

Автоколебательные процессы в системах с запаздыванием при нерегулярно изменяющихся условиях возбуждения

© Э.В. Кальянов, В.И. Калинин

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
141190 Фрязино, Московская обл., Россия
e-mail: erast@ms.ire.rssi.ru

(Поступило в Редакцию 25 марта 2010 г.)

Представлена математическая модель связанной системы, содержащей две хаотические подсистемы с запаздыванием, когда вместо постоянных начальных условий в виде единичного толчка для возбуждения подсистем используются непрерывные нерегулярные колебания, имитирующие собственные шумы, которые воздействуют на автоколебания и после их возбуждения. Приведено уравнение автономной подсистемы с учетом изменения обратной связи.

Показано, что при автономной работе подсистемы, возбуждаемой нерегулярными колебаниями, происходит стохастизация хаотических движений. При этом увеличение интенсивности колебаний, имитирующих собственные шумы, приводит к подавлению автоколебаний, обеспечивая регенеративное усиление нерегулярных колебаний. Рассмотрено взаимодействие связанных колебаний в случаях идентичных и неидентичных подсистем при различающихся шумоподобных начальных условиях. Показано, что даже в случае одинаковых параметров полной идентичности взаимодействующих колебаний не возникает.

Введение

Автоколебательные процессы систем с хаотической динамикой, а также взаимодействие колебаний таких систем рассматривались во многих работах. Синхронизации хаотических колебаний в последнее время уделяется большое внимание. Это явление является фундаментальным [1]. В отличие от случая взаимодействия колебаний в системах с регулярной динамикой, в которых имеют место только синхронные или асинхронные взаимодействия [2,3], при изучении связанных колебаний в системах с хаотической динамикой введено определение для нескольких режимов синхронизации (режимы полной и обобщенной синхронизаций, фазовая синхронизация и др.). В то же время существование отдельных режимов, как показано в [4], необоснованно.

Численный анализ различных видов синхронизации хаотических систем проводился при начальных условиях, задаваемых в виде единичного толчка, легко воспроизводимого при расчетах. В реальных системах начальные условия определяются собственными флуктуациями различной природы, которые невоспроизводимы, и они, так же как и внешние шумы, существенно влияющие на колебательный процесс [5,6], могут приводить к новым эффектам. Поэтому представляет интерес анализ процессов в хаотических системах, когда начальные условия задаются нерегулярными колебаниями, имитирующими собственные флуктуации. С этих позиций представляет интерес и анализ взаимодействия хаотических генераторов, в том числе и с идентичными параметрами, когда, как отмечается в работе [1], возникает не синхронизация, а установление симметричного состояния.

Явление хаотической синхронизации исследовалось численными методами лишь при возбуждении автоколе-

баний от единичных толчков; в связанных генераторах с идентичными параметрами различие колебаний определялось в начальный момент времени за счет разных единичных толчков. Влияние на колебательные процессы собственных шумов, обеспечивающих возбуждение хаотических колебаний и продолжающих воздействовать на эти колебания в процессе их взаимодействия, не рассматривалось. В то же время, как было показано в [7], собственные шумы могут оказывать существенное влияние даже на процессы колебаний в одном генераторе.

Настоящая работа посвящена исследованию влияния на системы с хаотической динамикой нерегулярных колебаний, имитирующих собственные шумы, когда возбуждение колебаний осуществляется также этими шумами. В ней рассматривается стохастизация хаотических колебаний системы с запаздыванием и переход этой системы в необычный режим усиления, названный, в соответствии с наблюдаемыми физическими процессами, режимом „авторегенерации“. Исследуется поведение одного генератора и взаимодействие двух генераторов с запаздыванием (с идентичными и не идентичными параметрами), в которых начальные условия задаются в виде непрерывно воздействующих нерегулярных колебаний.

Математические модели

В качестве исходных математических моделей генераторов воспользуемся уравнениями кольцевых систем с запаздыванием. В этом случае при реализации связанной системы каждый генератор содержит нелинейный элемент (усилитель), в цепь обратной связи которого (с выхода на вход) последовательно включены следующие элементы: фильтр первого порядка, линия задержки,

фильтр второго порядка, направленный ответвитель и сумматор.

Полагая, что на входе усилителя первого генератора реализуется колебательный процесс $f_1(t)$, будем иметь на его выходе колебания $F_1[f_1(t)]$, определяемые нелинейной характеристикой F_1 . Тогда колебательный процесс $x_1(t)$ на выходе фильтра первого порядка этого генератора определяется соотношением

$$\delta_1 dx_1/dt + x_1 = F_1[f_1(t)], \quad (1)$$

где δ_1 — постоянная времени фильтра первого порядка. При этом колебательный процесс $z_1(t)$, формируемый на выходе фильтра второго порядка, связан с колебаниями $x_1(t)$, после их прохождения через линию задержки с запаздыванием на время τ_1 , уравнением

$$d^2 z_1/dt^2 + \mu_1 dz_1/dt + z_1 = x_1(t - \tau_1), \quad (2)$$

где μ_1 — параметр потерь, $x_1(t - \tau_1)$ — колебания на выходе линии задержки.

Будем полагать, что при коэффициентах связи между генераторами γ_1 и γ_2 (при $\gamma_1, \gamma_2 < 1$) на сумматор второго генератора ответвляется сигнал $\gamma_1 z_1(t)$, а с ответвителя второго генератора на сумматор первого генератора поступает соответственно сигнал $\gamma_2 z_2(t)$. Учитывая воздействие на входе усилителя первого генератора собственных колебаний $(1 - \gamma_1)z_1(t)$ (после их прохождения через ответвитель), колебаний $\gamma_2 z_2(t)$, ответвленных со второго генератора, а также нерегулярных колебаний $\xi_1(t)$, имитирующих собственные шумы, можно представить выражение, определяющее функцию $f_1(t)$, в виде

$$f_1(t) = (1 - \gamma_1)z_1(t) + \gamma_2 z_2(t) + \xi_1(t). \quad (3)$$

Аналогично для второго генератора при колебаниях, выполняющих роль возбуждающих шумов $\xi_2(t)$, будем иметь

$$\delta_2 dx_2/dt + x_2 = F_2[f_2(t)],$$

$$d^2 z_2/dt^2 + \mu_2 dz_2/dt + z_2 = x_2(t - \tau_2), \quad (4)$$

$$f_2(t) = (1 - \gamma_2)z_2(t) + \gamma_1 z_1(t) + \xi_2(t), \quad (5)$$

где обозначения с индексом 2 имеют тот же смысл применительно ко второму генератору, что и обозначения с индексом 1 для первого генератора.

Для формирования нерегулярных колебаний $\xi_1(t)$ и $\xi_2(t)$ воспользуемся уравнениями, реализующими хаотические сигналы $u_i(t)$ (при $i = 1, 2$)

$$\begin{aligned} du_i/dt &= v_i - u_i, \\ dv_i/dt &= u_i(w_i - 0.8), \\ dw_i/dt &= 1.2 - u_i v_i, \end{aligned} \quad (6)$$

различающихся за счет разных начальных толчков для переменных $u_1(t)$ и $u_2(t)$ в момент времени $t = 0$ ($u_1(0)$ и $u_2(0)$), полагая при этом, что

$$\xi_1(t) = \alpha u_1(t), \quad \xi_2(t) = \alpha u_2(t), \quad (7)$$

где α — постоянный коэффициент, определяющий уровень сигнала, имитирующего собственные шумы.

Конкретизируя выражения для амплитудных характеристик нелинейных усилителей с помощью выражения рэлеевского типа, приведенного в [8], представим уравнения подсистем в виде, удобном для численного анализа, введя дополнительные переменные $y_1(t)$ и $y_2(t)$. Получим

$$\begin{aligned} dx_1/dt &= \{B_1 f_1(t) \exp\{-[f_1(t)]^2\} - x_1\} s_1, \\ dy_1/dt &= x_1(t - \tau_1) - z_1, \\ dz_1/dt &= y_1 - \mu_1 z_1, \\ dx_2/dt &= \{B_2 f_2(t) \exp\{-[f_2(t)]^2\} - x_2\} s_2, \\ dy_2/dt &= x_2(t - \tau_2) - z_2, \\ dz_2/dt &= y_2 - \mu_2 z_2, \end{aligned} \quad (8)$$

где B_1, B_2 — параметры усиления, $s_1 = 1/\delta_1, s_2 = 1/\delta_2$.

Применительно к анализу автономной работы одного парциального генератора с учетом изменения обратной связи за счет ответвления сигнала, реализующегося в уравнениях (8), (9), следует положить $\gamma_1 = \gamma, \gamma_2 = 0$. В этом случае опустив индексы, получим

$$\begin{aligned} dx/dt &= \{B f(t) \exp\{-[f(t)]^2\} - x\} s, \\ dy/dt &= x(t - \tau) - z, \\ dz/dt &= y - \mu z, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$f(t) = (1 - \gamma)z(t) + \alpha u(t). \quad (11)$$

При этом для определения $u(t)$ следует использовать уравнения (6) без индексов при переменных. Коэффициент γ приобретает смысл параметра ослабления обратной связи.

Система уравнений (10), (11) при $\gamma = \alpha = 0$ является частным случаем модели [9], содержащей автопараметрическую обратную связь и нелинейную возвращающую силу. Если при этом и $\tau = 0$, то система уравнений (10), (11) преобразуется в известное уравнение Дмитриева–Кислова [8].

Совместное решение уравнений (3), (5)–(9), а также уравнений (6), (10), (11) проводилось методом Рунге–Кутты 4-го порядка. При анализе связанной системы различие между колебательными процессами $\xi_1(t)$ и $\xi_2(t)$ достигалось за счет разных начальных условий, задаваемых для переменных $u_i(t)$ (при нулевых значениях остальных переменных). Неизменяемые параметры равны $\mu_1 = \mu_2 = \mu = 0.1, \tau_1 = \tau_2 = \tau = 0.8$,

$s_1 = s_2 = s = 0.4$. Начальные условия для переменной $u(t)$ при анализе одной парциальной подсистемы задавались как $u(0) = 1$, а в случае рассмотрения связанных подсистем начальные условия представлялись в виде $u_1(0) = 1, u_2(0) = -3$.

Стохастизация колебаний автономного парциального генератора

Рассмотрим особенности работы одного парциального генератора, описываемого уравнениями (10), (11) при учете воздействия нерегулярно изменяющихся условий возбуждения.

Расчет бифуркационной диаграммы, отображающей изменение максимальных значений колебательного процесса $x(t)$ (обозначенных через $[x]$) в зависимости от параметра усиления при малом значении α (при $\alpha = 0.000\,001$), показывает, что по мере увеличения параметра усиления при достижении им значения $B \approx 2.2$ происходит возбуждение автоколебаний. В соответствии с тем, что максимальные значения колебательного процесса определяются одной линией, колебания являются одноктактными и им соответствует простой предельный цикл. При $B \approx 2.6$ возникает бифуркация, отображающая переход к двухтактным колебаниям, а при достижении значения $B \approx 3.8$ реализуются сложные движения. Нерегулярный разброс точек, соответствующих максимальным значениям колебательного процесса, наблюдается при достижении параметром усиления величины $B \approx 5$. При превышении этой величины параметра усиления возникает режим развитого хаоса при сильной неравномерности в системе.

При существенном значении параметра α , определяющего уровень нерегулярных колебаний (при $\alpha = 0.1$), возбуждение колебаний (регулярных и хаотических) происходит при меньшей величине параметра усиления. В интервале $B \in [2.3, 5]$, в котором в случае $\alpha = 0.000\,001$ наблюдались бифуркации регулярных движений, проявляется разброс точек, свидетельствующих о нерегулярном характере колебаний. При достижении значения $B \approx 5$ по-прежнему реализуется нерегулярный разброс точек, соответствующих максимальным значениям колебательного процесса.

При дальнейшем увеличении α минимальное значение параметра усиления, при котором возникает нерегулярный разброс максимальных значений колебательного процесса, снижается, и уже при $\alpha = 0.4$ нерегулярные колебания реализуются во всем рассматриваемом интервале (в интервале $B \in [0, 9]$) изменения параметра усиления. Это свидетельствует о том, что повышению неравномерности в хаотической системе способствует увеличение уровня воздействующих нерегулярных колебаний даже при малом усилении B . При этом разброс точек, отображающих нерегулярное изменение максимальных амплитуд колебательного процесса, нарастает по мере увеличения B .

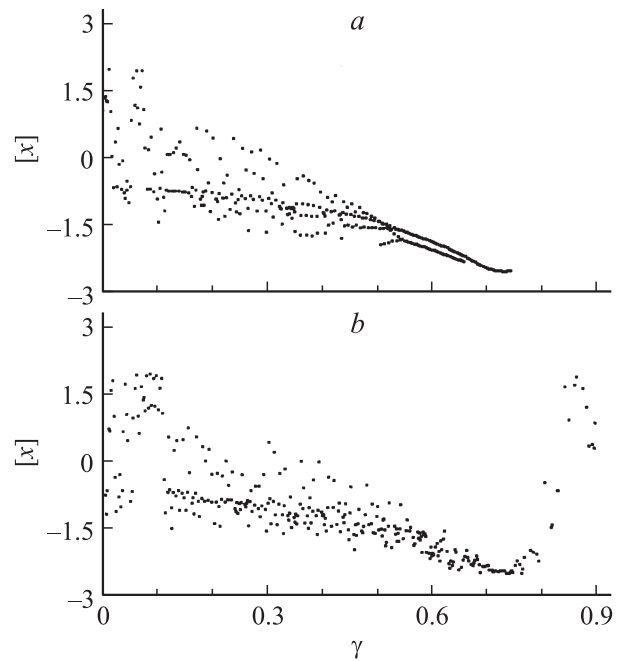


Рис. 1. Изменение максимальных значений колебаний $x(t)$ в зависимости от параметра, определяющего степень обратной связи при постоянной величине параметра усиления: a — $\alpha = 0.000\,001$, b — 0.1 .

Представляет интерес исследование нелинейной динамики при обратном процессе — уменьшения неравномерности в автономной системе за счет дополнительного ослабления γ сигнала при относительно большом параметре усиления B .

На рис. 1 представлены диаграммы, показывающие (при $B = 6$) изменение максимальных значений колебательного процесса $x(t)$ в зависимости от параметра ослабления обратной связи. При этом в случае рис. 1, a значение $\alpha = 0.000\,001$, а в случае рис. 1, b — 0.1 .

Как следует из однопараметрической диаграммы рис. 1, a , рассчитанной при очень малом значении параметра α , при уменьшении обратной связи, происходящем за счет увеличения γ , имеет место дехоотизация колебательного процесса. Она предшествует гашению осцилляций, реализующемуся при $\gamma = \gamma_0 \approx 0.74$. Переход к одноктактным колебаниям происходит путем обратных бифуркаций уполовинивания периода; при этом $\gamma_0 \approx 0.74$.

Существенное изменение диаграммы, представленной на рис. 1, a , происходит при достижении коэффициентом α значения, равного 0.1 (рис. 1, b), когда максимальные значения колебательного процесса $x(t)$, реализующегося при $B = 6, \gamma = 0$, примерно в пять раз превышают максимальные значения воздействующих колебаний, т.е. когда $[x] \approx 5\alpha[u]$. В этом случае при значении параметра $\gamma = \gamma_0$, соответствующем, согласно рис. 1, a , срыву автоколебаний, наблюдается снижение значений $[x]$, обусловленное изменением режима работы. При $\gamma < \gamma_0$ реализуется режим принудитель-

ной частичной синхронизации автоколебаний генератора нерегулярными колебаниями, имитирующими его собственные шумы. При $\gamma > \gamma_0$ обеспечивается режим регенеративного усиления этих нерегулярных колебаний. Если при усилении внешних колебаний (регулярных или шумовых) система ведет себя как регенератор, то при усилении собственных шумов эту систему, являющуюся потенциально автоколебательной, можно рассматривать как „авторегенератор“.

При увеличении α разброс точек, отображающих нерегулярность движений, нарастает, и при $\alpha > 0.4$ снижения значений $[x]$ вблизи $\gamma = \gamma_0$ не возникает: во всем рассматриваемом интервале изменения параметра уменьшения обратной связи наблюдается нерегулярный разброс точек, соответствующих максимальным значениям колебательного процесса.

В рассматриваемой автоколебательной системе проявляются особенности, обусловленные наличием двух бассейнов притяжения — положительного P^+ и отрицательного P^- . По мере увеличения параметра усиления возбуждение колебаний происходит в положительном бассейне притяжения, но при достижении параметром усиления значения $B \approx 5$ колебательный процесс „охватывает“ оба бассейна притяжения. В случае, иллюстрируемом рис. 1, *a*, уменьшение обратной связи приводит к переходу колебательного процесса в отрицательный бассейн притяжения. Режим автогенерации, наблюдающийся в случае рис. 1, *b* при $\gamma > \gamma_0$, наоборот, способствует возникновению осцилляций в положительном бассейне притяжения.

Первоначальное возбуждение колебаний в том или ином бассейне притяжения зависит от начальных условий. Использование соответствующих начальных условий позволяет осуществлять управление процессом возбуждения в определенном бассейне притяжения. При использовании начальных условий в виде единичного толчка выбор положительного значения этого толчка приводит к возбуждению колебаний в положительном бассейне притяжения, и наоборот. При нерегулярных возбуждающих осцилляциях первоначальное возбуждение колебаний в общем случае непредсказуемо. При этом бассейн притяжения при больших собственных шумах может изменяться нерегулярным образом.

Наличие колебаний в двух бассейнах притяжения и сосредоточение движений в одном из них наглядно иллюстрируется аттракторами, представленными на рис. 2. Аттрактор, показанный на рис. 2, *a*, соответствует колебаниям, реализующимся в положительном бассейне притяжения в режиме, имеющем место в процессе возбуждения системы при $B = 4$, когда $\alpha = 0.1$. При этом значении α увеличение параметра усиления до $B = 6$ приводит к возбуждению колебаний в двух бассейнах притяжения с поочередным нерегулярным переходом колебаний из одного бассейна притяжения в другой (см. рис. 2, *b*).

На рис. 3 кривыми отображены спектры мощности ($S = S(x)$), соответствующие колебаниям в характер-

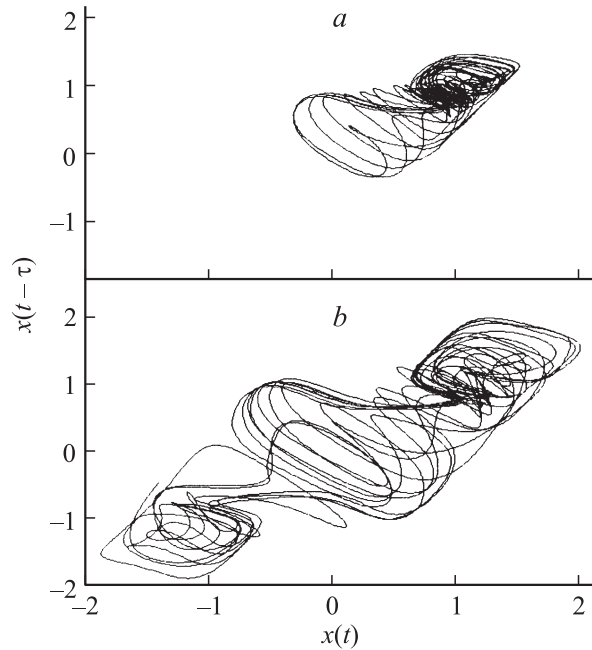


Рис. 2. Аттракторы, иллюстрирующие возбуждение колебаний в одном (*a*) и двух (*b*) бассейнах притяжения.

ных режимах работы: при параметрах, соответствующих $B = 4$, $\alpha = 0.1$ (кривая 1), а также значениям $\gamma = 0.9$ (кривая 2) и $\gamma = 0$ (кривая 3) на рис. 1, *b*. Спектр мощности воздействующего сигнала ($S = S(u)$), имитирующего собственные шумы, иллюстрируется для сравнения кривой 4. Видно, что спектры мощности генерируемых колебаний, как и спектр осцилляций при усилении, даже при относительно большом воздействии, не отображают структуру спектра сигнала, имитирующего собственные шумы. В то же время воздействующие колебания существенно влияют на колебательный процесс. Они стимулируют переход системы из режима регулярных колебаний, реализующегося при $\alpha = 0.000\,001$, $B = 4$, в нерегулярный (см. рис. 2, *a*). При срыве автоколебаний

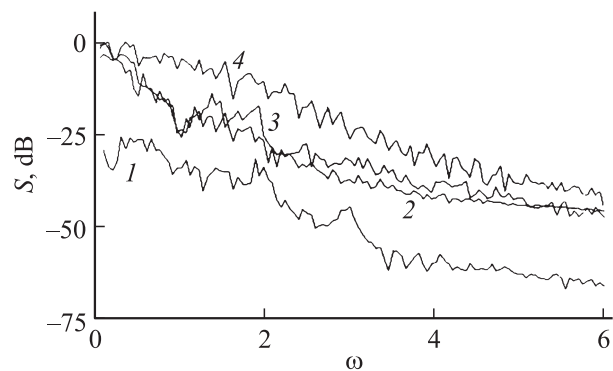


Рис. 3. Спектры мощности колебательного процесса $x(t)$, $S = S(x)$, при различных режимах работы (кривые 1–3) и спектр мощности колебаний $u(t)$, при $S = S(u)$ (кривая 4): 1 — $B = 4$, $\gamma = 0$, $\alpha = 0.1$; 2 — $B = 6$, $\gamma = 0.9$, $\alpha = 0.1$; 3 — $B = 6$, $\gamma = 0$, $\alpha = 0.1$.

происходит усиление воздействующих колебаний с эффектом регенерации (кривая 3 на рис. 3).

Поскольку процесс зашумления колебаний $x(t)$ обусловлен внешним воздействием нерегулярных колебаний $u(t)$, то можно полагать, что в реальном генераторе с запаздыванием, в котором роль колебаний $u(t)$ выполняют собственные флуктуации, генерируемые колебания не имеют чисто хаотической природы: существенное значение может иметь стохастичность, определяемая воздействием собственных шумов. Результаты исследований предложенной математической модели генератора, возбуждаемого нерегулярными колебаниями, могут использоваться для описания сложных процессов, имеющих место в различных автоколебательных системах с запаздыванием, в том числе и в распределенных электронно-лучевых системах с регулируемыми шумами электронного потока [10].

Взаимодействия колебаний в связанных автоколебательных системах

Численный анализ рассматриваемой математической модели при идентичных параметрах связанных генераторов проводился для $B_1 = B_2 = B = 6$; при этом $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$. Результаты расчетов приведены на рис. 4–6.

На рис. 4 показаны бифуркационные диаграммы, иллюстрирующие изменение максимальных значений разности колебательных процессов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ (обозначенных через $[x_1 - x_2]$) в зависимости от параметра

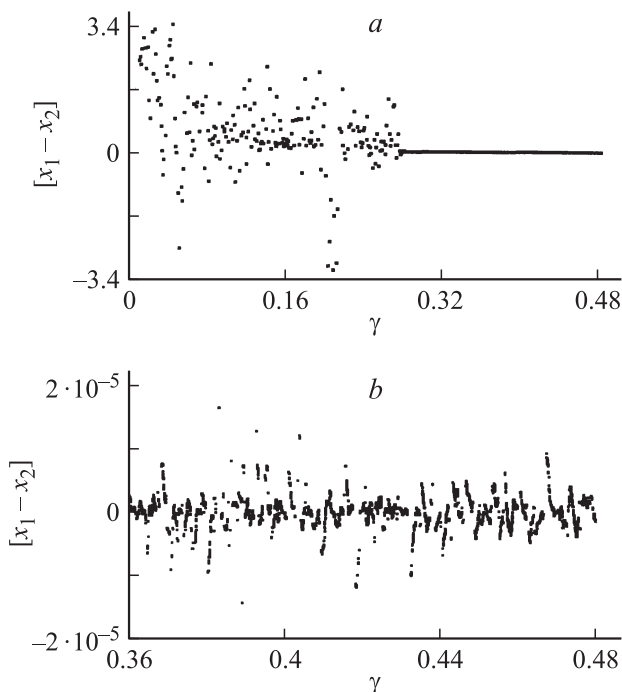


Рис. 4. Изменение максимальных значений разности колебаний $x_1(t)$ и $x_2(t)$ в зависимости от коэффициента взаимной связи в интервалах $\gamma \in [0, 0.48]$ (a) и $\gamma \in [0.36, 0.48]$ (b).

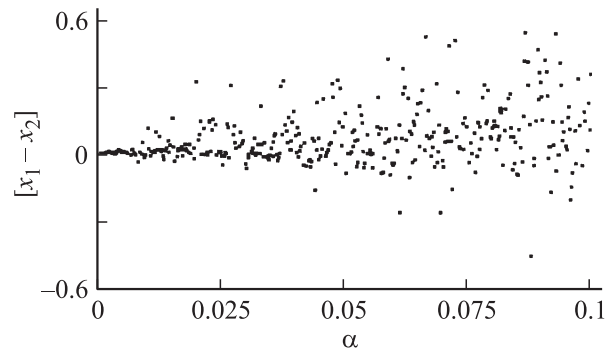


Рис. 5. Изменение максимальных значений разности колебаний $x_1(t)$ и $x_2(t)$ в зависимости от параметра, определяющего уровень воздействия нерегулярных колебаний, имитирующих собственные шумы системы.

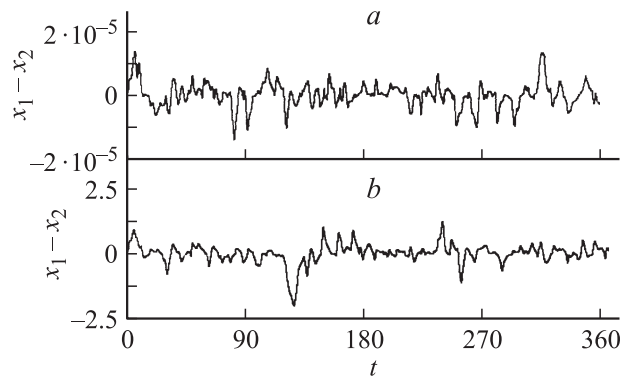


Рис. 6. Фрагменты реализаций разности колебаний $x_1(t)$ и $x_2(t)$ при различных значениях параметра, определяющего уровень воздействия нерегулярных колебаний, имитирующих собственные шумы системы: a — $\alpha = 0.000001$, b — 0.1.

взаимной (симметричной) связи. Диаграммы рассчитаны при $\alpha = 0.000001$. Диаграмма, показанная на рис. 4, a, отображает уменьшение разброса точек, соответствующих максимальным значениям разности колебаний $x_1(t)$ и $x_2(t)$. Этот разброс точек уменьшается, приближаясь на этой диаграмме к нулю при $\gamma > 0.3$. Однако, как следует из фрагмента диаграммы, представленной на рис. 4, b, полной идентичности взаимодействующих колебаний подсистем при $\gamma > 0.3$ не наступает; между ними сохраняется четко выраженное, нерегулярно изменяющееся во времени различие.

С увеличением параметра α разброс максимальных значений „разностных колебаний“, как и следовало бы ожидать, возрастает. Это иллюстрируется бифуркационной диаграммой изменения максимальных значений разности колебаний $x_1(t)$ и $x_2(t)$ в зависимости от параметра α , представленной на рис. 5.

На рис. 6 приведены характерные фрагменты реализаций разности колебательных процессов $x_1(t)$ и $x_2(t)$, иллюстрирующие структуру различия колебаний при взаимной связи идентичных подсистем. Фрагмент

реализации разностных колебаний, представленный на рис. 6, *a*, получен при параметрах, соответствующих значению $\gamma = 0.4$ на диаграммах рис. 4, а фрагмент реализации разности колебаний, показанный на рис. 6, *b*, рассчитан при параметрах, соответствующих значению $\alpha = 0.1$ на рис. 5.

Наличие разностных колебаний подтверждает отсутствие полной идентичности колебаний парциальных подсистем с идентичными параметрами, если существует различие даже очень слабых возбуждающих колебаний (рис. 6, *a*). При этом, как следует из сравнения фрагментов реализации разностных колебательных процессов, представленных на рис. 6, с увеличением параметра α изменяется структура колебательного процесса. Структура разностных колебаний, реализующихся при $\alpha = 0.1$, существенно иная, чем структура колебаний, наблюдающаяся при том же значении параметра связи в случае, когда $\alpha = 0.000\,001$.

Следует отметить, что с увеличением α может изменяться режим работы автоколебательных подсистем. При большом уровне собственных флуктуаций автоколебания подавляются, и подсистемы переходят в режим автогенерации.

Приведенные результаты свидетельствуют о том, что даже в идеальном, не реализуемом на практике случае идентичных параметров подсистем, полное совпадение связанных колебаний не достигается. Подсистемы различаются между собой за счет разных возбуждающих нерегулярных колебаний. Благодаря наличию различных собственных шумов подсистемы становятся неидентичными. Различие колебаний нарастает с увеличением интенсивности собственных шумов, и процесс взаимодействия различающихся колебаний подсистем можно рассматривать как явление частичной синхронизации. При больших собственных шумах система переходит в режим автогенерации.

При учете влияния собственных шумов взаимодействия подсистем с идентичными параметрами можно рассматривать с позиций явления синхронизации. Процесс установления состояния симметрии идентичных подсистем может быть реализован лишь в математических моделях при фиксированных начальных условиях в виде разных единичных толчков. В реальных генераторах установление симметричного состояния неосуществимо, тем более что экспериментально невозможно создание идентичных генераторов с хаотической динамикой (по определению), так как сколь угодно малое различие параметров, в том числе и нелинейных элементов, приводит к экспоненциальному разбеганию близких вначале траекторий. Более того, даже при гипотетически идентичных параметрах, определяющих основную структуру колебательного процесса, связанные подсистемы, при их возбуждении от непрерывных флуктуаций, следует рассматривать как неидентичные, поскольку флуктуации подсистем, обеспечивающие возбуждение колебаний, не могут быть идентичными.

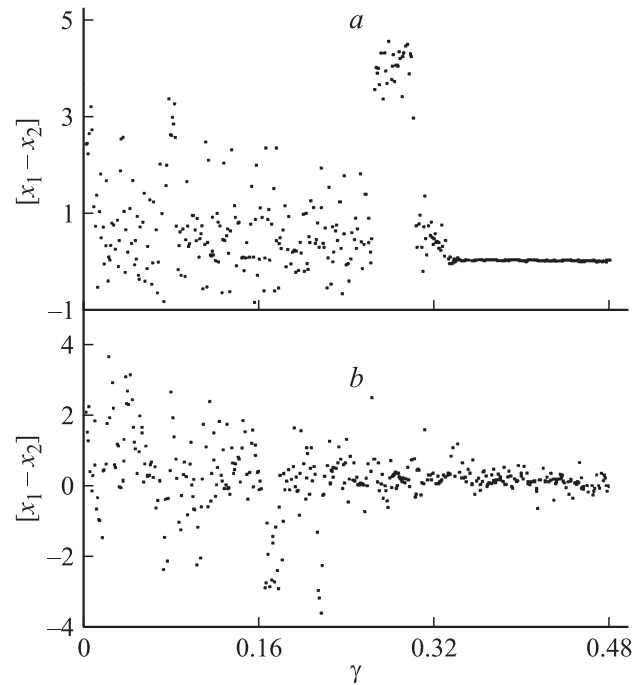


Рис. 7. Изменение максимальных значений разности колебаний $x_1(t)$ и $x_2(t)$ в зависимости от параметра взаимной связи при $\alpha = 0.000\,001$ (*a*) и $\alpha = 0.1$ (*b*).

На рис. 7 приведены бифуркационные диаграммы, показывающие изменение максимальных значений разности колебательных процессов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ в зависимости от параметра взаимной (симметричной) связи при неидентичных параметрах подсистем. Диаграммы рассчитаны при двух характерных значениях параметра α . При этом относительно малая неидентичность подсистем обеспечивалась лишь за счет различия параметров усиления подсистем: они выбраны так, что $B_1 = 6$, $B_2 = 6.1$; значения остальных неизменяемых параметров (μ , τ и s) те же, что и в случае подсистем с идентичными параметрами.

Разностные диаграммы рис. 7 наглядно иллюстрируют изменение режима работы связанной системы. Видно (рис. 7, *a*), что при $\alpha = 0.000\,001$ нерегулярный разброс точек, отображающий несовпадения колебательных процессов в подсистемах, отличается от распределения точек, наблюдающегося в случае подсистем с идентичными параметрами (см. рис. 4, *a*). Диаграмма свидетельствует о квазиидентичности колебаний в парциальных подсистемах за счет эффекта взаимной хаотической синхронизации. Однако эта квазиидентичность выражена слабее, чем в случае рис. 4, *a*.

Эффект частичной взаимной синхронизации, как и в случае идентичных систем, проявляется при относительно малых значениях параметра взаимной связи; он заметен при достижении параметром связи значения $\gamma \approx 0.15$, при превышении которого происходит заметное уменьшение разброса точек, отображающих мак-

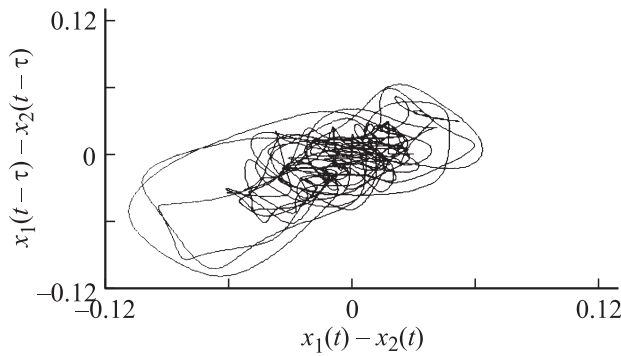


Рис. 8. Разностный аттрактор при $\alpha = 0.01$.

симальные значения разности колебательных процессов связанных подсистем. В то же время полная идентичность колебаний парциальных подсистем не достигается и при значительной связи, так как максимальная разность колебательных процессов подсистем не становится равной нулю. Даже при выбранном масштабе по оси ординат видна нерегулярность изменения значений разности колебательных процессов.

Разброс точек, соответствующих максимальным значениям разности колебательных процессов $x_1(t)$ и $x_2(t)$ при взаимной хаотической синхронизации, нарастает по мере увеличения α . При $\alpha = 0.1$ он достигает больших значений (рис. 7, *b*). При этом реализуется „мягкое“ уменьшение разброса точек, соответствующих максимальным значениям разности колебательных процессов подсистем, до некоторой величины, при которой прекращается заметное уменьшение среднего значения их разброса.

Увеличение максимальных значений разности колебаний взаимодействующих подсистем при увеличении α сопровождается изменением структуры аттрактора разностных колебаний. Если при $\alpha = 0.000\,001$ аттрактор разностных колебаний имеет структуру, подобную структуре аттрактора парциальной подсистемы, иллюстрируемой рис. 2, *b*, то уже при $\alpha = 0.01$ структура разностных колебаний совершенно иная (рис. 8). Это обусловлено проявлением эффекта „стохастизации“ связанных колебаний нерегулярными осцилляциями, имитирующими собственные флуктуации парциальных подсистем.

Результаты исследований взаимодействия колебаний неидентичных подсистем в большей мере подтверждают представление о том, что при наличии собственных шумов возникает эффект не полной, а лишь частичной синхронизации. При взаимодействии подсистем неизбежны асинхронные взаимодействия хаотических колебаний. Генераторы с хаотической динамикой, чувствительные к изменению начальных условий, под воздействием собственных флуктуаций постоянно варьируют структуру колебаний. В то же время для взаимного захвата колебаний в хаотических системах следует ожидать

переходного процесса, который даже при синхронизации колебаний систем с регулярной динамикой, как показано в [3], может занимать значительное число периодов колебаний. По этой причине собственные шумы могут существенно влиять на качество передаваемой информации при использовании явления синхронизации для обеспечения скрытой связи с помощью аналоговых устройств.

Заключение

Представленные уравнения описывают математические модели автоколебательных систем с запаздыванием, в которых возбуждение колебаний определяется не единичным толчком, а нерегулярными колебаниями, имитирующими собственные шумы. Уравнения позволяют исследовать отдельный генератор, а также связанные генераторы при нерегулярно изменяющихся осцилляциях. При этом учитывается влияние на колебательный процесс ослабления в цепи обратной связи.

При высоком уровне собственных флуктуаций отдельная автоколебательная система с запаздыванием может переходить в режим регенеративного усиления собственных шумов, названный режимом авторегенерации. Этот режим проявляется в нелинейном подавлении и срыве автоколебательных мод при сильной неравновесности в системе за счет воздействия флуктуаций.

В системе связанных генераторов ослабление внутренней обратной связи реализуется при ответвлении сигнала в другой парциальный генератор. Однако степень нелинейности (или неравновесности) отдельного генератора при этом возрастает за счет воздействия сигнала, ответвленного из соседнего генератора.

Приведенные результаты численного анализа свидетельствуют о том, что при использовании для возбуждения связанных идентичных генераторов с запаздыванием, обладающих хаотической динамикой, нерегулярных колебаний, нулевой разности связанных колебаний не достигается. Это свидетельствует о невозможности полной идентичности колебаний в реальных связанных подсистемах с запаздыванием в режиме взаимной синхронизации, так как в них всегда существуют собственные шумы; возникает лишь квазиидентичность.

При высоком уровне собственных шумов в системе связанных генераторов, как и в отдельных парциальных подсистемах, возможен режим регенеративного усиления собственных шумов, когда каждая из подсистем переходит в режим авторегенерации после срыва хаотических автоколебаний в результате их нелинейного подавления флуктуациями. Однако возможность получения идентичности структур колебаний парциальных подсистем в аналоговых устройствах невысока.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 10-02-00367-а).

Список литературы

- [1] *Ликовский А., Розенблюм М., Куртс Ю.* Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003. 496 с.
- [2] *Ланда П.С.* Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы. М.: Наука, 1980. 360 с.
- [3] *Железовский Б.Е., Кальянов Э.В.* Многочастотные режимы в приборах СВЧ. М.: Связь, 1978. 256 с.
- [4] *Ланда П.С.* // Изв. вузов. ПНД. 2004. Т. 12. № 4. С. 48–59.
- [5] *Кальянов Э.В., Старков С.О.* // РиЭ. 1994. Т. 39. № 4. С. 642–646.
- [6] *Кальянов Э.В., Кислов А.В.* // РиЭ. 1993. Т. 38. № 7. С. 1619–1624.
- [7] *Кальянов Э.В.* // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. Вып. 22. С. 62–70.
- [8] *Дмитриев А.С., Кислов В.Я.* Стохастические колебания в радиофизике и электронике. М.: Наука, 1989. 280 с.
- [9] *Кальянов Э.В.* // ЖТФ. 2007. Т. 77. Вып. 6. С. 1–5.
- [10] *Железовский Е.Е., Надолинский В.Ф.* // РиЭ. 1981. Т. 26. № 9. С. 1903–1909.