

01;09

Энергетические уровни колебаний в нелинейной передающей линии с насыщенным ферритом

© И.В. Романченко, В.В. Ростов

Институт сильноточной электроники СО РАН,
634061 Томск, Россия
e-mail: riv@lfe.hcei.tsc.ru

(Поступило в Редакцию 28 мая 2009 г.)

Рассмотрены стационарные решения в виде бегущей электромагнитной волны в однородной коаксиальной нелинейной передающей линии с насыщенным ферритом в отсутствие затухания. Получены выражения для периода нелинейных колебаний в зависимости от их амплитуды. Показано, что период линейных колебаний линейно нарастает с протекающим по линии током. С ростом амплитуды колебаний групповая скорость стационарной волны увеличивается. Найдена связь между электромагнитными колебаниями и колебаниями вектора намагниченности. При повышении внешнего магнитного поля неизохронность колебаний возрастает.

Введение

Исследования возможности возбуждения затухающих негармонических колебаний ударным фронтом электромагнитной волны в нелинейных передающих линиях начались достаточно давно [1–3]. Было выделено два класса передающих линий, в которых возбуждение колебаний имеет свои особенности — это линии с пространственной и временной дисперсией [1]. В то время как в первых работах было проведено качественное рассмотрение простейших примеров, конкретная реализация достаточно эффективной линии с пространственной дисперсией была предложена сравнительно недавно [4]. Эта система получила дальнейшее теоретическое [5], а также экспериментальное развитие в [6], где была достигнута мощность на уровне 20 MW.

В качестве линии с временной дисперсией была предложена коаксиальная линия с частичным заполнением магнитным материалом [7,8]. Испытания проводились с использованием иттрий-железного граната (YIG) [7,8]. Но недавние эксперименты [9] показали, что применение NiZn феррита позволяет увеличить пиковую мощность возбуждаемых колебаний до величины порядка 0.5 GW. Здесь необходимо подчеркнуть, что поскольку в любой системе с затуханием есть соответствующая временная дисперсия, то в данном случае речь идет о дисперсии, связанной не с затуханием, а с прецессией магнитного момента.

В настоящей статье основное внимание уделено теоретическому анализу спектральных характеристик высокочастотных колебаний в однородной коаксиальной линии с насыщенным ферритом, которые наблюдались в экспериментах [9].

Модель консервативного нелинейного осциллятора

При анализе колебаний в нелинейных передающих линиях обычно рассматривают класс решений в виде

стационарных ударных электромагнитных волн [1–4]. Поскольку такие решения предполагают наличие затухания, а учет затухания в нашем случае затруднителен, то ограничимся стационарными решениями в виде волн с фиксированной амплитудой колебаний.

Запишем систему уравнений задачи без учета затухания:

$$\frac{\partial U}{\partial z} = -L_0 \frac{\partial J}{\partial t} - b \frac{\partial M_\theta}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial J}{\partial z} = -C_0 \frac{\partial U}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma [\mathbf{M} \times \mathbf{H}]. \quad (3)$$

Телеграфные уравнения (1), (2) записаны в приближении, так что зависимостью азимутальной компоненты намагниченности M_θ от поперечной координаты можно пренебречь. Здесь параметр b есть толщина ферритового заполнения коаксиальной линии по радиусу, C_0 и L_0 — емкость и индуктивность единицы длины линии без учета магнитных свойств феррита. В уравнении движения вектора намагниченности \mathbf{M} (3) магнитное поле имеет две компоненты: $\mathbf{H} = \mathbf{e}_z H_z + \mathbf{e}_\theta H_\theta$. Продольное поле H_z и связанная с ним гиромагнитная частота $\omega_z = \gamma H_z$ считаются заданными внешним источником, в то время как азимутальное поле $H_\theta = J/2\pi R_a$ (где R_a — средний радиус ферритового заполнения) является искомой функцией z и t . В уравнении (3) предполагается насыщение феррита, $|\mathbf{M}| = M_S = \text{const}$, а также отсутствие возбуждения спиновых волн. В дальнейшем компоненты намагниченности будут записываться в безразмерном виде, $m_i = M_i/M_S$. Будем искать решение в виде стационарной волны, зависящей от $\tau = (t - z/v_g)\omega_z/p$, где групповая скорость v_g является произвольным параметром задачи. Безразмерный параметр p задается

групповой скоростью:

$$p = \frac{H_z}{H_0} \frac{v_0^2 - v_g^2}{v_g^2}, \quad (4)$$

где константы $v_0 = 1/\sqrt{L_0 C_0}$, $H_0 = M_S b / I_0 2\pi R_a$. В случае стационарной волны уравнения (1), (2) можно один раз проинтегрировать, исключив напряжение:

$$H_\theta(\tau)/H_z = m_\theta(\tau)/p. \quad (5)$$

Подставив интеграл (5) в уравнение движения (3), для компонент намагниченности можно получить следующую систему уравнений:

$$\dot{m}_r = -p m_\theta + m_\theta m_z, \quad (6a)$$

$$\dot{m}_\theta = p m_r, \quad (6b)$$

$$\dot{m}_z = -m_r m_\theta. \quad (6c)$$

Поскольку компоненты вектора намагниченности связаны соотношением $|\mathbf{m}| = 1$, общее решение системы (6) полностью определяется двумя начальными условиями. Не ограничивая общности, зададим начальные условия в удобном для анализа виде: $m_\theta(0)m_0, \dot{m}_\theta(0) = 0$. С учетом начальных условий система уравнений (6) сводится к уравнению нелинейного осциллятора:

$$\frac{\dot{m}_\theta^2}{2} + W(m_\theta) = 0, \quad (7a)$$

$$W(m_\theta) = \frac{(m_\theta^2 - m_0^2)(m_\theta^2 + m_0^2 - 2m_1^2)}{8}. \quad (7b)$$

Здесь введено обозначение m_1 :

$$m_1 = \sqrt{m_0^2 + 2p\sqrt{1 - m_0^2} - 2p^2}, \quad (8)$$

соответствующее минимуму потенциальной энергии осциллятора, $W(m_1) = W_{\min}$. Набор энергетических уровней осциллятора (7) определяется парой параметров (p, m_0) .

На основании (8) перейдем к другой паре независимых параметров, (m_1, m_0) , где m_1 соответствует дну потенциальной ямы, а m_0 — обращению в нуль кинетической энергии осциллятора. Условие $W(m_\theta) = 0$ задает интервал для m_θ , в котором уравнение (7a) имеет действительные решения: $m_\theta \in [\sqrt{2m_1^2 - m_0^2}, m_0]$. При этом параметры (m_1, m_0) должны удовлетворять условию $0 < m_1 < m_0 \leq 1$.

На рис. 1 представлена потенциальная энергия для трех пар (m_1, m_0) . Наибольшая глубина потенциальной ямы достигается при $(m_1, m_0) = (1/\sqrt{2}, 1)$.

Фазовые портреты, соответствующие рис. 1, представлены на рис. 2. Условие $\sqrt{2m_1^2 - m_0^2} = 0$, или $m_0 = \sqrt{2}m_1$, определяет движение по сепаратрисе. Оно возможно, если параметр m_1 удовлетворяет условию $\sqrt{2}m_1 < 1$. Таким образом, $m_0 \leq \min\{\sqrt{2}m_1, 1\}$.

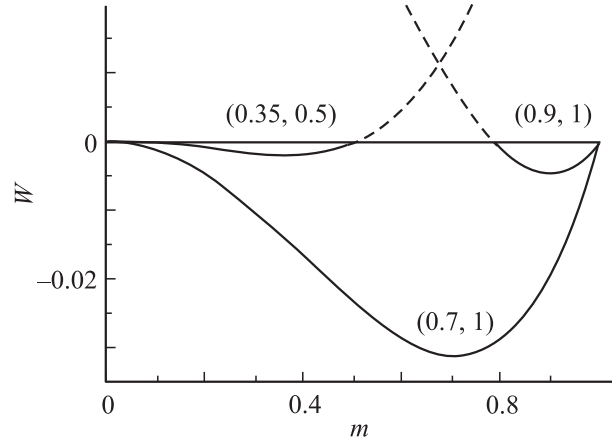


Рис. 1. Потенциальная энергия нелинейного осциллятора (7) при различных (m_1, m_0) .

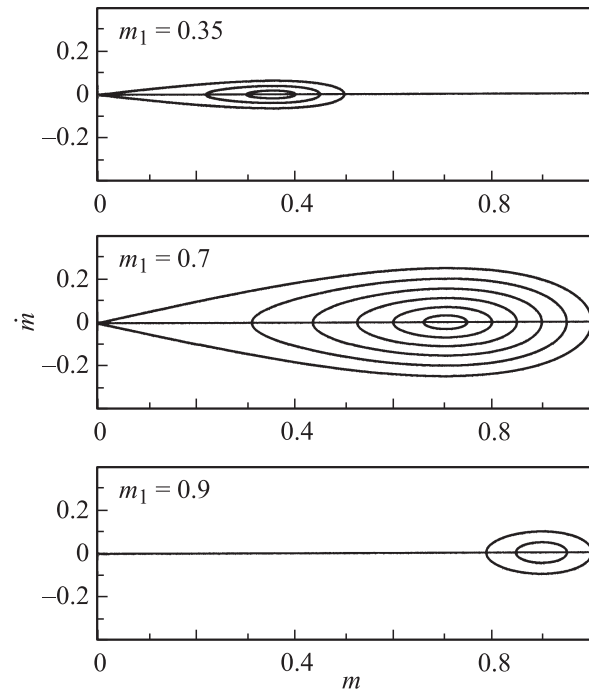


Рис. 2. Фазовые портреты энергетических уровней для трех значений m_1 , соответствующих рис. 1, где m_0 находится в интервале $m_1 < m_0 \leq 1$.

Период обращения по фазовой траектории находится из уравнения (7a):

$$T = \oint \frac{dm_\theta}{\dot{m}_\theta} = \frac{4}{m_0} K \left(\frac{\sqrt{2(m_0^2 - m_1^2)}}{m_0} \right), \quad (9)$$

где $K(x)$ — полный эллиптический интеграл первого рода. В пределе линейных колебаний $K(m_0 \rightarrow m_1) \rightarrow \pi/2$, и период равен $T = 2\pi/m_1$. Таким образом, представленная упрощенная модель позволяет описать колебания вектора намагниченности в стационарной волне в отсутствие затухания.

Стационарная электромагнитная волна с фиксированной амплитудой колебаний

Для анализа спектра электромагнитных колебаний необходимо перейти от фазовой плоскости $(m_\theta, \dot{m}_\theta)$ к $(H_\theta, \dot{H}_\theta)$. Наличие затухания в линии приводит к тому, что H_θ после некоторого числа колебаний принимает фиксированное значение. Будем считать его заданным и обозначим как $H_{\theta 1}$. В случае отсутствия затухания эту величину можно определить как $\langle H_\theta \rangle_{m_0 \rightarrow m_1} = H_{\theta 1}$. Если выбран m_1 в качестве собственного параметра осциллятора, константа m_0 будет функцией m_1 и s :

$$m_0 = \sqrt{m_1^2 + 2m_1s\sqrt{1 - m_1^2(1 + s^2)}}, \quad (10)$$

где $s = H_z/H_{\theta 1}$. Здесь учтена связь (5) между p и m_θ , $p = m_1s$, откуда следует, что

$$\frac{p}{\omega_z} = \frac{m_1}{\omega_1}, \quad (11)$$

где $\omega_1 = \gamma H_{\theta 1}$. Умножив период линейных колебаний $T = 2\pi/m_1$ на размерный коэффициент p/ω_z , на основании (11) получим, что циклическая частота линейных колебаний равна ω_1 , т.е. задается только протекающим по передающей линии током.

В такой постановке задачи для стационарной волны с некоторой фиксированной амплитудой колебаний необходимо задать пару значений (m_1, s) , где второй параметр определяется внешними условиями. Диапазон, в котором может изменяться m_1 , в соответствии с (10) задается параметром s . Ограничение на m_1 снизу соответствует условию для сепаратрисы $m_0 = \sqrt{2}m_1$, а ограничение сверху следует из условия, чтобы правая часть (10) была действительной:

$$\frac{2s}{\sqrt{1 + 4s^2 + 4s^4}} \leq m_1 \leq \frac{1}{\sqrt{1 + s^2}}. \quad (12)$$

Нижняя граница соответствует бесконечно медленному выходу фазовой траектории из седла, а верхняя — линейным колебаниям. Сепаратриса $(m_1, m_0) = (1/\sqrt{2}, 1)$ соответствует $s = 1/\sqrt{2}$, или $H_{\theta 1} = \sqrt{2}H_z$.

Таким образом, уравнения (9), (10) позволяют найти период колебаний для произвольной пары (m_1, s) . Обратный период в размерных единицах есть

$$f = \frac{\omega_1}{T(m_1, s)m_1}. \quad (13)$$

Безразмерная функция $2\pi f/\omega_1$ в зависимости от m_1 для трех характерных значений $s = 1$ показана на рис. 3.

Амплитуды колебаний H_θ и m_θ пропорциональны и в соответствии с (5) задаются m_1 , $\Delta H_\theta = \Delta m_\theta H_{\theta 1}/m_1$. При этом каждой амплитуде колебаний можно поставить в соответствие свою групповую скорость v_g , выражение для которой получается исключением p из (4) и (11):

$$v_g = \frac{v_0}{\sqrt{1 + \frac{H_0}{H_{\theta 1}} m_1}}. \quad (14)$$

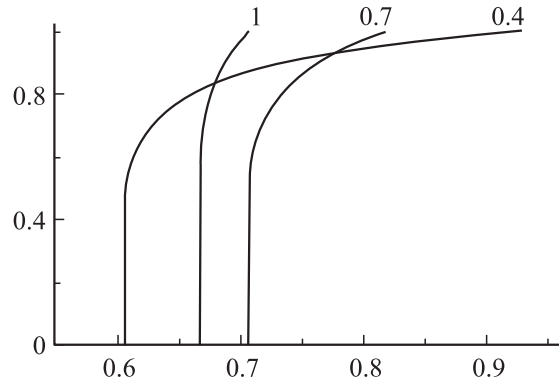


Рис. 3. Обратный период нелинейных колебаний для трех значений s , где m_1 определено в диапазоне (12).

Поскольку максимальному значению m_1 соответствуют линейные колебания, видно, что они распространяются с наименьшей скоростью. Согласно (12), при больших s параметр m_1 ограничен сверху малой величиной. Таким образом, в достаточно сильном магнитном поле замедление становится пренебрежимо малым.

Обсуждение результатов эксперимента в рамках представленной модели

Проведенный анализ отвечает закономерностям, наблюдаемым в экспериментах [9]. В частности, был обнаружен линейный рост центральной частоты в спектре колебаний с увеличением протекающего по линии тока, а также выявлено наличие оптимума в зависимости амплитуды возбуждаемых колебаний от внешнего магнитного поля, которое оказалось близким к соответствующему условию $H_{\theta 1} = \sqrt{2}H_z$. На рис. 4 приведена характерная осциллограмма колебаний напряжения в импульсе, формируемом нелинейной передающей линией.

Как видно из осциллограммы, колебания имеют несинусоидальную форму, возрастая по частоте с умень-

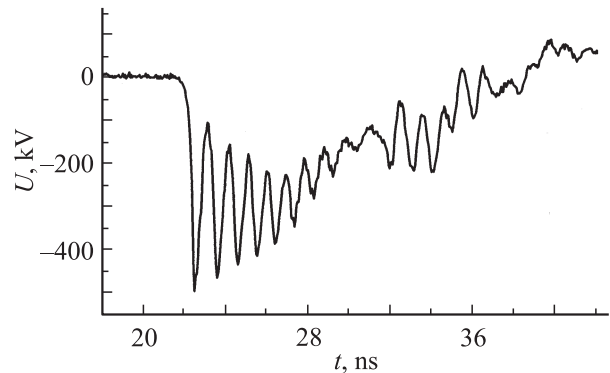


Рис. 4. Осциллограмма напряжения высоковольтного импульса после взаимодействия с нелинейной передающей линией. Амплитуда падающего импульса составляет $U_{in} = 300$ кВ, поле подмагничивания $H_z = 40$ кА/м.

шением амплитуды, как этого и следовало ожидать из теоретических представлений. Эксперименты показали, что с ростом длины нелинейной передающей линии происходит нарастание амплитуды колебаний. Причем насыщения этого эффекта с ростом длины обнаружено не было, т.е. максимальная экспериментальная длина линии была недостаточной для формирования стационарной волны. Таким образом, с одной стороны, правомерность самой модели стационарной волны требует дальнейших уточнений. С другой стороны, оставляя за пределами рассмотрения динамику затухания, представленная модель позволяет в первом приближении связать между собой основные параметры задачи. Например, осциллограмму на рис. 4 можно интерпретировать таким образом, что каждому последующему колебанию соответствует один из уровней нелинейного осциллятора (7), определяемый условием (10). Поскольку каждое колебание распространяется со своей скоростью, стационарная волна с затухающими негармоническими колебаниями может сформироваться в том случае, если дисперсия, вносимая затуханием, компенсирует дисперсию (14), обусловленную прецессией.

Если задать амплитуду напряжения U_m падающего на нелинейную линию импульса, то, согласно модели, первый пик не превышает $\sqrt{2}U_m$. Следовательно, амплитуда высокочастотных осцилляций может быть не больше $U_m/\sqrt{2}$. Таким образом максимальное значение высокочастотной мощности, усредненной за период, может приближаться к 25% от мощности падающего импульса. Для достижения предельной мощности колебаний необходимо создать условия для формирования стационарной волны. Поиск таких стационарных волн в эксперименте и теоретическом анализе представляет наибольший интерес в рассматриваемом явлении.

Список литературы

- [1] *Белянцев А.М., Гапонов А.В., Фрейдман Г.И.* // ЖТФ, 1965. Т. 35. Вып. 4. С. 677–689.
- [2] *Белянцев А.М., Богатырев Ю.К., Соловьева Л.И.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1963. Т. 6. Вып. 3. С. 561–571.
- [3] *Гапонов А.В., Островский Л.А., Фрейдман Г.И.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1967. Т. 10. Вып. 9–10. С. 1376–1413.
- [4] *Белянцев А.М., Дубнев А.И., Климин С.Л.* и др. // ЖТФ. 1995. Т. 65. Вып. 8. С. 132–142.
- [5] *Белянцев А.М., Козырев А.Б.* // ЖТФ. 2001. Т. 71. Вып. 7. С. 79–82.
Dolan J.E., Bolton H.R. // IEEE Proc.-Sci. Meas. Technol. 2000. Vol. 147. N 5. P. 237–242.
- [6] *Seddon N., Spikings C.R., Dolan J.E.* // IEEE Pulsed Power Plasma Sci. Conf. Albuquerque, 2007. P. 678–681.
- [7] *Seddon N., Dolan J.E.* // U.S. Patent N 7 498 978 B2.
- [8] *Seddon N., Dolan J.E.* // Int. Publication Number WO 2007/141576 A1.
- [9] *Губанов В.П., Гунин А.В., Ковальчук О.Б.* и др. // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. Вып. 13. С. 81–87.