе скачкообразного преобразования энергии (2) назовем самоорганизацией, совершившейся за один акт.

В качестве примера рассмотрим атом водорода. Исходно имеем отдаленные друг от друга протон и электрон, которые характеризуются энергией покоя $m_p c^2$ и mc^2, где c — скорость света. В атоме протон и электрон, находясь на расстоянии r, притягиваются с кулоновской силой $F_1 = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, которой соответствует потенциальная энергия

$$w_p = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}. \tag{6}$$

При движении электрона по круговой орбите кулоновскую силу уравновешивает центробежная сила $F_2 = -mv^2/r$, которой соответствует кинетическая энергия вращающегося вокруг ядра электрона

$$w_k = 0.5mv^2 = -\frac{F_2 r}{2} = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r}. \tag{7}$$

Последний член в (7) свидетельствует о том, что w_k можно рассматривать также как вид потенциальной энергии. Энергия взаимодействия зарядов равна

$$E(r) = w_p + w_k = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r}. \tag{8}$$

Согласно классической электродинамике, неравномерно движущийся заряд излучает электромагнитную волну. Но квантовая механика вносит поправки в классическую физику атома: имеются орбиты, обращаясь по которым, электрон не излучает. Уровни энергии $E(r)$, соответствующие различным квантовым состояниям, зависят от квантового числа n, которое может принимать любое целое положительное значение. Но для атома водорода состояния с $n > 1$ неустойчивы. Устойчиво состояние с $n = 1$, когда электрон вращается на радиусе первой боровской орбиты

$$r = a_0 = \frac{h^2\varepsilon_0}{me^2\pi}$$

(здесь h — постоянная Планка), находящейся на минимальном доступном расстоянии от ядра. При этом, как видно из (7), $w_k = (w_k)_{\max}$. Абсолютное значение энергии на первой орбите

$$|E(a_0)| = w_{\text{con}} = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 a_0} \approx 13.6\,\text{eV} \tag{9}$$

называют энергией связи электрона в атоме. Эта энергия равна кинетической энергии (7) $w_k = (w_k)_{\max}$ центробежного движения электрона, удерживающей атом в стационарном состоянии. В магнетронном диоде такую же роль выполняет динамическая работа $A_{\max}$, которая удерживает от распада волну. Но в отличие от $A_{\max}$ работа $(w_k)_{\max}$ не нуждается в источнике питания. Таким образом, предельные переходы $\lim(W_{\text{kr}})_{\min} = 0$ и $\lim(W_a)_{\min} = 0$ одновременно реализуются в квантовомеханических структурах. Полная энергия покоя атома

$$W_N = (m_p + m)c^2 - w_{\text{con}} \tag{10}$$

оказывается меньше энергии покоя

$$W_{N0} = m_p c^2 + mc^2 \tag{11}$$

раздельных частиц, но больше энергии любой из них. Это согласуется с принципом минимизации Λ, так как значение функции Лагранжа атома $L = -W_N$ оказывается меньше, чем у любой свободной частицы, вошедшей в его состав.

В отличие от динамической работы $A_{\max}$, которую можно измерить, воспользовавшись уравнением (2), энергия $(w_k)_{\max}$ является виртуальной, внешне ничем себя не проявляет и явно в состав энергии покоя атома (10) не входит. Уместно привести слова Г. Герца [8, позиции 595, 605]: „Те массы, положения которых при полном задании наблюдаемых координат системы остаются неизвестными, называются скрытыми массами, их движения — скрытыми движениями, их координаты — скрытыми координатами... Энергия скрытых масс называется потенциальной энергией всей системы“.

Объясним образование атома с позиции синергетики. Исходно имеем протон и электрон, которые покоятся относительно друг друга и разнесены на такое расстояние, что энергию их взаимодействия можно считать близкой к нулю. Высококачественная энергия Большого взрыва, приведшая к образованию протона и электрона и локализованная в массах покоя этих частиц, характеризует полную энергию системы (11). Под воздействием дальнодействующих кулоновских сил электрон и протон начинают сближаться. В процессе сближения потенциальная энергия взаимодействия частиц, меняющаяся от нуля до величины, определяемой соотношением (6), преобразуется в кинетическую энергию $K = e^2/(4\pi\varepsilon_0 r)$ и на радиусе $r = a_0$ оказывается вдвое больше энергии (8), необходимой для существования атома. Избыточное количество энергии $K/2 = w_{\text{con}} = e^2/(8\pi\varepsilon_0 a_0)$ покидает пределы системы, обеспечивая тем самым устойчивость атому как новой форме существования материи.

Можно сказать иначе: энергия (11) высокого качества в соответствии с законом сохранения (2) производит одноактную работу

$$A = W_{N0} - W_a = (m_p + m)c^2 - W_a,$$

при этом часть энергии

$$W_a = w_{\text{con}} = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 a_0}$$

излучается вовне. Результат работы сохраняется в виде энергии (10) покоящегося атома. Уровень кооперации частиц характеризуется коэффициентом

$$\xi_a = \frac{W_a}{W_{N0}} \approx 7.2 \cdot 10^{-9}.$$

Подобная одноактная самоорганизация частиц происходит в больших количествах при фазовых переходах первого рода, идущих при понижении температуры. Серия таких переходов рассмотрена в работе [3] на примере $N \gg 1$ атомов кислорода, находящихся в закрытом сосуде, помещенном в термостат. Высококачественная энергия Большого взрыва „вошла" в сосуд в виде энергии покоя атомов Nm_0c^2, после чего поток перекрыли. Благодаря термостату частицы пребывают в состоянии термодинамического хаоса. Но если температура термостата понизится ниже определенного значения, атомарное состояние утратит устойчивость. Энергия покоя двух атомов будет преобразована в одноактном процессе по закону

$$2m_0c^2 = 2(m_0 - \Delta m_0)c^2 + 2\Delta m_0c^2,$$

в котором $2(m_0 - \Delta m_0)c^2$ есть энергия покоя молекулы O_2 (ср. с (10)), а энергия дефекта массы $2\Delta m_0c^2$ излучится и поглотится термостатом. Устойчивость молекуле обеспечивает движение атомов по траекториям, разрешенным квантовой механикой.

В описанном процессе поток энергии не является непрерывным. Но прерывистые потоки, в которых поступление высококачественной энергии и ее преобразование в энергию иного вида происходят не одновременно, встречаются в природе повсеместно. Например, у любого живого организма приемы пищи разнесены во времени. Поступление энергии в тепловой двигатель и ее преобразование в работу также происходит в разные интервалы времени, иногда называемые тактами. Реакции ядерного синтеза, сопровождающиеся уменьшением интегральных лагранжианов синтезированных ядер и звезды в целом, начнутся лишь после возгорания звезды, когда количество накапливаемого с течением времени водорода и гелия превысит определенный пороговый уровень. Синтез каждого нового ядра — одноактная работа. Но огромное число таких одиночных актов сливается в непрерывную динамическую работу, в ходе которой состояние звезды медленно (по человеческим меркам) меняется. Полная энергия звезды уменьшается, так как часть энергии в виде излучения рассеивается в космическом пространстве. Интегральный лагранжиан уменьшается в основном по причине увеличения относительного числа ядер более тяжелых элементов. Звезда — это самоорганизующаяся система, которая в процессе развития изменяет структуру своих элементов и меняется вместе с ними.

Таким образом, предельное значение $(W_{\text{kr}})_{\min} = 0$ достигается в квантовых одноактных процессах, объединяющих небольшое число частиц. Но поскольку объединенные в структуру частицы находятся в относительном движении, то коэффициент кооперации не достигает своего предела $\xi = 0$. Существуют ли системы, частицы которых относительно неподвижны, а их переносное движение является когерентным? Состояния таких систем должны характеризоваться значениями коэффициентов $\xi = 0$, $\theta = 1$, свидетельствующими об абсолютной упорядоченности. При этом в соответствии с (3) диссипация энергии $W_a = \xi W_0 = 0$, трение отсутствует, кинетическая энергия некогерентных перемещений $W_{\text{kr}} = \theta\xi W_0 = 0$ и поступившая в систему энергия W_0 переходит в кинетическую энергию переносного движения всех частиц как единого целого. Так ведут себя электроны в состоянии сверхпроводимости и гелий — в состоянии сверхтекучести. При понижении температуры переход к таким состояниям происходит скачком.

Автоколебательные устройства

Рассмотрим автоколебательное устройство, построенное для выполнения нужной человеку работы. Уравнение установившегося состояния запишем в виде

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} = F(x, \dot{x}). \tag{12}$$

В этом выражении γ — коэффициент, учитывающий диссипацию энергии; $F(x, \dot{x})$ — функция потенциальных и обобщенно потенциальных сил, которые определяют движение системы. Попытаемся ответить на вопрос о том, каким требованиям должна удовлетворять функция F, чтобы в установившемся режиме уравнение (12) имело периодическое решение в виде суммы фурье-составляющих

$$x = \sum_n x_n = \sum_n B_n \sin(n\omega t + \phi_n).$$

Здесь B_n — амплитуда; ϕ_n — фаза; $n = 1, 2, \ldots$; $\omega = 2\pi/\tau$ — основная гармоника процесса, протекающего с периодом τ. В радиотехнике в качестве первого приближения обычно используют собственную частоту ω_0 „холодной" системы (например, частоту резонансного контура). Но нами используется точное значение частоты ω, известное, например, из эксперимента, что избавит нас от поиска поправок. Найдем условия, при которых функция F удовлетворяет выбранному решению:

$$F(x,\dot{x}) = -\sum_n n^2\omega^2 B_n \sin(n\omega t + \phi_n) + \sum_n G_n(x_n) n\omega B_n \cos(n\omega t + \phi_n) = -\sum_n n^2\omega^2 x_n + \sum_n G_n(x_n)\dot{x}_n. \qquad (13)$$

Здесь $G_n(x_n)$ — нелинейная функция, учитывающая связь системы с внешней средой — источником питания. Подставив (13) в (12), увидим, что слагаемые силовой функции $-n^2\omega^2 x_n$ поддерживают колебательные движения системы, а слагаемые $G_n(x_n)\dot{x}_n$ — компенсируют потери энергии. Перепишем (12) с учетом (13), отделив колебательные члены от диссипативных:

$$\sum_n(\ddot{x} + n^2\omega^2 x_n) = \sum_n[G_n(x_n) - \gamma_n]\dot{x}_n.$$

Здесь γ_n характеризует потери энергии на n-й гармонике. Поскольку функции $\ddot{x}_n$ и x_n пропорциональны $\sin(n\omega t)$, а $\dot{x}_n \propto \cos(n\omega t)$, то слагаемые левой и правой сумм описывают взаимно ортогональные процессы в гильбертовом пространстве и линейно независимы. При этом равенство сумм переходит в уравнение

$$\sum_n(\ddot{x} + n^2\omega^2 x_n) = \sum_n(G_n(x_n) - \gamma_n)\dot{x}_n = 0, \qquad (14)$$

в котором сопряженными являются парциальные пары

$$\ddot{x}_n + n^2\omega^2 x_n = 0, \quad [G_n(x_n) - \gamma_n]\dot{x}_n = 0$$

с одинаковыми значениями n. При слабой нелинейности $G_n(x_n)$ взаимодействиями между различными парами можно пренебречь, и основные свойства системы можно понять, рассмотрев любую из них. Опустив индекс n, будем анализировать уравнения, относящиеся к основной частоте:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0, \qquad (15)$$

$$[G(x) - \gamma]\dot{x} = 0. \qquad (16)$$

Исследуемая система одновременно участвует в двух принципиально разных видах движения: в обратимом периодическом, которое описывает уравнение (15), и в необратимом движении, описываемом уравнением (16). Таким образом, автоколебательное устройство состоит из двух подсистем, одна из которых демонстрирует консервативные свойства, а другая — диссипативные. Интеграл энергии консервативной подсистемы

$$H = 0.5(\dot{x}^2 + \omega^2 x^2) = w_k + w_p = \text{const} \qquad (17)$$

по виду совпадает с энергией (8) взаимодействия зарядов в атоме водорода. Суммарная энергия диссипативной подсистемы равна нулю: из (16) следует, что энергия $-\gamma\dot{x}x$, рассеиваемая системой, полностью компенсируется энергией $G(x)\dot{x}x$, поставляемой извне. Поскольку

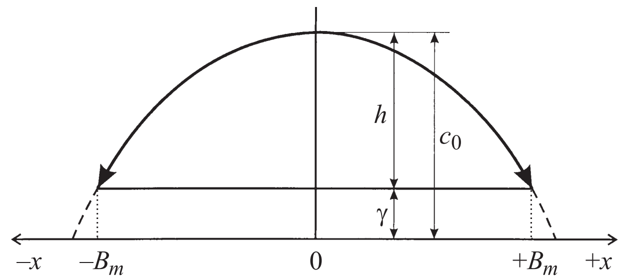

Рис. 2. Графическое представление решения уравнения (19).

x и $\dot{x}$ не равны тождественно нулю, то диссипативную подсистему можно описывать уравнением

$$G(x) - \gamma = 0. \qquad (18)$$

Представив функцию в простом нелинейном виде $G(x) = c_0(1 - c_1x^2)$, где c_0 и c_1 — постоянные коэффициенты, получим уравнение

$$c_0(1 - c_1x^2) - \gamma = 0. \qquad (19)$$

Графическое решение уравнения (18) при $c_1 > 0$ приведено на рис. 2. Система совершает периодическое движение по куполу параболы в пределах $-x_{\max} \le x \le x_{\max}$, где $\pm x_{\max}$ — точки пересечения параболы с линией $\gamma = \text{const}$, определяющие амплитуду колебания

$$B_m = x_{\max} = \sqrt{\frac{c_0 - \gamma}{c_0c_1}}, \qquad (20)$$

существующего только при $c_0 > \gamma$. Высота купола параболы

$$h = c_0 - \gamma \qquad (21)$$

характеризует запас устойчивости колебаний. Таким образом, амплитуда колебаний, которая входит в интеграл энергии (17) консервативных подсистем, находится из решения уравнения, описывающего диссипативную подсистему.

Пример

На рис. 3 схематически изображен автогенератор на триоде. Использованы общепринятые обозначения [9,10]: L — индуктивность, C — емкость, r — сопротивление контура, в которое пересчитано сопротивление полезной нагрузки, потребляющей энергию генерируемого колебания. Контурный ток I_L и питающий контур переменный ток I лампы связаны уравнением

$$\frac{d^2I_L}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{dI_L}{dt} + \omega^2 I_L = \omega^2 I, \qquad (22)$$

в котором $\omega \approx \omega_0 = (LC)^{-1/2}$ — частота генерации. Введем напряжение на сетке лампы $x = MdI_L/dt$, где M — коэффициент взаимной индукции между цепью

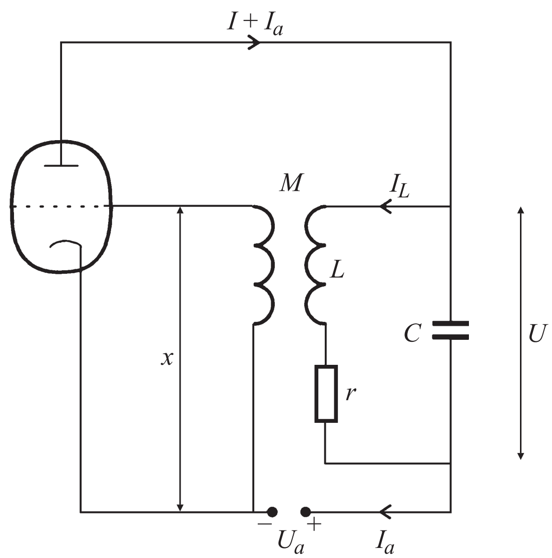

Рис. 3. Эквивалентная схема автогенератора.

сетки и контуром. Характеристику лампы возьмем в общепринятом виде

$$I = Sx(1 - \beta x^2),$$

где $S = \partial I/\partial x$ — крутизна тока в точке $x = 0$. В новых обозначениях уравнение (22) запишем так:

$$\ddot{x} + \omega^2 x = G(x, \dot{x}) - \gamma\dot{x}. \qquad (23)$$

Здесь $\gamma = r/L \simeq \omega^2 rC$; функция

$$G(x, \dot{x}) = \omega^2 MS(1 - 3\beta x^2)\dot{x},$$

учитывающая поступление энергии извне, связана с переменным током лампы I.

Приравняв уравнение (23) к нулю, положим $x = B\sin\omega t$ и учтем, что $\sin^2 z \cos z = (1/4)(\cos z - \cos 3z)$. Тогда диссипативная часть $G(x, \dot{x}) - \gamma\dot{x} = 0$ принимает вид

$$\omega^3 B\cos\omega t\left(MS - rC - \frac{3}{4}MB^2 S\beta\right) + \frac{3}{4}M\omega^3 B^3\cos 3\omega t = 0.$$

Пренебрегая третьей гармоникой тока, получим выражение в форме (19):

$$c_0(1 - c_1 x^2_{\max}) - \gamma = \omega^2 MS\left(1 - \frac{3}{4}\beta B^2\right) - \omega^2 rC = 0.$$

По формулам (20), (21) найдем амплитуду колебания

$$B_m = 2\sqrt{\frac{MS - rC}{3\beta MS}}$$

и высоту холма

$$h = \omega^2(MS - rC) \simeq \omega^2 MS - \gamma.$$

Заметим, что решение уравнения (22) методом медленно меняющихся амплитуд [10] приводит к таким же величинам. Вносимые в (22) возмущения затухают по закону $\exp(-ht)$: система является асимптотически устойчивой.

Найдем мощность генерируемых колебаний $P_\approx \simeq 0.5U_m I_m$. Здесь $U_m = B_m L/M$ — амплитуда переменного напряжения на контуре, I_m — амплитуда тока лампы I. Мощность $P_\approx$ существует одновременно в двух видах: как мощность, генерируемая лампой, и как мощность $P_\approx \cong 0.5rI^2_{Lm}$, которая рассеивается в сопротивлении r или используется для выполнения работы, например, для радиопередачи: в любом случае эта мощность рассеивается в окружающем пространстве.

Мощность источника питания

$$P_0 = U_a I_a = P_\approx + P_{\text{а}}$$

расходуется на полезную мощность $P_\approx$ и мощность $P_{\text{а}}$, рассеиваемую на аноде лампы. Умножив на период $T_\approx = 2\pi/\omega$ выходного колебания, получим соотношение вида (2)

$$W_0 = A_\approx + W_a,$$

в котором $A_\approx = P_\approx T_\approx$ — полезная работа.

В генераторе, охваченном положительной обратной связью, коллективное движение возникает не в результате самосогласованных взаимодействий электронов, а благодаря колебательному контуру, который „заставляет" частицы двигаться когерентно. Интенсивность коллективного движения растет по мере увеличения амплитуды U_m, достигая максимального значения в установившемся колебательном состоянии. В этом состоянии работа $A_\approx = (A_\approx)_{\max}$ выполняется с эффективностью

$$(\eta_\approx)_{\max} = \frac{(A_\approx)_{\max}}{W_0} = 1 - \frac{(P_a)_{\min}}{P_0}$$

Приравнивая к нулю левую часть уравнения (23), найдем интеграл энергии (17) консервативной части системы:

$$\begin{aligned} H = w_k + w_p &= 0.5LI^2_{Lm}\cos^2\omega t + 0.5CU^2_m\sin^2\omega t \\ &= 0.5LI^2_{Lm} = 0.5CU^2_m = \text{const}. \end{aligned} \qquad (25)$$

В отличие от магнетронного диода, полная энергия (1) которого сосредоточена в уединенной волне, созданной в процессе самоорганизации самими электронами, в автогенераторе энергия запасается в индуктивности L и емкости C, которые привнесены в систему человеком. Как „хранители энергии" эти элементы явным образом присутствуют в гамильтониане (25). Но работа $A_\approx$ не затрачивается на их создание и поэтому в состав полной энергии (25) не входит. Это принципиально отличает ее от динамической работы A (см. интеграл энергии (1) магнетрона). Работа $A_\approx$ расходуется только на преодоление диссипативных сил, которые могут находиться за пределами системы: например, сопротивление r может быть сопротивлением излучения антенны.

Организованные системы на основе самоорганизующихся явлений

Энергию самоорганизующихся уединенных волн магнетронного диода можно использовать для генерирования колебаний и выполнения полезной работы. Такие генераторы обгнаруживают свойства как самоорганизующихся, так и организованных систем.

Рассмотрим магнетронный генератор (МГ), который отличается от МД тем, что вместо „гладкого" имеет разрезной анод, представляющий собой резонатор с собственной „холодной" резонансной частотой ω_0. Уединенные волны, вращаясь вокруг катода, возбуждают резонатор, и магнетрон генерирует колебание на частоте $\omega \approx \omega_0$. Прибор характеризуют мощностью выходного колебания $P_{\approx} = P_0 - P_a$, или полезной работой $A_{\approx} = W_0 - W_a$, совершаемой выходным колебанием за один период с коэффициентом полезного действия

$$\eta_{\approx} = \frac{A_{\approx}}{W_0} = 1 - \frac{W_a}{W_0}.$$

Как и в автогенераторе, работа $A_{\approx}$ предназначена для использования во внешней среде. Поскольку работу $A_{\approx}$ снабжает энергией не только источник питания, но и уединенная волна, обладающая предельно большой энергией $(W_{\text{sc}})_{\max}$, то внешняя работа длолжна иметь такое значение $A_{\approx} = (A_{\approx})_{\max}$, которое могут совместно обеспечить конструкция прибора и источник питания. При этом эффективность полезной работы оказывается меньше эффективности динамической работы. Так, у МГ значение $\eta_{\approx}$ редко достигает 70%, в то время как $\eta_{\text{MD}} = 0.967$.

В генераторах на диодах Ганна (GD) полезную работу $A_{\approx}$ получают за счет энергии домена: динамическая работа $A_{\max}$ создает бегущий вдоль диода домен, обладающий электростатической энергией $(W_{\text{sc}})_{\max}$, а домен благодаря резонатору выполняет работу $A_{\approx}$, направленную для внешнего применения. У генератора Ганна значение $(\eta_{\approx})_{\max}$ несколько меньше $\eta_{\text{GD}} \approx 0.8$.

Сравнение систем

Интеграл энергии магнетронного диода (1) включает в себя: электростатическую энергию кооперативной электронной структуры $w_p = (W_{\text{sc}})_{\max}$; динамическую работу, которая удерживает структуру от распада и по форме (4) является кинетической энергией, что позволяет записать ее в виде $w_k \Longleftrightarrow A_{\max}$, где $\Longleftrightarrow$ — знак эквивалентности; кинетическую энергию $(W_{kr})_{\min}$ некогерентных перемещений частиц. В новых обозначениях интеграл (1) имеет вид

$$W_N = w_p + w_k + (W_{kr})_{\min}. \tag{26}$$

Энергия $(W_{kr})_{\min}$ принадлежит всем электронам, находящимся в приборе. В конце своей жизни частицы рассеиваются на аноде МД и под видом энергии $(W_a)_{\min}$ входят в закон (2). Взамен ушедших из катода поступают новые частицы. Таким образом, система обеспечивает себя высококачественной энергией W_0, получаемой от источника питания, благодаря чему динамическая работа $A_{\max} \Longleftrightarrow w_k$ выполняется непрерывно. Наличие $(W_{kr})_{\min}$ в (26) говорит о том, что полная самоорганизация, при которой достигается предел $\lim(W_{kr})_{\min} = 0$, в магнетроне невозможна. Указанный предел реализуется, как показано выше, в квантовой механике при одноактной самоорганизации. При достижении предела интеграл (26) принимает форму гамильтониана

$$H = w_p + w_k, \tag{27}$$

которым описывается энергия взаимодействия зарядов (8) в атоме водорода. Такой же вид имеет гамильтониан (17) непрерывно работающего автогенератора, который, как и атом, является организованной и устойчивой системой. Но в автогенераторе некогерентная составляющая W_{kr} не исчезает, а вытесняется, причем не только из консервативной, но и из диссипативной подсистемы. Как и в магнетроне, W_{kr} неявно присутствует лишь в энергии $W_a = I_a U_a T_{\approx}$, рассеиваемой на аноде лампы постоянной составляющей тока I_a, которая в уравнение (22) не входит. Таким образом, автогенератор рассеивает два вида энергии. Во-первых, энергию W_a неорганизованных электронов, во-вторых, работу $A_{\approx}$, используемую вовне.

Работа $A_{\approx}$ не входит явно в состав гамильтониана (17), но без наличия гамильтониана выполнение работы $A_{\approx}$ невозможно в принципе. Именно обратимое периодическое движение (15), связанное с гамильтонианом (17), благодаря созданной человеком положительной обратной связи управляет движением электронов лампы и выводит автогенератор в режим $A_{\approx} = (A_{\approx})_{\max}$, одновременно доставляющий максимум интегралу (25).

Важно отметить, что энергия $w_k \Longleftrightarrow A_{\max}$, входящая в состав интегралов (1), (26) самоорганизующихся систем, и гамильтонианов (8), (27) систем, организованных естественным путем, существуют благодаря тем зависящим от скорости силам, которые механическую работу выполнять не могут. Эти силы уравновешивают потенциальные силы структур. Устойчивость обеспечивается тем, что кинетическая энергия скоростных сил достигает предельно больших значений, ограничиваемых либо квантово-механическими пределами, не требующими энергетических затрат, либо противодействием потенциальной энергии $(W_{sc})_{\max}$ структуры, формируемой самими силами, как это непрерывно происходит в МД или в диоде Ганна и возможно только благодаря потоку энергии, поступающей от источника питания.

В автогенераторе организующую роль выполняет консервативная подсистема, обратимое движение которой управляет работой диссипативной подсистемы, находящейся в ортогональном функциональном пространстве. Именно ортогональность дает возможность консервативной подсистеме управлять всей системой и ее связью с внешней средой через источник питания, затрачивая при этом настолько малую энергию, что данное обстоятельство позволило нам обосновать обнуление парциальных сумм в (14).

Устойчивость системы определяется (см. рис. 2) высотой холма, возвышающегося над уровнем энергетических потерь γ:

$$h \simeq \omega^2 MS - \gamma = \omega\left(\omega SM - \frac{r}{\omega L}\right) \simeq \omega\left(\omega SM - \frac{A_{\approx}}{2\pi H}\right).$$

Здесь H — энергия (25), запасенная в консервативной подсистеме. В работающем автогенераторе всегда выполняется условие $A_{\approx}/2\pi H < 1$. Следовательно, устойчивость обеспечивается превышением накопленной в консервативной подсистеме энергии H над работой $A_{\approx}$, в рассеиваемой вовне.

Таким образом, во всех рассмотренных случаях устойчивость стационарных состояний обеспечивает стремление интегрального лагранжиана к минимуму. На практике это приводит к максимуму работы, которая прямо (динамическая работа A) или опосредованно (внешняя работа $A_{\approx}$) затрачивается на увеличение полной энергии системы. Роль диссипации в процессах самоорганизации вторична, о чем особенно наглядно свидетельствуют явления сверхпроводимости и сверхтекучести.

Заключение

В мире физики только организованные системы на основе самоорганизующихся явлений могут одновременно выполнять два вида работы:

1) динамическую работу, направленную на самосохранение и саморазвитие системы,

2) работу, направленную во внешнюю среду.

В мире живых организмов такое сочетание работ является необходимым. Одна часть потребляемой с пищей высококачественной энергии расходуется на динамическую работу, направленную на рост и обновление внутренних и наружных органов. Другая часть энергии расходуется на „внешнюю“ работу, направленную на добывание пищи и обеспечение жизненных потребностей. Оба вида работы, как и в физических системах, выполняются с той максимальной эффективностью, на которую способен организм в условиях окружающей его внешней среды. В этом состоит основное формальное сходство между физическим и биологическим миром.

Органы, предназначенные для выпонения внешней работы, нуждаются в управлении. В автогенераторе работой $A_{\approx}$ и всей системой „управляет“ консервативная подсистема, которая благодаря положительной обратной связи, затрачивая малые количества энергии, группирует электроны лампы таким образом, чтобы достичь эффективности $\eta_{\approx} = (\eta_{\approx})_{\max}$. В процессе эволюции возникновение у живых организмов новых органов требовало развития специализированной „консервативной“ подсистемы, предназначенной для экономного и эффективного управления „старыми“ и новыми органами. Так могло зародиться сознание.

Автор благодарен руководству АО „Аргус–Спектр“ за поддержку.

Список литературы

[1] *Хакен Г.* Синергетика. Иерархии неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. М.: Мир, 1985. 419 с.

[2] *Хакен Г.* Синергетика. М.: Мир, 1980. 404 с.

[3] *Усыченко В.Г.* // ЖТФ. 2007. Т. 77. Вып. 7. С. 1–10.

[4] *Усыченко В.Г.* // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 11. С. 38–46.

[5] *Николис. Г., Пригожин И.* Самоорганизация в неравновесных системах. От диссипативных структур к упорядочению через флуктуации. М.: Мир, 1979.

[6] *Усыченко В.Г.* // Электронная синергетика. Физические основы самоорганизации и эволюции материи. СПб.–М.–Краснодар: Лань, 2010. 240 с.

[7] *Усыченко В.Г.* // ЖТФ. 2005. Т. 75. Вып. 5. С. 19–27.

[8] *Герц Г.* Принципы механики, изложенные в новой связи. М.: АН СССР, 1959. 386 с.

[9] *Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А.* Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974. 504 с.

[10] *Малахов А.Н.* Флуктуации в автоколебательных системах. М.: Наука, 1968. 660 с.