

01:03

# Определение аэродинамических характеристик с разрывами первого рода по траекторным данным свободно летящего объекта

© В.А. Викторов,<sup>1</sup> Н.П. Менде,<sup>2</sup> А.Б. Подласкин,<sup>2</sup> П.А. Попов,<sup>2</sup> В.А. Сахаров<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Российский федеральный ядерный центр — Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики,

607190 Саров Нижегородской области, Россия

<sup>2</sup> Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,

194021 Санкт-Петербург, Россия

e-mail: v.sakharov@mail.ioffe.ru

(Поступило в Редакцию 23 сентября 2009 г.)

Предложен метод идентификации аэродинамических характеристик модели, движение которой сопровождается существенным изменением характера обтекания. Метод предполагает разбиение траектории на участки с различным типом обтекания модели и последующей обработкой данных этих участков, сгруппированных по признаку однотипности. Идентификация аэродинамических характеристик осуществляется методом последовательных приближений с использованием алгоритма дифференциальной коррекции. Проведен анализ точности получаемых результатов.

## Введение

Цель обратной задачи баллистики сводится к определению вида функций аэродинамических сил и моментов, действующих на летящий объект, по дискретно заданным траекторным данным (результатам измерений). Поскольку траектория объекта связана с искомыми функциями дифференциальными уравнениями второго порядка, то, как правило, процедура определения вида аэродинамических функций осуществляется итерационно. Для некоторого приближения искомых функций решается прямая задача баллистики и строятся отклонения расчетной траектории от данных измерений (так называемые невязки). Используя алгоритм минимизации невязок методом наименьших квадратов, путем последовательных приближений можно найти вид искомых функций.

Для минимизации невязок наилучшим методом, по мнению авторов, является метод дифференциальной коррекции, предложенный Чепменом и Керком [1], в котором искомые функции представляются в виде полинома. Важнейшим достоинством названной работы является то, что для идентификации аэродинамических функций авторы использовали совместную обработку результатов нескольких опытов с однотипной моделью при различных начальных условиях движения.

Метод Чепмена и Керка хорошо зарекомендовал себя в случае монотонного изменения искомых функций. При этом число одновременно подбираемых параметров относительно невелико, что обеспечивает удовлетворительную сходимость процедуры. Так, в работе [2] продемонстрирована сходимость указанного метода при определении аэродинамических функций по данным баллистических экспериментов с острым конусом, совершающим плоское движение. Там же показана практическая важность статистического оценивания полученных

результатов, которое проводится с использованием дисперсионной матрицы системы нормальных уравнений метода наименьших квадратов.

Движение в атмосфере объекта сложной формы может сопровождаться существенным изменением характера его обтекания, происходящим за сравнительно короткий промежуток времени, например, при отрыве или присоединении пограничного слоя к поверхности объекта. При этом функции аэродинамических сил и моментов могут быть существенно немонотонными. Применение метода [1] в его первоначальном виде для такого случая становится неэффективным, поскольку может потребовать представления искомых функций с включением членов с высокими степенями независимой переменной. Это, в частности, вызывает многократное увеличение доверительного интервала в конце интервала аппроксимации из-за погрешностей коэффициентов при высоких степенях независимой переменной. Применение сплайнов при аппроксимации искомых аэродинамических функций [3] может несколько улучшить положение, однако в целом проблемы не решает, поскольку, как и в предыдущем случае, значительно возрастает число одновременно идентифицируемых параметров, что ухудшает сходимость итераций.

## Постановка задачи

Существенные изменения аэродинамических функций происходят, как правило, за интервал времени, много меньший времени пролета моделью участка баллистической трассы между постами регистрации координат. Поэтому в баллистическом эксперименте такие изменения можно считать мгновенными. В этом случае аэродинамические характеристики можно представить в виде сравнительно простых кусочно-непрерывных функций независимых переменных — угла атаки и скольжения.

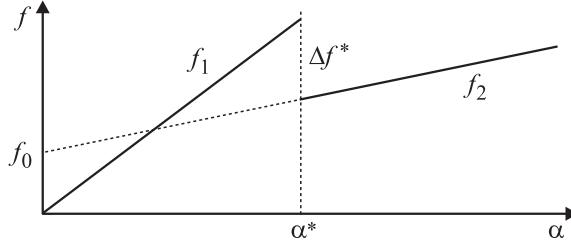


Рис. 1.

На рис. 1 приведен простейший пример кусочно-линейной зависимости функции  $f$  от переменной  $\alpha$  с разрывом в точке  $\alpha = \alpha^*$ . Угол наклона прямых  $f_1$  и  $f_2$  по обе стороны от разрыва и величина скачка  $\Delta f^*$  определяются формой модели и условиями ее обтекания.

Если разделить траекторию на участки, на каждом из которых аэродинамические характеристики изменяются непрерывно, и сгруппировать их по признаку одинаковости характера обтекания модели, то каждую из групп можно рассматривать как набор независимых опытов с однотипной моделью. Это позволяет применить подход [1] к каждой из названных групп.

Для надлежащего деления траектории на упомянутые отрезки необходимо либо определять характер обтекания в момент регистрации положения модели, либо знать величину углов атаки и скольжения (назовем их критическими), при которых происходит изменение обтекания.

Регистрация координат объекта на большинстве баллистических установок ведется, как правило, путем фотографирования на постах, расположенных вдоль траектории полета. Изображение объекта может быть получено его проектированием на фотоматериал расходящимся или параллельным пучком света. При этом на снимке фиксируется теневая картина вблизи объекта, позволяющая судить о характере его обтекания. Однако если объект имеет сложную форму или совершает вращательное движение вокруг продольной оси, идентифицировать характер течения по теневым картинам, полученным в двух проекциях, не всегда удается.

С учетом сказанного авторами предлагается подход, основанный на разработанном ранее алгоритме идентификации аэродинамических характеристик пространственного движения свободно летящего объекта [4] и предполагающий, что критические значения углов атаки и скольжения известны априори. Последние могут быть получены, например, в ходе экспериментов в аэродинамической трубе при близких значениях критериев подобия.

Предлагаемый процесс определения аэродинамических характеристик состоит из подготовительного этапа и собственно процедуры идентификации. Цель подготовительного этапа заключается в разделении траектории на участки с одинаковым характером обтекания. Данные траекторных измерений определяют положе-

ние объекта в лабораторной системе координат: три координаты центра масс и три угловые координаты, характеризующие положение оси модели в проекциях на вертикальную и горизонтальную плоскости. Поскольку силы и моменты, действующие на объект, определяются положением скорости относительно осей, связанных с моделью, то провести разделение траектории исходя из анализа данных измерений в земной системе координат невозможно. Поэтому сначала проводится предварительная идентификация усредненных аэродинамических характеристик для всей траектории, в результате чего рассчитывается изменение углов атаки и скольжения вдоль баллистической трассы, которые определяют действующие на модель силы и моменты. Моменты времени, когда достигаются критические значения этих углов на участках их увеличения (прямой ход) и на участках уменьшения (обратный ход), соответствуют возможному изменению режима обтекания и разрыву аэродинамических функций. Смена режима обтекания происходит в каждый момент достижения критического значения, если критические значения для прямого и обратного хода совпадают, в противном случае необходим учет предыстории. Соотнеся эти моменты времени с данными измерений моментов регистрации координат, можно провести деление траектории на участки. Далее фрагменты траектории объединяются в группы по признаку однотипности обтекания.

Процедура идентификации описана в [4], но в данном случае она отличается тем, что алгоритм предполагает включение постоянных составляющих сил и моментов (значение  $f_0$  на рис. 1). Это необходимо для определения величины скачка аэродинамических функций (значение  $\Delta f^*$  на рис. 1), что позволяет восстановить вид искомых функций во всем диапазоне изменения независимых переменных.

## Оценка погрешности метода

Поскольку суть подхода заключается в обработке фрагментов траектории, длина которых не превосходит полуволны колебаний, естественно задаться вопросом о точности получаемых результатов. Для ответа на этот вопрос сравним результаты идентификации аэродинамических характеристик для полной траектории с результатами, полученными с использованием предлагаемой методики. В качестве объекта исследования возьмем математически смоделированную траекторию, соответствующую движению осесимметричного тела с постоянными коэффициентами аэродинамических характеристик: силы сопротивления  $C_x = \text{const}$ , подъемной и боковой силы  $C_y = C^\alpha \alpha$ ,  $C_z = C^\beta \beta$  моментов тангла-жа и рыскания  $M_z = C_m^\alpha \alpha + C_m^{\omega_z} \omega_z$ ,  $M_y = C_m^\beta \beta + C_m^{\omega_y} \omega_y$ . Здесь  $\alpha$  и  $\beta$  — углы атаки и скольжения соответственно,  $\omega_k$  — безразмерные угловые скорости относительно рассматриваемых осей, связанных с объектом. Вторые

слагаемые в выражениях для моментов являются демпфирующими составляющими.

Параметры траектории, модели и условия движения зададим из диапазона средних значений, характерных для баллистического эксперимента [5]: трасса длиной 120 м с равномерным распределением постов регистрации координат, количество которых достигает 42. В качестве начальных условий движения зададим углы атаки и скольжения, равные 15°, параметры движения и характеристики модели обеспечивали три периода колебаний модели на длине трассы.

Поскольку измерения в баллистическом эксперименте проводятся с точностью до десятых долей миллиметра для линейных координат и до десятых долей градуса для угловых, то координаты модельной траектории разумно округлить на указанном уровне. Это, естественно, приводит к погрешностям вычисления коэффициентов аэродинамических функций. Процедура идентификации позволяет вычислить значения коэффициентов искомых функций, а также оценить их статистическую значимость, на основании которой принимается решение о виде подбираемой функции.

Поскольку предлагаемый метод подразумевает работу с частью траектории, то прежде выясним, как число постов регистрации отражается на точности результатов. Для этого при прочих постоянных параметрах задачи изменим количество постов регистрации (число точек измерений координат модели) и проведем идентификацию для этих вариантов. Напомним, что применяемый метод идентификации [4] позволяет вычислить значения коэффициентов полиномиального представления искомых функций, а также оценить их статистическую значимость.

При тестировании алгоритма с помощью модельных задач отпадает необходимость оценки адекватности математической модели с помощью критерия  $\chi^2$  [6], поскольку математическая модель известна. Если при решении обратной задачи все найденные аэродинамические коэффициенты математической модели оказываются значимыми, это означает, что найти адекватную модель удалось.

Данные оценки статистической значимости искомых коэффициентов, полученные при обработке округленных данных для полной траектории с разным количеством постов регистрации, приведены в табл. 1.

Из табл. 1 видно, что коэффициенты сил и статические составляющие моментов определяются с погрешностью не более 0.1%, а погрешность определения коэффициентов демпфирующей компоненты моментов  $C_m^{\omega_k}$  несколько больше и составляет примерно 1%. Такая разница объясняется тем, что силы и статическая компонента момента пропорциональны соответствующему углу, а демпфирующая — его производной.

Анализ данных табл. 1 показывает, что количество постов регистрации практически не влияет на величину погрешности коэффициентов сил и статической составляющей момента. Наблюдается небольшое увеличение

Таблица 1.

Число постов	Погрешность вычисления, %						
	$C_x$	$C_y$	$C_z$	$C_m^\alpha$	$C_m^{\omega_z}$	$C_m^\beta$	$C_m^{\omega_y}$
14	0	0.03	0.03	0.06	1.12	0.04	1.02
28	0	0.03	0.03	0.05	0.99	0.04	0.89
42	0	0.03	0.03	0.04	0.82	0.04	0.81

Таблица 2.

Группа опытов	Погрешность вычисления, %						
	$C_x$	$C_y$	$C_z$	$C_m^\alpha$	$C_m^{\omega_z}$	$C_m^\beta$	$C_m^{\omega_y}$
A	0.3	0.3	0.3	0.8	163	0.6	253
B	0.1	0.1	0.1	0.2	8.8	0.2	8.2

погрешности коэффициентов демпфирующего момента при уменьшении числа постов регистрации.

На рис. 2 сплошной кривой показано изменение угла атаки во времени, значками обозначены посты регистрации. Разбиение исходной траектории на части осуществим на уровне  $\alpha = 5^\circ$  (пунктир на рис. 2), предполагая равенство критических значений при прямом и обратном изменении угла атаки. Объединим в группу A участки траекторий с углом атаки  $\alpha > 5^\circ$ , а остальные — в группу B. При этом число точек измерения (постов регистрации) в группе A составит 14, в группе B — 28. Результаты идентификации обеих групп показаны в табл. 2.

Погрешности вычисления аэродинамических коэффициентов в группе B, несколько увеличились по сравнению с результатами обработки полной траектории (см. табл. 1), тем не менее все коэффициенты значимы.

В группе A также наблюдается увеличение погрешности вычислений (см. табл. 1), причем коэффициенты  $C_m^{\omega_k}$  демпфирующей составляющей моментов оказались незначимыми — погрешность их вычисления превосходит 100%. Для этой группы опытов демпфирующая

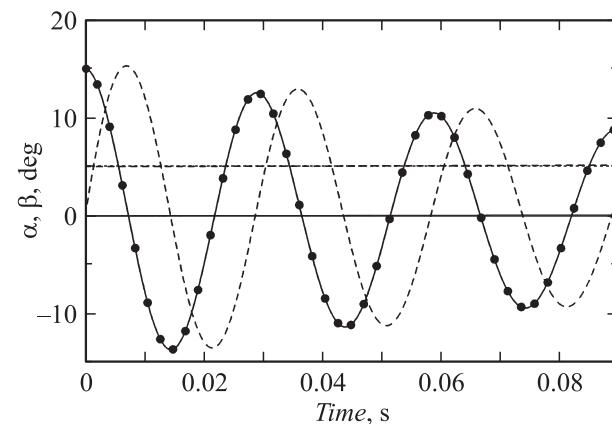


Рис. 2.

**Таблица 3.**

Группа опытов	Погрешность вычисления, %						
	$C_x$	$C_y$	$C_z$	$C_m^\alpha$	$C_m^{\omega_z}$	$C_m^\beta$	$C_m^{\omega_y}$
A	0.3	0.3	1.6	0.6	568	2.8	11
B	0.1	0.1	0.2	0.2	7.5	0.4	2.9

составляющая моментов должна быть исключена из математической модели движения, и значит, адекватную модель найти не удается. Остается довольствоваться определением коэффициентов статических составляющих аэродинамической силы и момента, которые, как видно из табл. 2, находятся с приемлемыми погрешностями.

Невозможность идентифицировать демпфирующие компоненты моментов в группе A объясняется тем, что на этих участках траектории для углов атаки, близких к максимальным, угловая скорость  $\omega_z$ -мала и меняет знак на противоположный, следовательно, вклад демпфирующей составляющей на этих участках траектории также мал. Сказанное в равной степени относится и к углу скольжения  $\beta$ , поскольку при использованных начальных условиях фазы колебаний углов атаки и скольжения совпадают.

Ситуацию можно изменить, если указанная разность фаз колебаний между углом атаки и скольжения будет, например,  $\pi/2$  (изменение угла скольжения  $\beta$  для этого случая показано на рис. 2 пунктирной кривой). Это достигается заданием начального угла атаки по одной плоскости, например по тангажу, и начальной угловой скорости в перпендикулярной плоскости при нулевом начальном угле скольжения.

В этом случае, если разделение траектории произвести также по углу атаки  $\alpha = 5^\circ$ , в группе A окажутся участки траектории, для которых диапазон изменения угла скольжения  $\beta$  включает нулевое значение (см. рис. 2). Вблизи нулевого значения угла скольжения достигается максимум угловой скорости и, следовательно, демпфирующая составляющая момента рыскания окажет свое влияние на траекторию. Погрешность результатов идентификации двух групп траекторий показана в табл. 3.

Результаты обработки группы B мало отличаются от предыдущих для этой группы. Изменения наблюдаются в группе A — коэффициент  $C_m^{\omega_y}$  стал значимым, что позволяет определить демпфирование для этой группы опытов.

Проведенный анализ показывает, что предлагаемый метод идентификации аэродинамических функций движения модели с изменяющимся характером обтекания позволяет определять статические составляющие сил и моментов с приемлемой для практики точностью. Погрешность определения демпфирующих составляющих сил и моментов существенно больше. Для идентификации этих составляющих требуется, по мнению авторов,

предварительное планирование эксперимента [6] (математическое моделирование с использованием приближений предполагаемых значений аэродинамических коэффициентов) с целью выбора оптимальных начальных условий при реальной точности определения координат объекта.

## Список литературы

- [1] Чэлмен Г.Т., Кирк Д.Б. // Ракетная техника и космонавтика. 1970. Т. 8. № 4. С. 182–188 (Chapman G.T., Kirk D.B. // AIAA J. 1970. N 4. P. 753–758).
- [2] Менде Н.П. Препринт ФТИ им. А.Ф. Иоффе. 1989. № 1326. 44 с.
- [3] Подласкин А.Б. // ЖТФ. 1989. Т. 68. Вып. 6. С. 32–36.
- [4] Бобашев С.В., Менде Н.П., Попов П.А. и др. // ЖТФ. 2009. Т. 79. Вып. 4. С. 59–74.
- [5] Бухтояров В.Н., Нейман Л.М., Осеева С.И. и др. // Современные методы проектирования и отработки ракетно-артиллерийского вооружения. Сб. докл. науч. конф. Волжского регионального центра РАН. Саров Нижегородской области: ВНИИЭФ, 2000. С. 189–194.
- [6] Бобашев С.В., Менде Н.П., Подласкин А.Б., Сахаров В.А. и др. // ЖТФ. 2005. Т. 75. Вып. 10. С. 18–28.