09;12

Электротепловая автомодуляция в СВЧ-резонаторах из виртуальных сегнетоэлектриков с модами типа „шепчущей галереи“ при температуре 4.2 K

© М.В. Журавлев

POSTECH, Pohang University of Science and Technology,
Pohang, 790-784, South Korea
e-mail: jouravl@rambler.ru

(Поступило в Редакцию 2 марта 2010 г.)

Исследованы пороговые условия электротепловой автомодуляционной неустойчивости в высокодобротных сегнетоэлектрических сверхвысокочастотных криогенных резонаторах в двухмодовом режиме.

Представлена зависимость частоты электротепловой автомодуляции от номера взаимодействующих мод для различных комбинаций температурных мод и поверхностных электромагнитных мод типа „шепчущая галерея“. Произведен сравнительный анализ пороговой мощности возбуждения электротепловой автомодуляции колебаний электромагнитых амплитуд парциальных мод и пороговой мощности стрикционного параметрического возбуждения акустических колебаний в резонаторе. Показано, что электротепловая автомодуляция в двухмодовом режиме может развиваться при мощности накачки порядка от 10 до 120 μW, в зависимости от комбинаций взаимодействующих температурных и электромагнитных поверхностных мод. Рассчитанные низкие пороговые мощности дают возможность прикладного применения электротепловой модуляции для повышения чувствительности резонансных болометров и распределенных СВЧ-антенн с базовыми элементами на нелинейных СВЧ-резонаторах, а также разработке новых видов СВЧ-метаматериалов. Нелинейные СВЧ криогенные резонаторы на модах типа „шепчущая галерея“ могут быть использованы в качестве элементов, повышающих чувствительность методов ЭПР спектроскопии.

Введение

Воздействие электромагнитного излучения на сегнетоэлектрические сверхвысокочастотные (СВЧ) резонаторы может вызвать в них параметрическое возбуждение акустических и температурных колебаний. Эффект возбуждения акустических стоячих волн был обнаружен в СВЧ-резонаторах из кристаллов виртуальных сегнетоэлектриков $KTaO_3$ и $SrTiO_3$, которые при температуре жидкого гелия обладают высокой диэлектрической проницаемостью и весьма большой добротностью [1]. Эффект возбуждения температурных колебаний в резонаторе наблюдался в виде проявления периодической температурной расстройки собственных мод резонатора.

Электромагнитные моды с частотой ω_P, возбуждаемые СВЧ-накачкой благодаря электрострикции оказываются связанными с акустическими и комбинационными электромагнитными модами, имеющими собственные частоты Ω_a и ω_s соответственно, образующими эквидистантную последовательность частот: $\omega_P = \omega_s + n\Omega_a$, где n — порядок возбужденной акустической моды. Электромагнитные моды с частотой накачки ω_P благодаря нелинейной зависимости диэлектрической проницаемости вещества резонатора от температуры связаны с тепловыми модами соотношением $\omega_P = \omega_s + \Omega_T$. В условиях входного и выходного резонанса, когда $\omega_P, \Omega_a, \omega_s$ близки к собственным частотам резонатора, эффективность нелинейного взаимодействия резко возрастает. Кроме того, в сегнетоэлектрических резонаторах стрикционное и тепловое взаимодействие мод весьма значительно благодаря высокой диэлектрической проницаемости и добротности резонатора [2].

Сочетание указанных факторов обеспечивает стрикционное параметрическое возбуждение акустических колебаний (СПВ) и температурную автомодуляцию при весьма малой пороговой напряженности электрического поля (порядка 1 V/cm), что для экспериментов с сегнетоэлектрическими резонаторами в частотных диапазонах 8–14 GHz соответствует мощности накачки 10^{-6}–10^{-4} W [3,4]. Однако условия реализации электротепловой автомодуляции (ЭТА) в сегнетоэлектрических СВЧ-резонаторах весьма специфичны с точки зрения динамики физики колебаний, физики волновых взаимодействий и физики нелинейных сред. Поэтому представляется оправданным рассматривать ЭТА как один из эффектов в ряду родственных явлений, куда кроме стрикционного параметрического возбуждения следует отнести также магнитоакустический резонанс и пондеромоторную неустойчивость в объемных СВЧ-резонаторах.

Специфической особенностью сегнетоэлектрических резонаторов является то, что между электромагнитными, акустическими модами, с одной стороны, и тепловыми модами — с другой, имеется довольно сильная нелинейная связь. Вследствие этого в сегнетоэлектрических резонаторах оказываются возможными эффекты колебательной неустойчивости, когда при превышении некоторого порога в системе возбуждаются акустические колебания или колебания температуры.

Физический механизм ЭТА определяется существованием нестационарных тепловых расстроек [5]. В результате нагрева резонатора теплом диэлектрических потерь температура резонатора возрастает, что ведет к изменению собственных частот резонатора. При перестройке частоты накачки температура резонатора не сохраняется и частотные характеристики из-за тепловых расстроек искажаются, так, как это имеет место при обычном нелинейном резонансе [3]. Если мощность накачки превысит пороговую мощность

$$P_{\text{th}} \propto \left(\frac{1}{\varepsilon}\frac{d\varepsilon}{dT}\right)^{-1},$$

где ε — диэлектрическая проницаемость, T — температура, то в определенном интервале расстроек вынужденные колебания теряют устойчивость. В этом случае имеет место температурная автомодуляция вынужденных колебаний.

Первоначальный анализ показал, что наилучшие условия для его наблюдения существуют в диэлектрических СВЧ-резонаторах из виртуальных сегнетоэлектриков $SrTiO_3$ и $KTaO_3$. Эти материалы обладают уникальным сочетанием чрезвычайно высокой диэлектрической проницаемости и малым уровнем СВЧ-потерь ($(25-30)\cdot 10^3$ для $StTiO_3$ и $(4-5)\cdot 10^3$ — для $KTaO_3$ на частоте 10^{10} Hz). Кроме того, при температуре жидкого гелия их теплоемкость весьма мала, а температурный коэффициент диэлектрической проницаемости сравнительно велик и составляет $a_\varepsilon = 5\cdot 10^{-3}$ [2]. Благодаря совокупности этих обстоятельств можно ожидать, что пороговая мощность ЭТА будет невысокой, составляя 10^{-3} W и ниже [4].

Пороговая мощность ЭТА в сильной степени зависит от пространственного распределения электромагнитных и температурных полей в объеме резонатора [4]. Наиболее удобна для теоретического анализа и экспериментальных исследований сферическая конфигурация резонатора. Пространственные распределения электромагнитных мод и температуры в резонаторе могут быть представлены через функции Рикатти–Бесселя и сферические функции Бесселя соответственно [6]. Это упрощает вычисление интегральных коэффициентов нелинейного взаимодействия, а также определение собственных частот, что в свою очередь существенно облегчает идентификацию мод при сравнении с экспериментом [7].

Определение пороговых условий возбуждения ЭТА, а также взаимодействие температурных и электромагнитных мод в сферических СВЧ сегнетоэлектрических резонаторах составляет предмет настоящей работы.

Динамика электротепловой автомодуляции

Характерной особенностью ЭТА в резонаторе является весьма широкое разнообразие вариантов взаимодействия мод и режимов колебаний. Существует возможность реализации двухмодового взаимодействи, при котором частоты ω_P, ω_s возбуждаются на одной моде резонатора и многомодовый режим, когда ω_P, ω_s возбуждаются на разных модах резонатора. Реализация двухмодового возбуждения в резонаторе более проста, поскольку для собственных частот электромагнитных мод выполняется соотношение:

$$\Omega_T \le \frac{\omega_f}{Q_f},$$

где Q_f — добротность f-й моды, а ω_f — собственная частота f-й моды. Согласно [8], совместные колебания электромагнитных полей и температуры в резонаторе можно представить как взаимодействие совокупности нелинейно связанных электромагнитных осцилляторов и релаксационных звеньев, представляющих тепловые моды. Это взаимодействие описывает бесконечная цепочка нормированных уравнений колебаний [4,9]:

$$\ddot{x}_f + x_f = F_f(\tau) - 2\theta_e\dot{x}_f - h_{sab}\eta_a x_b - n_{sabc}x_a x_b x_c, \quad (1)$$

$$\dot{\eta}_s = -\theta_\tau\eta_s + k_{sab}x_a x_b - q. \quad (2)$$

В уравнениях (1), (2) обобщенные координаты x_f соответствуют электромагнитным амплитудам парциальных мод, а η_s — температурным парциальным модам ($f, a, b, c, s = 1, 2, 3, \ldots, N$, под повторяющимся индексом подразумевается суммирование). Здесь $\theta_e = Q_f^{-1}$ и $\theta_\tau = \lambda_s\omega_f^{-1}$ — коэффициенты электромагнитной и тепловой релаксации отдельной f-моды соответственно, λ_s — обратное время тепловой релаксации, $F_f(t) = F_0\cos\tau$, $\tau = \omega t$, F_0 — нормированная амплитуда парциальной f-моды, возбуждаемой накачкой, и q — нормированная плотность тепловых источников [4,9] (для сферического резонатора, определяемая по теории Ми [6]), нормированные нелинейные коэффициенты взаимодействия мод имеют вид:

$$k_{sab} = \frac{1}{4\pi\chi_0^2 Q_f}S_{sab}, \quad (3)$$

$$h_{sab} = \frac{a_\varepsilon}{\chi_0}S_{sab}, \quad (4)$$

$$n_{sabc} = \frac{\nu}{\chi_0^4}C_{sabc}, \quad (5)$$

где $\chi_0 = \varepsilon^{-1}$ — обратная диэлектрическая проницаемость, ν — кубическая диэлектрическая нелинейность. Интегралы перекрытия температурных и электромагнитных мод, определяющие эффективность межмодовой связи, имеют вид [4]

$$S_{sab} = \int\limits_V T_s E_a E_b dV, \quad (6)$$

$$C_{sabc} = \int\limits_V E_s E_a E_b E_c dV, \quad (7)$$

где T_s и E_a — нормированные собственные функции линейной однородной задачи теплопроводности на сфере и собственные функции линейной задачи электромагнитных колебаний на сфере [6,10], которое имеют следующие обозначения $T^{(m_s)}_{n_s,l_s}$ и $E^{(m_a)}_{n_a,l_a}$ для возбуждаемых мод. Индексы s, a, b — это мультииндексы, которые соответствуют индексам n_s, n_a, n_b функций Риккати–Бесселя и индексам присоединенных функций Лежандра первого рода. Индексы m_a, m_b, m_s являются угловыми (по углам θ и φ) индексами присоединенных функций Лежандра; l_s, l_a, l_b — номер собственного значения для каждой из собственных функций соответственно [6,10]. Таким образом, интегральные коэффициенты представляют собой суммы интегралов комбинаций из произведений шести специальных функций: Риккати–Бесселя или ее производных и присоединенных функций Лежандра или их производных, где интегрирование производится по радиусу и углам θ и φ соответствующей полярной сферической системы координат. Интегралы по углу θ от произведения трех присоединенных функций Лежандра также являются несобственными, но физически значимыми представляются случаи, когда индексы s, a, b меньше 10, что соответствует легко возбуждаемым высокодобротным электромагнитным модам [11]. Используя сведéние функций от более высоких индексов к более низким по известным рекуррентным формулами [12], удается понизить порядок используемых функций и свести их к базовым, легко вычисляемым интегралам.

Однако именно особенности пространственного распределения электромагнитных полей и распределения температуры определяют наряду с характеристиками нелинейного диэлектрика эффективность межмодовой связи, пороговую мощность возбуждения, масштаб нормировки в уравнениях для связанных мод и в итоге — сам факт возбуждения того или иного типа колебаний [13]. При этом информация о влиянии указанных факторов сконцентрирована в интегральных коэффициентах, являющихся итогом суммирования результатов локального взаимодействия полей по всему объему резонатора. В интегральных коэффициентах можно выделить интегральный коэффициент, описывающий керровское нелинейное взаимодействие в объеме резонатора (7) и пропорциональный запасу энергии в моде интегральный коэффициент (6), описывающий поглощение электромагнитной волны в резонансных условиях.

В уравнениях (1), (2) было учтено, что связь между электрическим полем $\mathbf{E}$ и электрической индукцией $\mathbf{D}$ нелинейна:

$$\mathbf{E} = \chi(T)\mathbf{D} + \nu\mathbf{DDD},$$

причем обратная диэлектрическая проницаемость $\chi(T)$ зависит от температуры T следующим образом:

$$\chi(T) = \chi_0(1 + a_\varepsilon T).$$

За начальную точку отсчета принята температура окружающей резонатор среды 4.2 K. Вблизи порога электротепловой неустойчивости при резонансной накачке $\omega_P = \omega_f$, значительную амплитуду имеют и эффективно участвуют в нелинейном взаимодействии колебания, соответствующие небольшому числу степеней свободы — обычно двум или трем. Соответственно можно говорить о двух- или трехмодовом варианте. Далее в работе будет расмотрен двухмодовый вариант взаимодействия.

Пороговая мощность и частота автомодуляции

Как уже отмечалось в [4,9], при надлежащей нормировке все характеристики ЭТА могут быть представлены как функции настройки, добростности резонатора и уровня накачки. Это позволило исследовать динамику ЭТА, уже имея детальную информацию о характеристиках взаимодействующих мод [4,13]. Вариант колебательной неустойчивости развивается, когда при воздействии СВЧ-накачкой на частоте ω_P, близкой к одной из собственных частот одной из мод ω_f, стационарный тепловой режим становится неустойчивым [4]. Расстройка частоты моды накачки определяется соотношением $\xi_f = 1 - \omega_f^2/\omega_P^2$. При $\xi_f < 1$ взаимодействие колебаний на частоте накачки с колебаниями температуры (с частотой $\Omega_T \ll \omega_P$) приводит к образованию разностной $\Omega_T - \omega_P$ и суммарной $\Omega_T + \omega_P$ комбинационных частот электромагнитного поля, что и определяет ЭТА. Если комбинационные частоты возбуждаются на той же моде, что и накачка, то колебательная неустойчивость проявляется как нелинейный резонанс электромагнитных колебаний с эффектом опрокидывания резонансных кривых за счет теплового взаимодействия мод.

Из исследований пороговых условий ЭТА, при взаимодействии двух мод — электромагнитной (f) и температурной (s) моды для уравнений (1), (2) [4] — можно показать, что порогу ЭТА соответствует поглощенная в СВЧ-резонаторе мощность:

$$P_{\text{th}} = \frac{\omega_P^4}{8\pi Q_f}\frac{4\xi_0 F(\bar{\xi})}{|3\omega_P^3 n_{ffff} - 4\omega_P^2 Q_f k_{sff} h_{sff}|}, \tag{8}$$

где $\xi_0 = 2(\theta_t + \theta_e)$ — оптимальная настройка, $F(\bar{\xi}) = (1 + \bar{\xi}^2)/2\bar{\xi}$ — фактор настройки, $\bar{\xi} = \xi_f/\xi_0$.

Частота автомодуляции с учетом стационарной тепловой и нелинейной электрической расстройки имеет вид

$$\Omega_T^2 = \left(1 - \frac{3}{4}\frac{\omega_+ P n_{ffff}}{Q_f k_{sff} h_{sff}}\right)^{-1} \times \left[\frac{1}{4}(\omega_P^2 - \omega_f)^2\lambda_s + \left(\lambda_s + \frac{1}{2}R_{ff}\right)^2\right] - \lambda_s^2, \tag{9}$$

где ω_f — частота собственной f-моды, $R_{ff} = \omega_f Q_f^{-1}$, λ_s — обратное время тепловой релаксации, получаемое из уравнения теплопроводности с учетом материальных параметров сегнетоэлектрика [10]:

$$\lambda_s^{-1} = \frac{\rho C_P r_0^2}{\kappa(\mu_s^{(k+1/2)})^2}, \tag{10}$$

где ρ — плотность, C_P — теплоемкость, κ — теплопроводность, r_0 — радиус резонатора, $\mu_s^{(k+1/2)}$ —

корень сферической функции Бесселя, получающийся из однородного граничного условия для задачи теплопроводности на сфере [10].

Примечательным обстоятельством является то, что пороговая мощность (8) и частота модуляции (9) зависят от интегрального коэффициента n_{ffff}, характеризующего диэлектрическую нелинейность третьего порядка. При этом ориентировочные оценки, сделанные в работе [4] без учета неоднородности электромагнитных и температурных полей, показывают, что для резонаторов из $KTaO_3$ при температуре 4.2 K члены в знаменателе формул (8), (9) сравнимы между собой. Следовательно, учет интегральных коэффициентов перекрытия для каждой отдельной моды особенно необходим, поскольку в зависимости от изменений пороговой мощности и изменения положения области неустойчивости, при большой величине диэлектрической нелинейности, область автомодуляционной неустойчивости может быть поглощена обычной апериодической неустойчивостью (бистабильностью), обусловленной опрокидыванием резонансных кривых при нелинейном резонансе [3].

Обсуждение результатов

Для детального расчета режимов и выяснения вариантов взаимодействия мод наиболее подходит резонатор из виртуального сегнетоэлектрика в форме сферы. Собственные функции $\mathbf{E}_n$ и собственные значения линейной задачи колебаний электромагнитных волн и граничной задачи теплопроводности известны точно [6]. Сферический сегнетоэлектрический резонатор имеет наиболее высокие значения добротности на частотах, соответствующих низшим модам колебаний $n \leq 10$, а также низшие моды являются наиболее легко возбуждаемыми [11]. Сферический резонатор хорошо согласуется с элементами СВЧ-тракта измерительных систем [11]. Потери на излучение таких резонаторов малы по сравнению с диэлектрическими потерями. Таким образом, сферический сегнетоэлектрический резонатор является весьма удобным для фундаментальных исследований как теоретического, так и экспериментального плана, для изучения взаимодействия разных типов колебаний, без ограничения прикладного значения исследований.

В расчетах были использованы следующие параметры резонатора из $KTaO_3$ при температуре жидкого гелия 4.2 K:

— теплопроводность $\kappa = 0.01\,\mathrm{W/(cm\cdot K)}$ [14];

— добротность $Q = 1.5 \cdot 10^4$ [15];

— теплоемкость $C_P/T^3 = 14.8 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{J/K^4}$ [16,17];

— диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 4.3 \cdot 10^5$ [1,2];

— радиус резонатора $r_0 = 0.5\,\mathrm{mm}$ [15];

— температурный коэффициент диэлектрической проницаемости $a_\varepsilon = 5 \cdot 10^{-3}$ [2];

— плотность $\rho = 6.97\,\mathrm{g/cm^3}$ [15];

$$\nu = 2\beta_1/(4\pi)^3;$$

— нелинейный коэффициент $\beta_1 = 11 \cdot 10^{-12}$ CGS [15].

На рис. 1 и 2 представлены зависимости пороговой мощности возбуждения ЭТА (8) и частоты тепловой автомодуляции (9) соответственно от индекса электромагнитной моды n двухмодового взаимодействия, имеющего вид: $T^{(m_s)}_{n_s,l_s} - E^{(m_f)}_{n_f,l_f}$, где $n_f = n$. Расчет был произведен при оптимальной настройке $\xi_f = \xi_0$.

Характерной и уникальной особенностью сферических сегнетоэлектрических резонаторов является то, что благодаря высокой диэлектрической проницаемости электромагнитные моды с низшими индексами имеют структуру и пространственное распределение типа „моды шепчущей галереи“ (МШГ), при этом их добротность весьма высока. Последовательность включения новых МШГ с номерами n и $n-1$ (кривые *3, 5* на рис. 1) при расчетах определяется величиной соответствующих интегральных коэффициентов перекрытия МШГ. Таким

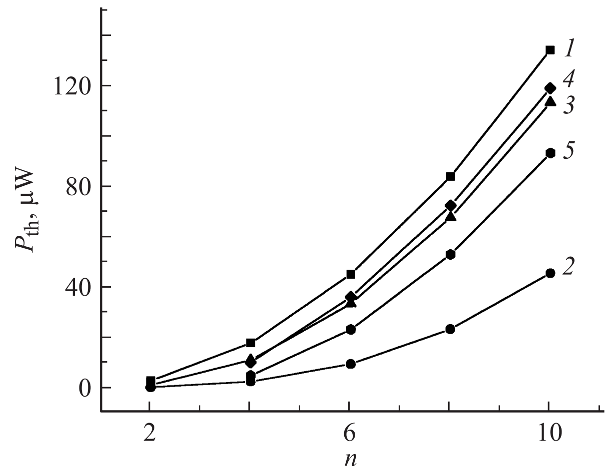

Рис. 1. Расчет пороговой мощности ЭТА P_{th} в зависимости от номера n для различных комбинаций взаимодействующих мод. Кривая *1*: $T^{(2)}_{n,1} - E^{(1)}_{n,1}$; *2*: $T^{(2)}_{n,1} - E^{(1)}_{n,2}$; *3*: $T^{(2)}_{n,1} - E^{(1)}_{n-1,1}$; *4*: $T^{(4)}_{n,1} - E^{(2)}_{n,1}$; *5*: $T^{(4)}_{n,1} - E^{(2)}_{n-1,1}$.

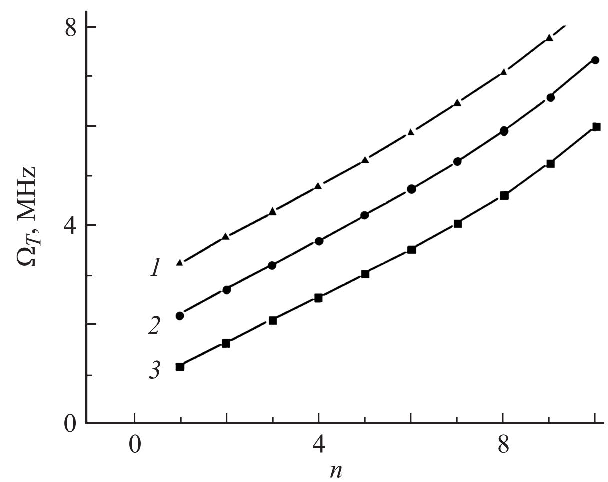

Рис. 2. Расчет частоты ЭТА Ω_T для следующих комбинаций взаимодействующих мод; кривая *1*: $T^{(2)}_{2,1} - E^{(1)}_{n,1}$; *2*: $T^{(2)}_{2,1} - E^{(1)}_{n,2}$; *3*: $T^{(2)}_{2,1} - E^{(1)}_{n,3}$.

образом, величины пространственного перекрытия взаимодействующих МШГ определяют динамику ЭТА и ведут к большому разнообразию колебательных процессов в резонаторе. Характерной особенностью МШГ является то, что интегральные коэффициенты межмодового взаимодействия (3)–(5) возрастают при увеличении индексов углового момента m_s, m_f (кривые *4, 5* на рис. 1). Взаимодействие $T_{n,1}^{(2)} - E_{n,2}^{(1)}$ (кривая *2* на рис. 1) имеет высокое значение для интегральных коэффициентов перекрытия мод за счет объема. Это приводит к резкому понижению пороговой мощности ЭТА, поэтому наблюдение такой комбинации мод в эксперименте предпочтительно.

При увеличении номера n МШГ кривые сливаются между собой, и пороговые мощности ЭТА будут иметь близкие значения, при этом частота ЭТА Ω_T возрастает (рис. 2). Как видно из рис. 1, пороговая мощность ЭТА растет с увеличением индекса n электромагнитных МШГ и в эксперименте, при прочих равных условиях, будет проявляться эффект взаимодействия мод, комбинация которых обладает наименьшей пороговой мощностью возбуждения.

Для большинства вариантов взаимодействия наблюдаются весьма скромные пороги возбуждения ЭТА. Так, для мод $T_{2,1}^{(2)} - E_{2,1}^{(1)}$ пороговая мощность ЭТА составляет 2.8 μW, для взаимодействия $T_{2,1}^{(2)} - E_{4,1}^{(1)}$ — 18 μW и для взаимодействия $T_{2,1}^{(2)} - E_{6,1}^{(1)}$ — 45 μW. Примечательным обстоятельством является то, что величины пороговой мощности ЭТА сопоставимы с пороговой мощностью СПВ, которая, по оценкам в работе [15], составляет 64 μW для рассмотренных комбинаций мод. В связи с этим в экспериментах по исследованию СПВ будет проявляться и ЭТА в виде дополнительной нестационарной тепловой расстройки резонатора. При этом в спектре рассеяния появятся дополнительные комбинационные частоты Ω_T, вызванные ЭТА (см. рис. 2).

В зависимости от номера возбужденной парциальной МШГ происходит рост комбинационной частоты ЭТА. Для основных вариантов взаимодействия мод $T_{n,1}^{(2)} - E_{n,1}^{(1)}$ и $T_{n,1}^{(2)} - E_{n-1,1}^{(1)}$, при относительно высоких порядках индекса $n > 6$ пороговая мощность возбуждения ЭТА превышает критическую пороговую мощность СПВ, что делает возможным наблюдения СПВ акустических колебаний в эксперименте за счет малости тепловых колебательных расстроек [7,15,18]. Одновременное наблюдение СПВ и ЭТА как конкурирующих эффектов представляет интерес при сравнимых по порядку значениях пороговой мощности возбуждения ЭТА и СПВ.

На рис. 3 представлены динамика температурных колебаний (кривая *1*) и кратковременная стабилизация амплитуды температурной парциальной моды резонатора (кривая *2*) для взаимодействия $T_{2,2}^{(2)} - E_{2,1}^{(1)}$, полученные путем интегрирования уравнений колебаний (1) и (2). Кривая *1* (η_1) получена при $q = 0.13$, а *2* (η_2) — при $q = 0.03$. Характерной особенностью расчета является

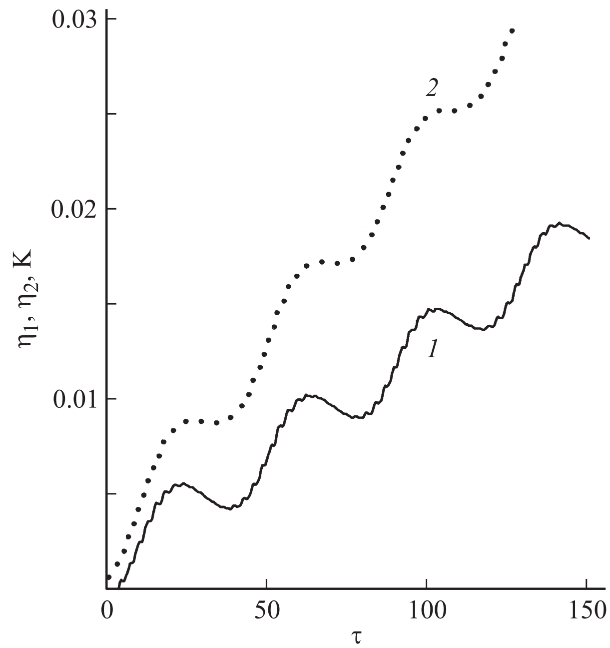

Рис. 3. Динамика амплитуд парциальных мод температурного релаксатора для взаимодействия $T_{2,2}^{(2)} - E_{2,1}^{(1)}$. За начало отсчета температуры принята температура окружающей среды 4.2 K. Ось абсцисс показывает безразмерное время $\tau = \omega t$. Кривая *1* (η_1) соответствует плотности тепловых источников $a = 0.13$, (η_2) соответствует $q = 0.03$; $F_0 = 1$.

то, что представленный на графике рост температуры резонатора происходит с осцилляциями и при соответствующем теплоотводе возможен режим стабилизации температуры резонатора.

При $\tau = 0$ энергия накачки поглощается резонатором, при этом происходит разогрев резонатора и соответствующая электромагнитная мода резонатора $E_{2,1}^{(1)}$ настраивается в резонанс с частотой СВЧ-накачки (вход-

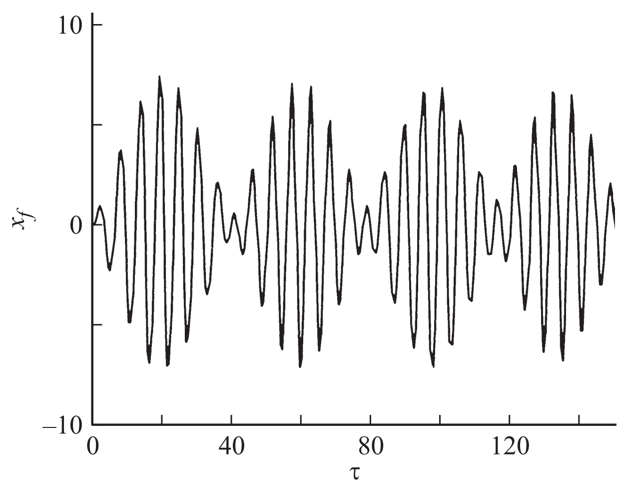

Рис. 4. Динамика амплитуды парциальной электромагнитной моды x_f для взаимодействия $T_{2,2}^{(2)} - E_{2,1}^{(1)}$ при плотности тепловых источников $a = 0.13$ и амплитуде $F_0 = 1$.

ной резонанс), что приводит к увеличению амплитуды колебаний x_f парциальной моды $E_{2,1}^{(1)}$ и резонансному разогреву объема локализации парциальной моды, как показано на рис. 4. При дальнейшем росте температуры имеет место температурный сдвиг собственной частоты резонатора, ведущей к расстройке из резонанса, в зависимости от колебаний температуры резонатора. При этом, как показано на рис. 4, амплитуда парциальной моды x_f падает при $\tau = 40$. Резонатор охлаждается за счет теплопроводности и теплообмена на границе и, следовательно, процесс периодически повторяется. Также на рис. 3 (кривая *2* (η_2)) представлен режим кратковременной стабилизации температуры резонатора (обезразмеренное время стабилизации $\tau \approx 15$) до определенного порогового значения, с последующим скачкообразным ростом температуры, в зависимости от условий теплоотвода с поверхности резонатора [18].

При импульсной СВЧ-накачке, когда амплитуда накачки меняется по закону

$$F_f(\tau) = F_0 \exp\left(-\frac{1}{2}(\delta^2 - i\mu)\tau^2\right),$$

где δ — ширина импульса, μ — скорость модуляции частоты (чирпирование), δ и μ обезразмерены, имеют место вынужденное тепловое возбуждение резонатора.

Поскольку в СВЧ-генераторах возможно формирование импульсов с независимыми δ и μ, то в расчетах они выбирались независимыми, в отличие от модулированных импульсов оптической накачки. На рис. 5 представлены амплитуды температурных парциальных мод, как видно из него, зависимость температурной

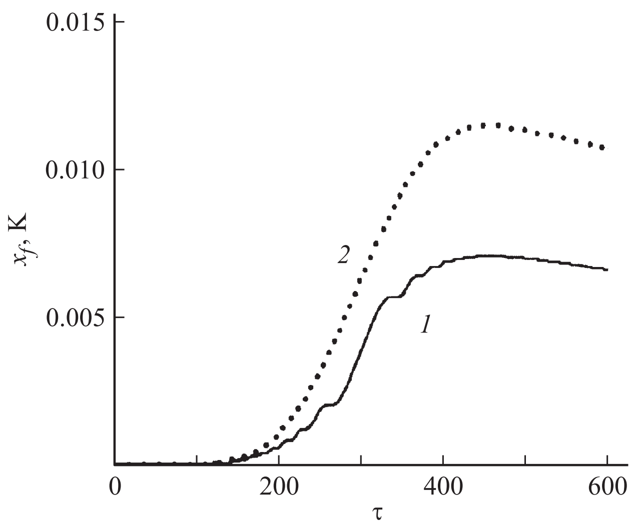

Рис. 5. Зависимость динамики амплитуд температурных парциальных мод для взаимодействия $T_{2,1}^{(2)} - E_{2,1}^{(1)}$ от длительности импульса δ и скорости частотной модуляции μ. За начало отсчета температуры резонатора принята температура окружающей среды 4.2 K, ось ординат имеет размерность температуры (K). Ось абсцисс показывает безразмерное время $\tau = \omega t$. Кривая *1* (η_1) соответствует параметрам: $\delta^2 = 0.0001$ и $\mu = 0.001$, *2* (η_2) — $\delta^2 = 0.0001$ и $\mu = 0$, $F_0 = 2$.

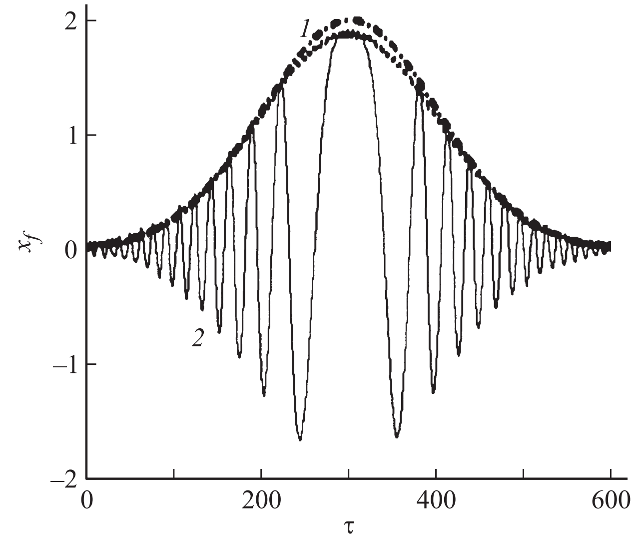

Рис. 6. Зависимость динамики ЭТА амплитуд парциальных электромагнитных мод для взаимодействия $T_{2,1}^{(2)} - E_{2,1}^{(1)}$ от длительности импульса δ и скорости частотной модуляции μ. Кривая *1* (x_f) соответствует параметрам: $\delta^2 = 0.0001$ и $\mu = 0.001$; *2* (x_f) — $\delta^2 = 0.0001$ и $\mu = 0$. Огибающая кривая соответствует импульсу накачки с амплитудой $F_0 = 2$.

моды резонатора от времени (кривые *1, 2*) имеет релаксационный характер.

На рис. 6 представлены амплитуды парциальных мод x_f для импульсной СВЧ-накачки. При поглощении импульса с модуляцией частоты (чирпированный импульс) происходит разогрев резонатора, и рост температуры резонатора (рис. 5) обусловлен изменением поглощенной мощности за счет модуляции частоты импульса. Поскольку нестационарная расстройка собственных электромагнитных мод зависит в этом случае от двух факторов температурного сдвига ξ_0 и модулированной частоты накачки ξ_f, то амплитуда температурной моды (кривая *1*, рис. 5) меньше, чем в случае входного резонанса за счет электромагнитной частотной расстройки накачки (кривая *2*, рис. 5).

Заключение

Расчеты порогов мощности ЭТА для взаимодействующих МШГ и вынужденного электротеплового возбуждения резонатора модулированным импульсом позволяют детально выяснить влияние тепловых колебательных расстроек на возможность осуществления СПВ акустических колебаний в сферических резонаторах.

Виртуальные сегнетоэлектрики ($SrTiO_3$, $KTaO_3$) обладают значительной нелинейной температурной зависимостью диэлектрических потерь. Нагрев за счет диэлектрических потерь приводит к изменению собственных частот и режимов колебаний в резонаторе. Вследствие этого для наиболее полного описания СПВ наряду с известным описанием [1,2,7,15] необходимо учитывать уравнения теплопроводности с неоднородными граничными условиями.

Полученные интегральные коэффициенты (3)–(5) являются достаточно универсальными, поскольку могут быть рассчитаны для любой формы диэлектрического резонатора. Необходимо лишь получить собственные значения и собственные функции линейной задачи электромагнитных колебаний и линейной задачи теплопроводности для данной формы, численно или аналитически [6,10–12].

Представленная система колебательных уравнений (1), (2) определяет множество режимов колебаний в резонаторе: неустойчивость, бистабильность, нелинейный резонанс, хаос, в зависимости от интегральных коэффициентов перекрытия электромагнитных МШГ и температурных мод (3), (5).

В работе выяснен механизм взаимодействия нелинейных колебаний в температурно-чувствительных криогенных резонаторах. Это взаимодействие проявляется как для температурной моды, так и для электромагнитной моды в виде тепловой обратной связи и нелинейного резонанса. Низкие пороговые мощности возбуждения ЭТА позволили указать в качестве перспективного пути создание на базе резонаторов с МШГ высокочувствительных болометров и параметрических усилителей в интервале СВЧ-частот, соответствующих собственным модам резонатора. Применение в схемах с СВЧ-накачкой высокодобротных криогенных сегнетоэлектрических резонаторов из виртуального сегнетоэлектрика $KTaO_3$ позволяет исследовать новые типы колебательных устройств, работающих в режиме регенерации температурных колебаний. Для реализации подобных устройств необходим учет особенностей динамики взаимодействующих мод и величин интегральных коэффициентов перекрытия мод, которые рассмотрены в данной работе.

Следует отметить, что резонаторный метод повышения чувствительности СВЧ-болометров может также быть использован для разработки калориметра высокой чувствительности для исследования взаимодействия элементарных частиц и приемников рентгеновского излучения. По сравнению с полупроводниками и сверхпроводниками активным резонаторам из сегнетоэлектриков свойственны устойчивость к магнитному полю, радиации и ионизирующему излучению.

Нелинейные СВЧ криогенные резонаторы с модами типа „шепчущая галерея“ могут быть использованы в качестве элементов, повышающих чувствительность методов ЭПР спектроскопии.

Расчеты интегральных коэффициентов взаимодействия мод были проведены по разработанным автором программам на Фортране.

Автор выражает благодарность Г.В. Белокопытову и Абрахаму Нитцану (Abraham Nitzan) за научную и финансовую поддержку в виде аспирантской и постдокторской стипендии на проведении исследований в области радиофизики и молекулярной электроники.

Список литературы

[1] *Belokopytov G.V.* // Ferroelectrics. 1995. Vol. 167. P. 137–145.
[2] *Belokopytov G.V.* // Ferroelectrics. 1995. Vol. 168. P. 69–89.
[3] *Белокопытов Г.В.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Том XXIX. № 11. С. 1324–1332.
[4] *Белокопытов Г.В.* // Вестн. МГУ. Сер. 3. Физика, астрономия. 1997. № 3. С. 11–15.
[5] *Белокопытов Г.В., Иванов И.В., Семененко В.Н., Студенникова Г.В.* // ЖТФ. 1989. Т. 58. Вып. 4. С. 182–184.
[6] *Стрэттон Д.А.* Теория электромагнетизма. М.–Л.: ОГИЗ, 1948. 539 с.
[7] *Белокопытов Г.В., Семененко В.Н., Чистяев В.А.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1990. Т. 33. № 1. С. 27–33.
[8] *Yariv A., Louicell W.H.* // IEEE J. Quant. Electron. 1966. Vol. QE-2. N 9. P. 418.
[9] *Белокопытов Г.В.* // Вестн. МГУ. Сер. 3. Физика, астрономия. 1977. Т. 18. № 2. С. 61–66.
[10] *Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В.* Лекции по математической физике. М.: МГУ, 1993. 352 с.
[11] *Вайнштейн Л.А.* Открытые резонаторы и волноводы. М.: Сов. радио, 1966. 102 с.
[12] *Варшалович Д.А., Моисеев А.Н., Херсонский В.К.* Квантовая теория углового момента. Л., 1975.
[13] *Белокопытов Г.В., Пушечкин Н.П., Семененко В.Н.* // Вестн. МГУ. Сер. 3. Физика, астрономия. 1992. Т. 33. № 5. С. 18–24.
[14] *Salse B., Gravil J.L., Baather L.A.* // J. Phys. Condens. Matter. 1979. Vol. 6. N 22. P. 4077–4092.
[15] *Белокопытов Г.В., Моисеев Н.Н.* Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. XXV. № 10. С. 1210–1220.
[16] *Lowless W.N.* // Phys. Rev. 1976. Vol. 14. N 1. Ser. B. P. 134–143.
[17] *Stiegmaer E.F.* // Phys. Rev. 1968. Vol. 168. N 2. Ser. 2. P. 532.
[18] *Иванов И.В., Крягин С.Н., Семенова Т.Н.* // Вестн. МГУ. Т. 12. Сер. Физика, астрономия. 1971. № 3. С. 2.