

01;07

Алгоритм численного расчета волноводных и вытекающих мод многослойных оптических волноводов

© А.Г. Ржанов, С.Э. Григас

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
119991 Москва, Россия
e-mail: rjanov@mail.ru, moonlight_14@mail.ru

(Поступило в Редакцию 12 января 2010 г.)

Предложен новый алгоритм расчета спектра волноводных и вытекающих мод многослойных планарных волноводов. Метод отличается высокой скоростью численного счета, которая достигается предварительным поиском приближенных значений постоянных распространения. Вычислительная эффективность алгоритма продемонстрирована на примере нескольких волноводящих геометрий. Результаты расчета постоянных распространения волноводных и вытекающих мод, выполненные для данных структур с помощью предложенного метода, находятся в хорошем согласии с литературными данными.

Введение

Многослойные планарные волноводы применяются во многих устройствах современной фотоники и оптоэлектроники, таких как полупроводниковые лазеры, модуляторы, разветвители, фильтры, поляризаторы света [1]. Ввиду сложной структуры таких устройств основным методом, применяемым на этапе разработки и оптимизации, является численное моделирование. При этом проводится расчет постоянных распространения волноводных и вытекающих мод, а также получение конфигураций оптических полей.

Поставленную задачу можно решить, если для заданной структуры получить трансцендентное дисперсионное уравнение, а затем решить его любым доступным численным методом (см., например, [2]). Наличие развитой численной техники нахождения корней уравнений на комплексной плоскости является несомненным преимуществом данного подхода. Однако сложность задачи существенно возрастает с увеличением числа слоев, поэтому такой метод обычно применяется к структурам, содержащим не более 10 слоев [3]. Другой существенный недостаток алгоритма состоит в том, что при изменении числа слоев даже на единицу необходимо записывать и решать новое дисперсионное уравнение.

Для исследования динамических процессов в полупроводниковых лазерах требуется построение динамических самосогласованных моделей [4,5]. В таких моделях задачу об определении модового состава лазерного резонатора приходится решать на каждом шаге по времени, число которых очень велико, поэтому важным параметром алгоритмов становится время численного счета. На сегодняшний день актуальной является задача разработки таких численных методов расчета модового состава сложных диэлектрических волноводов и резонаторов, которые отличаются высокой вычислительной эффективностью.

Ранее был предложен алгоритм расчета параметров волноводных мод многослойных диэлектрических вол-

новодов в случае произвольного количества слоев в структуре с произвольным распределением показателя преломления [6]. В данной работе этот метод обобщен на случай вытекающих мод. Основная идея предлагаемого алгоритма заключается в предварительном поиске приближенных значений постоянных распространения волноводных и вытекающих мод. Найденные значения используются в качестве начальных приближений в методе конечных разностей, что позволяет получить уточненный ответ. Предварительный поиск начального приближения, сам по себе требующий крайне мало машинного времени, позволяет существенно сократить количество итераций метода конечных разностей, что значительно уменьшает общее время численного счета.

1. Классификация мод планарных оптических волноводов

Рассматриваемый нами волновод, представленный на рис. 1, считаем бесконечным и однородным в направлениях x и y . TE -поляризованная электромагнитная волна

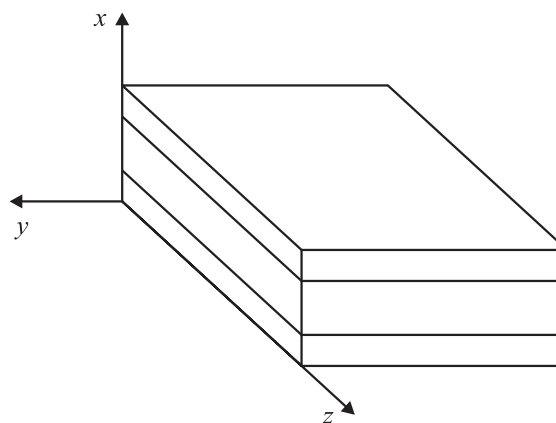


Рис. 1. Многослойный диэлектрический волновод.

распространяется вдоль оси z . Число слоев в структуре может быть произвольным.

Представим единственную ненулевую составляющую поля E_y в виде $E_y(x, z) = \psi(x)e^{i\beta z}$, где β — постоянная распространения. Тогда профиль поля $\psi(x)$ удовлетворяет скалярному волновому уравнению

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + (n^2(x)k^2 - \beta^2)\psi(x) = 0, \quad (1)$$

где $n(x)$ — профиль показателя преломления и $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число в вакууме.

Чтобы провести классификацию мод наиболее наглядным образом, будем рассматривать симметричный волновод, не обладающий диэлектрическими потерями. Это означает, что показатель преломления $n(x)$ является вещественной функцией пространственной координаты. Однако постоянная распространения β может быть как вещественной, так и комплексной величиной. Для удобства расчетов введем нормированную постоянную распространения $\alpha = \beta/k$, вещественную часть которой называют эффективным показателем преломления $n_{\text{эф}}$. Показатель преломления обкладочных слоев обозначим $n_{\text{ех}}$.

Рассмотрим вначале случай, когда постоянная распространения β вещественна. Тогда уравнение (1) примет вид

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \kappa^2(x)\psi(x) = 0, \quad (2)$$

где $\kappa^2(x) = k^2(n^2(x) - n_{\text{эф}}^2)$.

Когда эффективный показатель преломления превышает показатель преломления обкладочных слоев: $n_{\text{эф}} > n_{\text{ех}}$, на границах волноведущей области происходит полное внутреннее отражение света. Значение κ^2 при этом отрицательное и решения уравнения (2) в обкладочных слоях представляют собой эванесцентные поля, экспоненциально убывающие по мере удаления от оси волновода. Такие решения получили название волноводных мод. Спектр волноводных мод дискретен.

Если эффективный показатель преломления становится меньше показателя преломления обкладочных слоев: $n_{\text{эф}} < n_{\text{ех}}$, то условие полного внутреннего отражения не выполняется, а величина κ^2 становится положительной. Соответствующие решения волнового уравнения в обкладочных слоях — гармонические функции. Этим решениям, названным излучающими модами, соответствует диапазон непрерывного изменения постоянной распространения.

В случае комплексной постоянной распространения β в волновом уравнении в форме (2) величина κ тоже становится комплексной и определяется выражением $\kappa^2(x) = k^2(n^2(x) - \alpha^2)$. Если условие полного внутреннего отражения не выполняется (т.е. $n_{\text{эф}} < n_{\text{ех}}$), то решения полного уравнения в обкладочных слоях представляют собой произведение осциллирующей и экспоненциально возрастающей функций. Такие конфигурации полей получили название вытекающих мод.

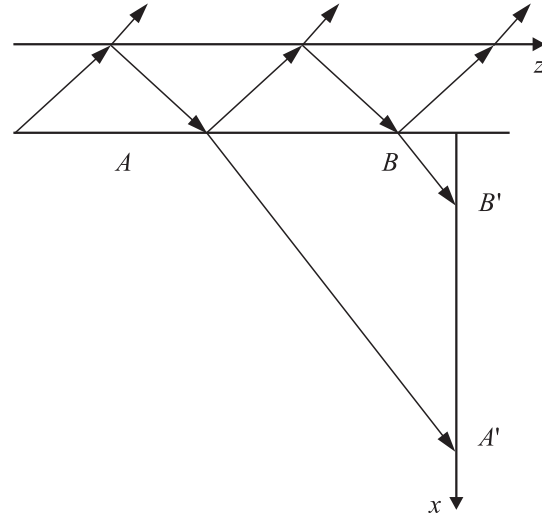


Рис. 2. К объяснению экспоненциального роста вытекающих мод за пределами волновода.

Их спектр, как и спектр волноводных мод, дискретен. Экспоненциальному возрастанию поля вытекающей моды при удалении от оси волновода есть наглядное физическое объяснение.

На рис. 2 схематично изображен процесс распространения вытекающих мод. Поскольку условие полного внутреннего отражения не выполнено, то часть энергии отражается от границы между волноведущей областью и обкладочными слоями, а часть вытекает наружу (отсюда и название „вытекающие“ моды). В направлении оси z волна испытывает затухание, поэтому амплитуда волны, „оторвавшейся“ от волновода в точке A , больше амплитуды волны, „оторвавшейся“ в точке B . Поскольку рассматривается волновод без диэлектрических потерь, амплитуда волны в точке A' больше, чем в точке B' , чем и объясняется возрастание амплитуды поля вытекающей моды за пределами волновода при удалении от его оси. В экспериментальной практике экспоненциальное нарастание амплитуды вытекающих мод не наблюдается в силу неизбежно присутствующих потерь в обкладочных слоях.

2. Предлагаемый метод

Для нахождения постоянных распространения волноводных и вытекающих мод и получения соответствующих конфигураций полей требуется решить уравнение (1) с соответствующими граничными условиями. Это составляет формулировку задачи на собственные функции и собственные значения для оператора

$$\hat{A} = \frac{d^2}{dx^2} + n^2(x)k^2. \quad (3)$$

Поскольку поле волноводной моды убывает по экспоненциальному закону при удалении от оси волновода за

его пределами, то справедливо соотношение

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} |\psi(x)| = 0.$$

Поэтому становится возможной постановка приближенного граничного условия вида

$$|\psi| = 0 \quad \text{при} \quad (x = \pm L), \quad (4)$$

где счетная область представляет собой отрезок $x \in [-L, L]$.

Зависимость поля вытекающей моды от координаты x в обкладочных слоях волновода описывается выражением $e^{i\chi x}$, где $\chi = \pm k \sqrt{n_{cs}^2 - a^2}$. Следовательно, граничные условия для вытекающих мод имеют вид

$$\frac{d\psi}{dx} = i\chi\psi \quad \text{при} \quad (x = \pm L). \quad (5)$$

Для решения поставленной задачи использован метод конечных разностей. Разностная аппроксимация уравнения (1) имеет вид

$$\frac{\psi_{i+1} - 2\psi_i + \psi_{i-1}}{h^2} + (n_i^2 k^2 - \beta^2) \psi_i = 0,$$

где h — шаг сетки по оси x . Обозначив символом \hat{A}_d разностный аналог оператора (3), получим

$$\hat{A}_d \psi = \beta^2 \psi, \quad (6)$$

где ψ — вектор ψ_i .

Для нахождения собственных значений задачи (6) требуется решить характеристическое уравнение

$$\det(\hat{A}_d - \beta \hat{E}) = 0$$

с граничными условиями (4) или (5).

Поскольку матрица оператора $\hat{B} = \hat{A}_d - \beta \hat{E}$ является трехдиагональной, для нее справедливо рекуррентное соотношение, выражающее минор высшего порядка через низшие [7]:

$$D_m(\beta) = (B_{mm} - \beta)D_{m-1}(\beta) - B_{m,m-1}B_{m-1,m}D_{m-2}(\beta),$$

где D_m — минор m -го порядка матрицы \hat{B} . Вычисляя таким образом определитель $\det(\hat{A}_d - \beta \hat{E})$ при разных значениях β , с помощью метода секущих мы находим собственные значения задачи (6) с необходимой точностью. Для нахождения собственных функций мы использовали метод обратных итераций [7].

Количество итераций метода секущих, требующееся для достижения необходимой точности, можно существенно сократить, если предварительно получить приближенное значение постоянной распространения β , а затем использовать его в качестве начального приближения. В этом заключается основная идея предлагаемого алгоритма. Такой подход позволяет значительно уменьшить время численного счета.

Опишем процедуру поиска приближенного значения постоянной распространения, получившую название алгоритма минимизации амплитуды [8]. Представим поле в обкладочном слое многослойной волноведущей структуры в виде суперпозиции экспоненциально возрастающей и затухающей компонент:

$$A_s e^{\chi_s x} + B_s e^{-\chi_s x},$$

где $\chi_s^2 = \beta^2 - n_s^2 k^2$, n_s — показатель преломления обкладочного слоя. Выбрав произвольное значение постоянной распространения и задав распределение электромагнитного поля в одном из обкладочных слоев, с помощью матричного метода расчета распределения поля в слоистых структурах [9] определим амплитуды A_s и B_s поля в обкладочном слое с противоположной стороны структуры. Поскольку поле волноводной моды за пределами волновода экспоненциально затухает по мере удаления от его границы, от обращения амплитуды экспоненциально возрастающего слагаемого в нуль соответствует случаю волноводной моды. Вытекающая мода соответствует случаю обращения в нуль амплитуды экспоненциально убывающего слагаемого. Таким образом, поиск собственных значений задачи (1) сводится к нахождению тех значений постоянной распространения β , при которых обращается в нуль выбранная амплитуда поля в подложке. Поиск соответствующих значений постоянной распространения приводится с помощью метода секущих.

3. Результаты численного моделирования

Для оценки точности предложенного алгоритма был проведен расчет ряда волноводных геометрий. Во всех случаях полученные результаты сравнивались с литературными данными для данных структур.

Нами была рассмотрена шестислойная волноведущая структура с диэлектрическими потерями, изученная в работе [2]. Волновод сформирован двумя полупространствами и расположенными между ними четырьмя слоями толщиной $0.5 \mu\text{m}$ каждый. Показатели преломления полупространств равны $n_s = 1.5$ и $n_c = 1.0$, показатели преломления слоев — $n_1 = 1.66$, $n_2 = 1.60$, $n_3 = 1.53 - i1.53 \cdot 10^{-4}$, $n_4 = 1.66 - i1.66 \cdot 10^{-4}$. Длина волны излучения составила $0.6328 \mu\text{m}$.

Рассчитанные постоянные распространения первых четырех волноводных TE -мод представлены в табл. 1. Там же указаны данные работы [2]. С помощью предлагаемого алгоритма постоянные распространения были определены с высокой точностью — расхождение с литературными данными составляет доли процента. Также в таблице указано количество итераций метода конечных разностей, потребовавшееся для достижения необходимой точности в общем случае, когда начальное приближение не было известно, и в случае, когда

Таблица 1. Постоянные распространения волноводных TE -мод шестислойного волновода с диэлектрическими потерями

Мода	Нормированная постоянная распространения $\alpha = \alpha' - i\alpha''$						Количество итераций метода конечных разностей	
	предлагаемый метод		работа [2]		отличия, %		предварительный поиск начального приближения	
	α'	α''	α'	α''	α'	α''	не осуществлялся	осуществлялся
TE_0	1.6226	$6.74 \cdot 10^{-7}$	1.6227	$6.73 \cdot 10^{-7}$	0.006	0.15	36	15
TE_1	1.6051	$1.66 \cdot 10^{-4}$	1.6053	$1.66 \cdot 10^{-4}$	0.012	0.00	15	12
TE_2	1.5570	$2.11 \cdot 10^{-5}$	1.5571	$2.09 \cdot 10^{-5}$	0.006	0.96	35	19
TE_3	1.5034	$5.52 \cdot 10^{-5}$	1.5036	$5.50 \cdot 10^{-5}$	0.013	0.36	52	18

Таблица 2. Постоянные распространения вытекающих мод шестислойного волновода без диэлектрических потерь

Мода	Нормированная постоянная распространения $\alpha = \alpha' - i\alpha''$						Количество итераций метода конечных разностей	
	предлагаемый метод		работа [2]		отличия, %		предварительный поиск начального приближения	
	α'	α''	α'	α''	α'	α''	не осуществлялся	осуществлялся
TE_4	1.461850	$7.1574 \cdot 10^{-3}$	1.461857	$7.1558 \cdot 10^{-3}$	0.00	0.02	206	15
TE_5	1.382475	$1.8202 \cdot 10^{-2}$	1.382489	$1.8166 \cdot 10^{-2}$	0.00	0.20	112	21
TE_6	1.281648	$3.5791 \cdot 10^{-2}$	1.281364	$3.5877 \cdot 10^{-2}$	0.02	0.24	224	27
TE_7	1.141855	$5.2652 \cdot 10^{-2}$	1.142314	$5.2876 \cdot 10^{-2}$	0.04	0.42	102	28
TE_8	1.004100	$7.0400 \cdot 10^{-2}$	1.003037	$7.0771 \cdot 10^{-2}$	0.11	0.52	82	38

Таблица 3. Нормальная распространения TE -мод ARROW-волновода

Мода	Нормированная постоянная распространения $\alpha = \alpha' - i\alpha''$							
	предлагаемый метод		APM [2]		RPM [2]		WDM [2]	
	α'	α''	α'	α''	α'	α''	α'	α''
TE_0	1.80272	$9.85 \cdot 10^{-8}$	1.80267	≈ 0	1.80267	≈ 0	1.80267	$6.49 \cdot 10^{-9}$
TE_1	1.45763	$2.43 \cdot 10^{-5}$	1.45794	$5.42 \cdot 10^{-8}$	1.45794	$3.43 \cdot 10^{-6}$	1.45794	$4.77 \cdot 10^{-5}$
TE_2	1.45204	$4.38 \cdot 10^{-5}$	1.45192	$5.28 \cdot 10^{-5}$	1.45192	$5.36 \cdot 10^{-5}$	1.45190	$7.5 \cdot 10^{-5}$
TE_3	1.45119	$4.13 \cdot 10^{-4}$	1.45117	$1.92 \cdot 10^{-4}$	1.45117	$1.93 \cdot 10^{-4}$	1.45116	$2.06 \cdot 10^{-4}$
TE_4	1.44137	$4.14 \cdot 10^{-6}$	1.44137	$4.37 \cdot 10^{-6}$	1.44137	$4.37 \cdot 10^{-6}$	1.44137	$4.24 \cdot 10^{-6}$
TE_6	1.42752	$1.63 \cdot 10^{-4}$	1.42741	$2.14 \cdot 10^{-4}$	1.42742	$2.10 \cdot 10^{-4}$	1.42740	$2.33 \cdot 10^{-4}$

было известно. Предварительный поиск начального приближения позволил существенно сократить количество итераций, тем самым значительно уменьшить время численного счета.

Затем был проведен расчет вытекающих мод рассмотренной выше структуры в случае отсутствия диэлектрических потерь. Такая же задача решалась в работе [1], где были определены постоянные распространения вытекающих мод с TE_4 по TE_8 . Полученные результаты, представленные в табл. 2, находятся в хорошем согласии с данными работы [1]: отличия не превышают долей процента. Как и в предыдущем случае, предварительный поиск начального приближения позволил получить существенный выигрыш по времени.

В последнее время много внимания уделяется исследованию так называемых ARROW-волноводов (Anti-resonant Reflecting Optical Waveguides) [10–14]. В отличие от обычных диэлектрических волноводов, распространение света в которых происходит за счет эффекта

полного внутреннего отражения, ограничение света в ARROW-волноводах осуществляется также и за счет антирезонансного отражения от системы обкладочных слоев.

Интерес к таким структурам обусловлен рядом их отличительных качеств: преимущественно одномодовым режимом распространения света, сравнительно низкими потерями, высокой степенью ограничения света, высокой поляризационной чувствительностью. В частности, ARROW-волноводы активно применяются в мощных полупроводниковых лазерах как традиционной геометрии [15,16], так и лазеров с вертикальным резонатором [17,18].

В качестве примера был рассмотрен ARROW-волновод с профилем показателя преломления, показанном на рис. 3. Длина волны излучения составляет $0.6328 \mu\text{m}$. С использованием предлагаемого алгоритма был проведен расчет первых шести TE -мод такой структуры. Полученные результаты представлены в табл. 3. Так

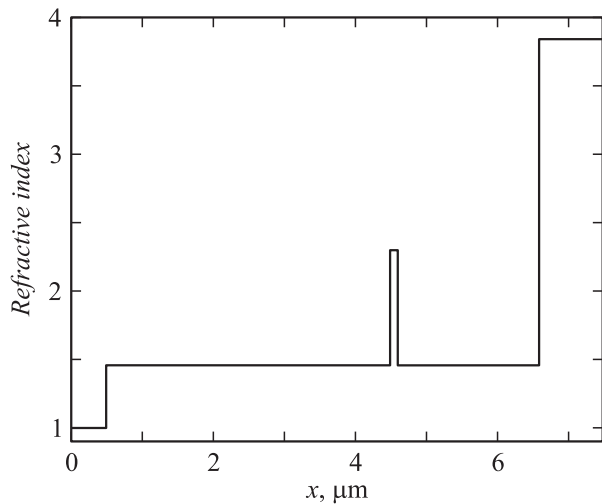


Рис. 3. Профиль показателя преломления ARROW-волновода.

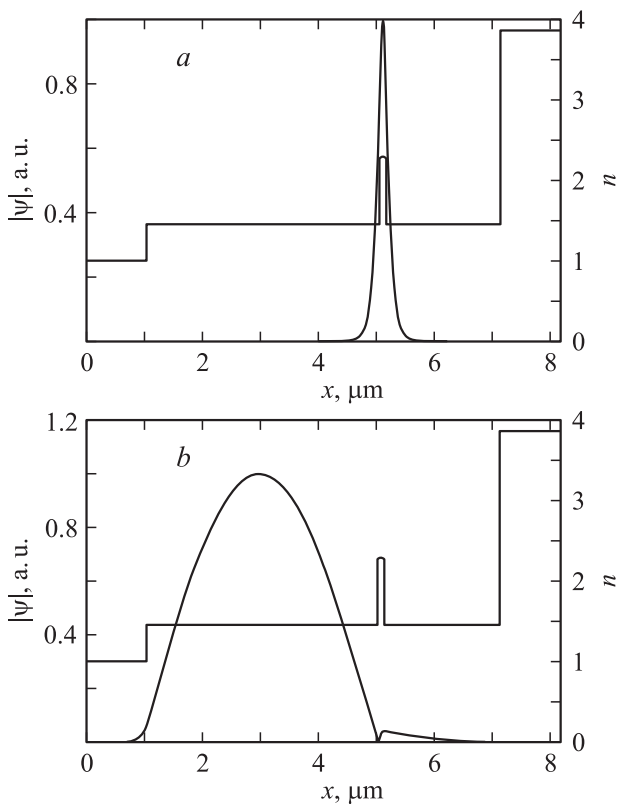


Рис. 4. Профиль показателя преломления n и модуль амплитуды ψ мод ARROW-волновода: a — TE_0 , b — TE_1 .

же в таблице приведены результаты расчета этой же структуры тремя различными численными алгоритмами: АРМ (Argument Principle Method), РРМ (Reflection Pole Method), WDM (Wavevector Density Method) [1].

Следует отметить, что часть поддерживаемых такой геометрией мод (а именно TE_0) является волноводными модами (моды первого слоя интерференционной оболочки), часть, испытывая полное внутреннее отражение на

одной границе, вытекает в подложку с другой стороны (ARROW-моды). Полученные распределения полей мод обоих типов (TE_0 и TE_1) приведены на рис. 4.

Заключение

Предложен численный алгоритм, позволяющий с хорошей точностью определять постоянные распространения волноводных и вытекающих мод многослойных оптических волноводов. Главным достоинством метода является его высокая вычислительная эффективность, что позволяет использовать предложенный алгоритм в самосогласованных моделях инжекционных лазеров, где процедура определения постоянных распространения и расчета полей требует многократного повторения. Метод применим к структурам с произвольным количеством слоев, что делает возможным расчет градиентных волноводов с произвольным профилем показателя преломления.

В основе алгоритма лежит идея предварительного поиска с помощью метода минимизации амплитуды приближенных значений постоянных распространения, которые затем используются в качестве начальных приближения итерационного процесса метода конечных разностей. Такой подход позволяет существенно сократить время численного счета путем уменьшения количества вычислительных итераций.

Приведены расчеты ряда диэлектрических волноводов. На их примере продемонстрирована высокая скорость численного счета предложенного метода. Хорошее совпадение полученных результатов с опубликованными данными позволяет судить о высокой точности алгоритма.

Список литературы

- [1] Anemogiannis E., Glytsis E.N., Gaylord T.K. // J. Lightwave Technol. 1999. Vol. 17. N 5. P. 929.
- [2] Anemogiannis E., Glytsis E.N. // J. Lightwave Technol. 1992. Vol. 10. N 10. P. 1344.
- [3] Голант Е.И., Голант К.М. // ЖТФ. 2006. Т. 76. Вып. 8. С. 100.
- [4] Li X.F., Yu S.F., Fan W.J. // J. Quantum Electron. 2008. Vol. 44. N 4. P. 338.
- [5] Neo P.L., Yu S.F., Wilkinson T.D. // J. Quantum Electron. 2006. Vol. 42. N 11. P. 1107.
- [6] Ржанов А.Г., Григас С.Э. // Вычислительные методы и программирование. 2009. Т. 10. С. 258. (<http://num-meth.sgcc.msu.ru/>).
- [7] Калиткин Н.Н. // Численные методы. М.: Наука, 1978. Гл. 6. С. 164.
- [8] Ржанов А.Г., Григас С.Э. // Лазерная и оптико-электронная техника. Вып. 11. Минск, 2008. С. 200.
- [9] Тамир Т. и др. Волноводная оптоэлектроника. М.: Мир, 1991. Гл. 2. С. 68. (Tamir T. Guided-Wave Optoelectronics. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 1988).

- [10] *Baba T., Kokubun Y.* // J. Quantum Electron. 1992. Vol. 28. N 7. P. 1689.
- [11] *Baba T., Kokubun Y., Sakaki T., Iga K.* // J. Lightwave Technol. 1988. Vol. 6. N 9. P. 1440.
- [12] *Baba T., Kokubun Y., Watanabe H.* // J. Lightwave Technol. 1990. Vol. 8. N 1. P. 99.
- [13] *Tee C., Yu S.* // J. Lightwave Technol. Vol. 21. N 12. P. 3379.
- [14] *Llobera A., Salinas I., Lypez A., Garces I., Dominguez C., Lora-Tamayo E.* // J. Lightwave Technol. 2004. Vol. 22. N 6. P. 1560.
- [15] *Mawst L.J., Botez D., Zmudzinski C., Tu C.* // Photonics Technol. Lett. 1992. Vol. 4. N 11. P. 1204.
- [16] *Zmudzinski C., Botez D., Mawst L.J., Bhattacharya A., Nesnidal M., and Nabiev R.F.* // J. Selected Topics in Quantum Electron. 1995. Vol. 1. N 2. P. 129.
- [17] *Elkin N., Napartovich A., Troshchieva V., Vysotsky D., Lee T.-W., Hagness S., Kim N.-H., Bao L., Mawst L.* // J. Lightwave Technol. 2006. Vol. 24. N 4. P. 1834.
- [18] *Zhou D., Mawst J.* // J. Quantum Electron. 2002. Vol. 38. N 12. P. 1599.