

01;05

Динамика цилиндрических проводящих оболочек в продольном импульсном магнитном поле

© Г.Ш. Болтачев, Н.Б. Волков, С.Н. Паранин, А.В. Спирин

Институт электрофизики УрО РАН,
620016 Екатеринбург, Россия
e-mail: grey@iep.uran.ru

(Поступило в Редакцию 26 марта 2009 г. В окончательной редакции 3 ноября 2009 г.)

Построена теоретическая модель, описывающая движение проводящей цилиндрической оболочки в продольном импульсном магнитном поле, генерируемом внешним соленоидом. В модели учитывается динамика электрического контура (частью которого является соленоид), инерционные и прочностные свойства оболочки, диффузия магнитного поля и нагрев материалов соленоида и оболочки. Для численного решения системы определяющих дифференциальных уравнений построены разностные схемы и изучены критерии их устойчивости. В рамках построенной модели изучен процесс магнитно-импульсного сжатия полых оболочек, компрессия магнитного поля в их внутренней полости и проанализировано влияние на динамику процесса управляющих параметров, таких как стартовое зарядное напряжение накопителя энергии, размеры сжимаемой оболочки и т.д. В сравнении со строгими расчетами проанализированы различные приближения по учету нагрева оболочки: адиабатическое приближение и приближение однородного нагрева. Изучена возможность расширения проводящих оболочек за счет диффузии магнитного поля во внутреннюю полость.

Введение

В настоящее время радиальное индукционное сжатие проводящих цилиндрических оболочек в продольном импульсном магнитном поле, известное как θ -пинч [1], широко используется в процессах обработки материалов. В частности, магнитно-импульсный метод оказался высокоэффективным способом формования нанопорошков [2–5]. Интересной для практического применения представляется возможность расширения проводящих оболочек в магнитном поле расположенного снаружи соленоида [6–8].

Исследованию движения проводящих цилиндрических оболочек в импульсных магнитных полях посвящено большое количество как экспериментальных, так и теоретических работ, поскольку данное явление находит самое широкое применение: удержание плазмы в термоядерном реакторе [9,10], получение сверхсильных магнитных полей [11–13], магнитно-импульсная обработка металлов [14], порошковая металлургия [15,16], создание ускорителей заряженных частиц, решение ряда задач астрофизики и многое другое [9]. Как правило, исследователей интересуют общие качественные закономерности процесса, и рассмотрение проводится в рамках серьезных упрощающих приближений [11,15]: толщина оболочки пренебрежимо мала в сравнении с ее диаметром, пренебрежение прочностными свойствами и нагревом материала, пренебрежение диффузией магнитного поля и т.п. Необходимость учета прочностных свойств радиально деформируемых оболочек и их нагрева, обусловленного не только наличием индукционных токов, но и интенсивной пластической деформацией, продемонстрирована в работах [17,18]. К сожалению,

и эти работы не лишены довольно грубых приближений:

- 1) предполагается, что движение оболочки происходит в условиях резко выраженного скин-эффекта;
- 2) динамика внешнего электрического контура не рассматривается — силовое воздействие на оболочку оценивается по экспериментальным осциллограммам магнитного поля;
- 3) прочностные свойства оболочки описываются усредненно, в то время как при сжатии упрочнение материала цилиндрической полый оболочки на ее внутренней и внешней сторонах может отличаться более чем на порядок.

Строгое описание движения проводящей оболочки в условиях θ -пинча предполагает решение нелинейных дифференциальных уравнений, которые не могут быть аналитически проинтегрированы даже в приближении ярко выраженного скин-эффекта, и требуют применения численных методов. Еще более задача усложняется при использовании оболочек, толщина которых сопоставима с толщиной скин-слоя магнитного поля. В этом случае система уравнений, подлежащая интегрированию, помимо уравнений движения оболочки и динамики электрического контура, частью которого является генерирующий магнитное поле соленоид, должна включать нелинейные дифференциальные уравнения в частных производных, описывающие диффузию магнитного поля и возможный нагрев оболочки и соленоида.

В настоящей работе сформулированы все определяющие уравнения, необходимые для описания движения проводящих оболочек в импульсных магнитных полях, при которых еще допустимо приближение несжимаемости материала оболочки. Для численного решения полученной системы нелинейных дифференциальных урав-

нений использованы разностные схемы второго порядка и установлены критерии их устойчивости. В рамках построенной модели изучены основные закономерности процесса магнитно-импульсного сжатия полых оболочек и проанализировано влияние на динамику процесса различных управляющих параметров задачи, таких как стартовое напряжение емкостного накопителя энергии, радиальные размеры сжимаемой оболочки и т.д. В сравнении со строгими расчетами проанализированы различные приближения по учету нагрева оболочки: адиабатическое приближение и приближение однородного нагрева. Проведены расчеты по расширению проводящих оболочек за счет диффузии магнитного поля во внутреннюю полость. Возможность такого процесса в условиях θ -пинча была проанализирована ранее [7] при использовании сильных упрощений задачи: отсутствие нагрева, неподвижность оболочки.

1. Теоретическая модель

Для теоретического описания динамики проводящей цилиндрической оболочки примем следующие приближения:

- 1) в процессе пластического течения материал оболочки можно считать несжимаемым;
- 2) движение оболочки — одномерное (радиальное).

Первое приближение вполне оправдано в магнитных полях, меньших некоторого порогового значения $B_{\text{th}} \simeq c_l \sqrt{\mu_0 m_c}$ [12,13]. Для меди, например, продольная скорость звука $c_l = 4700$ м/с и плотность $m_c = 8960$ кг/м³ [19], что дает $B_{\text{th}} \simeq 500$ Т. Обоснованность второго приближения подтверждает рис. 1, на котором продемонстрирован типичный вид проводящей оболочки после магнитно-импульсного сжатия.

Процесс движения оболочки начинается в момент преодоления ее упругих напряжений. В качестве материала для проводящих оболочек обычно используются

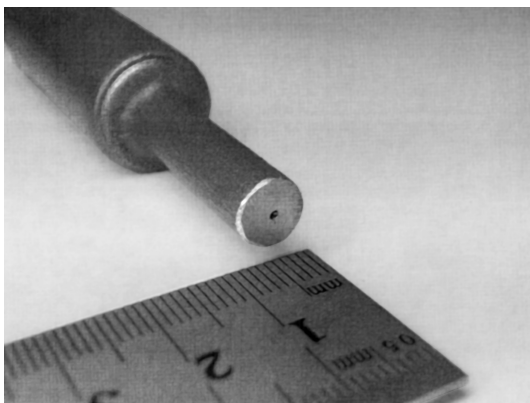


Рис. 1. Типичный вид проводящей оболочки после магнитно-импульсной обработки. Изображена оболочка из меди; зарядное напряжение емкостного накопителя $U_0 = 13$ кВ, начальные размеры оболочки: внешний радиус $R_{c,0} = 9$ мм, толщина на 0.95 мм.

поликристаллические металлы (медь, алюминий и т.п.), закон упрочнения которых (зависимость предела текучести τ_e от накопленной деформации Γ) принимается в виде [20,21]

$$\tau_e = \tau_{e,0} e^{-k_e \Gamma} + \tau_{e,\infty} (1 - e^{-k_e \Gamma}), \quad (1)$$

где $\tau_{e,0}$ — начальный предел текучести, $\tau_{e,\infty}$ — напряжение течения на стадии динамического отдыха, k_e — коэффициент, характеризующий скорость упрочнения. При известном пределе текучести нетрудно подсчитать максимальную разность значения давления Δp_e , которая может быть скомпенсирована упругими напряжениями в цилиндрической оболочке. В соответствии с результатами решения задачи Ламэ [22] интенсивность девиатора напряжений σ_r в тонкой оболочке (с радиусом R и толщиной δR), нагруженной разностью давлений δp , определяется выражением

$$\sigma_r = \frac{|\delta p|}{\delta R} \frac{R}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{1}{3} \left(\frac{G}{\lambda + G} \right)^2}, \quad (2)$$

где λ и G — коэффициенты Ламэ. Для поликристаллических металлов, как правило, можно пренебречь вторым членом под знаком квадратного корня по сравнению с единицей. Так, согласно справочным данным [19], для меди $G^2 / (3(\lambda + G)^2) \simeq 0.02$. С учетом этого, приравняв (2) пределу текучести (1) и проинтегрировав по толщине, получим

$$\Delta p_e = \sqrt{2} \int_{R_d}^{R_c} \frac{\tau_e(r)}{r} dr, \quad (3)$$

где R_d и R_c — внутренний и внешний радиусы оболочки соответственно. В частности, в начале процесса, когда $\tau_e = \text{const}$, $R_d = R_{d,0}$, $R_c = R_{c,0}$, имеем

$$\Delta p_{e,0} = \tau_{e,0} \sqrt{2} \ln \left(\frac{R_{c,0}}{R_{d,0}} \right). \quad (4)$$

Использование приближения несжимаемости для пластического течения оболочки под действием напряжений, превышающих предел ее текучести, позволяет провести интегрирование уравнения непрерывности, что дает поле скоростей $v(r, t)$, закон преобразования лагранжевых координат $r(r_0)$ и, в частности, меру накопленных деформаций формоизменения Γ :

$$v(r, t) = v_d(t) \frac{R_d(t)}{r}, \quad r = \sqrt{r_0^2 + (R_d^2 - R_{d,0}^2)},$$

$$\Gamma(r) = \sqrt{2} \int_0^t \frac{|v_d| R_d}{r(t)^2} dt, \quad (5)$$

где $v_d = dR_d/dt$. При известном поле скоростей (5) нетрудно проинтегрировать уравнение движения несжимаемой оболочки по пространственной переменной [18].

В результате получим

$$\left(R_d \frac{dv_d}{dt} + v_d^2 \right) \ln \left(\frac{R_c}{R_d} \right) = \frac{v_d^2}{2} \left(1 - \frac{R_d^2}{R_c^2} \right) + \frac{\Delta p}{m_c}, \quad (6)$$

где m_c — плотность оболочки, Δp — „движущая“ разность давлений. Начальные условия к (6):

$$R_d(0) = R_{d,0}, \quad v_d(0) = 0. \quad (7)$$

В случае магнитно-импульсного воздействия

$$\Delta p = \frac{B_d^2 - B_c^2}{2\mu_0} - \text{sign}(v_d)\Delta p_e, \quad (8)$$

где B_d и B_c — индукция магнитного поля изнутри и снаружи оболочки соответственно, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Н/м — магнитная постоянная. Значения индукции магнитного поля B_d и B_c определяются токами, протекающими по соленоиду I и оболочке I_c . В пренебрежении краевыми эффектами

$$B_c(t) = \frac{\mu}{h_{sp}} I(t), \quad I(t) = h_{st} \int_{R_b}^{R_a} j(r, t) dr, \quad (9)$$

$$B_d(t) = B + \frac{\mu}{l_c} I_c(t), \quad I_c(t) = l_c \int_{R_d}^{R_c} j(r, t) dr, \quad (10)$$

где h_{sp} , h_{st} , R_b и R_a — шаг спирали, толщина витков, внутренний и внешний радиусы соленоида соответственно; j — плотность тока; $l_c = N_s h_{sp}$ — длина деформируемой оболочки; μ — магнитная проницаемость материала. Поскольку нас будут интересовать достаточно сильные магнитные поля, значительно превышающие поля насыщения, всегда будем полагать $\mu = \mu_0$. Обозначения величин и геометрия задачи продемонстрированы на рис. 2, где схематично изображен поперечный разрез соленоида и оболочки.

Импульс тока в соленоиде создается при разряде конденсаторной батареи емкостью C . Динамика электрического контура описывается уравнениями

$$I r_e = \frac{q}{C} - l_e \frac{dI}{dt} - N_s \Delta \phi, \quad I = -\frac{dq}{dt}, \quad (11)$$

где r_e , l_e — активное сопротивление и индуктивность контура без соленоида, q — заряд накопителя (конденсаторной батареи), t — время, $N_s \Delta \phi$ — разность потенциалов на соленоиде (N_s — число витков, $\Delta \phi$ — падение потенциала на отдельном витке). Все витки считаются равноправными. Краевые эффекты будут учтены за счет параметров r_e и l_e . Падение потенциала $\Delta \phi$ определяется резистивным сопротивлением материала и ЭДС самоиндукции, обусловленной изменением магнитного потока внутри соленоида. Применяв законы Ома и Фарадея к соленоиду и оболочке, нетрудно получить

$$\Delta \phi = 2\pi(R_b \rho_s j_b - R_c \rho_c j_c) + \pi(R_b^2 - R_c^2) \frac{dB_c}{dt} - 2\pi R_d B_c \frac{dR_d}{dt}. \quad (12)$$

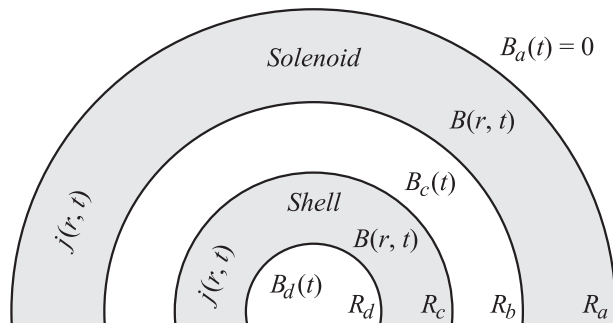


Рис. 2. Схематичное изображение поперечного разреза соленоида с находящейся внутри него проводящей оболочкой.

Здесь ρ_s и ρ_c — удельные сопротивления материалов соленоида и оболочки соответственно; $j_b = j(R_b)$, $j_c = j(R_c)$. Объединив уравнения (9)–(12), получим обыкновенное дифференциальное уравнение, определяющее динамику электрического контура

$$\frac{q}{C} + r_e \frac{dq}{dt} + (l_e + L_s) \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{dq}{dt} \frac{dL_s}{dt} + 2\pi N_s (R_c \rho_c j_c - R_b \rho_s j_b) = 0, \quad (13)$$

где $L_s = N_s \pi (R_b^2 - R_c^2) \mu / h_{sp}$ — индуктивность соленоида с оболочкой в отсутствие магнитной диффузии (т.е. в случае ярко выраженного скин-эффекта [6]). Начальные условия к записанному уравнению:

$$q(0) = q_0 = C U_0, \quad \left(\frac{dq}{dt} \right)_{t=0} = -I_0 = 0, \quad (14)$$

где U_0 — стартовое (зарядное) напряжение конденсаторной батареи.

Значения плотности токов j_c и j_b , фигурирующие в уравнении (13), связаны с распределениями магнитного поля $B(r, t)$ в соленоиде и оболочке:

$$j_b = -\frac{h_{sp}}{h_{st}} \left(\frac{\partial(B/\mu)}{\partial r} \right) \Big|_{r=R_b}, \quad j_c = -\left(\frac{\partial(B/\mu)}{\partial r} \right) \Big|_{r=R_c}, \quad (15)$$

которые, в свою очередь, определяются классическим уравнением магнитной диффузии [6]

$$\frac{1}{\kappa} \frac{dB}{dt} = \gamma \frac{\partial^2 B}{\partial r^2} + \left(\frac{\gamma}{r} + \frac{\partial \gamma}{\partial r} \right) \frac{\partial B}{\partial r}, \quad (16)$$

где κ — коэффициент диффузии. Для соленоида: $\kappa_s = (\rho_{s,0} h_{sp}) / (\mu h_{st})$, $\gamma_s = \rho_s / \rho_{s,0}$; для оболочки: $\kappa_c = \rho_{c,0} / \mu$, $\gamma_c = \rho_c / \rho_{c,0}$; $\rho_{s,0}$ и $\rho_{c,0}$ — начальные значения соответственно ρ_s и ρ_c . Начальные условия к уравнениям (16) сводятся к отсутствию магнитного поля в системе в начальный момент времени. Граничными условиями к уравнениям (16) являются: при $r = R_a$ — отсутствие магнитного поля вне соленоида $B_a(t) \equiv 0$, при $r = R_b$ и $r = R_c$ — соотношения $B(R_b, t) = B(R_c, t) = B_c(t)$, а при $r = R_d$ — закон индукции в виде

$$\kappa \gamma(r) \frac{\partial B}{\partial r} \Big|_{r=R_d} = \frac{R_d}{2} \frac{dB_d}{dt} + B_d \frac{dR_d}{dt}. \quad (17)$$

Отметим, что нелинейность дифференциального уравнения (16) связана как с движением границы $R_d(t)$ (для оболочки), так и с изменениями относительных удельных сопротивлений γ_s и γ_c в связи с нагревом соленоида и оболочки.

В достаточно широком интервале (от комнатных температур вплоть до температур плавления) температурные зависимости удельных сопротивлений поликристаллических металлов удовлетворительно аппроксимируются линейными функциями

$$\gamma = 1 + \alpha \Delta T, \quad (18)$$

где α — температурный коэффициент сопротивления. Для расчета распределения температуры по соленоиду $T(r, t)$ используется адиабатическое приближение. Тогда в соответствии с законом Джоуля–Ленца скорость нагрева рассматриваемой точки материала

$$\frac{dT}{dt} = \frac{j^2 \rho}{c_V}, \quad (19)$$

где c_V — теплоемкость единицы объема. Для оболочки в дополнение к джоулевому нагреву необходимо учесть диссипацию энергии в ходе пластической деформации и процесс теплообмена, обусловленный высокими градиентами температуры. Для работы внутренних поверхностных сил имеем

$$\delta A^{(i)} = (\sigma_r - \sigma_\theta) \frac{v}{r} dt = \tau_e \sqrt{2} \frac{|v| dt}{r}, \quad (20)$$

где использованы результаты решения задачи Ламэ для упругих напряжений в цилиндрической оболочке [22]; σ_r и σ_θ — радиальная и азимутальная компоненты тензора упругих напряжений. Таким образом, для нагрева оболочки с учетом процессов теплообмена получим

$$\frac{dT}{dt} = \frac{j^2 \rho}{c_V} + \sqrt{2} \frac{\tau_e}{c_V} \frac{|v|}{r} + \kappa_T \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right], \quad (21)$$

где коэффициент температуропроводности κ_T полагаем не зависящим от температуры. В качестве начального условия к уравнениям (19) и (21) возьмем $T(r, 0) = T_0 = \text{const}$. В дополнение к этому уравнение (21) требует задания граничных условий, в качестве которых используется отсутствие теплообмена на границах оболочки:

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=R_d} = \left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=R_c} = 0. \quad (22)$$

Используя соотношение (21), нетрудно записать различные приближения, которые позволяют существенно упростить решение общей задачи. Так, полагая в (21) коэффициент κ_T равным нулю, получим адиабатическое приближение для нагрева оболочки. В противоположном пределе, когда $\kappa_T \rightarrow \infty$, интегрируя по всей толщине,

приходим к приближению однородного нагрева

$$\frac{dT}{dt} = \frac{2\pi}{S_c c_V} \left[R_d |v_d| \Delta p_e + \rho \int_{R_{d,0}}^{R_{c,0}} j^2 r_0 dr_0 \right], \quad (23)$$

где $S_c = \pi(R_{c,0}^2 - R_{d,0}^2)$. Отметим, что интегрирование можно вести как в пространстве начальных координат, так и в пространстве текущих координат, поскольку ввиду приближения несжимаемости $r dr = r_0 dr_0$.

2. Методика расчета

Система определяющих дифференциальных уравнений (6), (13), (16), (19), (21) решалась численно. Уравнения (6) и (13) имеют вид $\dot{y} = f(t, y, \dot{y})$, они численно интегрировались методом коррекции в рамках двуслойной разностной схемы, устойчивость которой требует выполнения условия

$$\frac{\tau^2}{6} \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| + \frac{\tau}{2} \left| \frac{\partial f}{\partial \dot{y}} \right| < 1, \quad (24)$$

где τ — шаг по времени. Тестовые расчеты показали, что из уравнений (6), (13) наиболее подвержено нарушению сходимости разностной схемы уравнение (6). Происходит это в области наибольшего сжатия проводящей оболочки ($R_d \rightarrow 0$), когда экстремальных значений достигают скорость v_d и разность давлений Δp . Оставляя ведущие члены при $R_d \rightarrow 0$ в (6), (24) и упрощая полученное выражение за счет усиления неравенства, приходим к

$$\tau < \frac{D_d \ln(R_c/R_d)}{3 \sqrt{v_d^2 + 2|\Delta p|/m_c}}. \quad (25)$$

В дополнение к полученному условию при численном решении обыкновенных дифференциальных уравнений (6), (13) и (19) накладывалось естественное требование, чтобы на каждом шаге по времени ожидаемые относительные приращения искомым параметрам (R_d, q, γ) были малы.

Для численного решения уравнений в частных производных (16) и (21) использовалась разностная схема Кранка–Николсона [23]. Построение разностных схем для движущейся оболочки проводилось в пространстве начальных координат $\{r_0\}$. Например, уравнение (16) и граничное условие (17) при этом принимают вид:

$$\frac{1}{\kappa} \frac{dB}{dt} = \gamma \frac{\partial^2 B}{\partial r_0^2} (1+A) + \frac{\partial B}{\partial r_0} \left[\frac{\gamma}{r_0} (1-A) + \frac{\partial \gamma}{\partial r_0} (1+A) \right],$$

$$A(r_0, t) = \frac{R_d^2(t) - R_{d,0}^2}{r_0^2}, \quad (26)$$

$$\kappa \gamma \frac{\partial B}{\partial r_0} \sqrt{1+A} = \frac{R_d}{2} \frac{dB_d}{dt} + B_d \frac{dR_d}{dt}, \quad (r_0 = R_{d,0}). \quad (27)$$

Анализ устойчивости разностной схемы Кранка–Николсона для уравнения (26) проведен в приближении заданных функций $A(r_0, t)$ и $\gamma(r_0, t)$. Тогда уравнение (26) является линейным по искомой функции $B(r_0, t)$, что позволяет воспользоваться методом Неймана, который дает критерий устойчивости в виде

$$\tau \leq \frac{h}{\sqrt{\kappa(-K_m)}}, \quad K_m = \min_i \{K_1; K_2\}, \quad (28)$$

$$K_1 = \frac{d[\gamma(1+A)]}{dt},$$

$$K_2 = \frac{h^2}{4} \left(\frac{1}{r_0} \frac{1-A}{1+A} + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial r_0} \right) \frac{d}{dt} \left[\frac{\gamma}{r_0} (1-A) + \frac{\partial \gamma}{\partial r_0} (1+A) \right],$$

h — шаг интегрирования по пространственной переменной (при $K_m \geq 0$ ограничение на шаг τ отсутствует). Для неподвижной среды ($A \equiv 0$) критерий устойчивости (28) сводится к соотношению

$$\tau \leq \sqrt{\frac{4}{\kappa(-D)}}, \quad D = \min \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial r_0} \right) \frac{d}{dt} \left(\frac{\gamma}{r_0} + \frac{\partial \gamma}{\partial r_0} \right).$$

В пренебрежении нагревом могут быть записаны следующие простые критерии — в случае монотонного расширения, т. е. когда $dA/dt > 0$ и $A > 0$:

$$\tau \leq \sqrt{\frac{2R_{d,0}^3}{\kappa v_d}} \quad (\gamma \equiv 1; \quad v_d > 0, \quad R_d \geq R_{d,0}),$$

при расширении предварительно сжатой оболочки, т. е. когда $dA/dt > 0$ и $A < 0$,

$$\tau \leq R_{d,0} \sqrt{\frac{R_d}{\kappa v_d}} \quad (\gamma \equiv 1; \quad v_d > 0, \quad R_d \leq R_{d,0}),$$

и в процессе сжатия ($dA/dt < 0$), независимо от знака A ,

$$\tau \leq \frac{hR_{d,0}}{\sqrt{2|v_d|\kappa R_d}} \quad (\gamma \equiv 1; \quad v_d < 0).$$

Таким образом, численное решение исходной системы дифференциальных уравнений проводилось с переменным шагом по времени τ . На каждом шаге анализировались перечисленные критерии устойчивости, в соответствии с которыми при необходимости производилось уменьшение заданного изначально шага.

3. Результаты расчетов и обсуждение

Для апробации сформулированной теоретической модели и определения свободных параметров r_e и l_e (данные параметры включают в себя контактные и краевые эффекты, не учитываемые в модели, и поэтому не могут быть определены независимо) были выполнены тестовые экспериментальные измерения по разряду конденсаторной батареи емкостью $C = 430 \mu\text{F}$ на соленоид из стали 30ХГСА: $c_{v,s} = 4.16 \text{ J}/(\text{cm}^3 \cdot \text{K})$, $\alpha_s = 0.0019 \text{ K}^{-1}$.

Удельное сопротивление витков $\rho_{s,0}$ было рассчитано по сопротивлению соленоида на постоянном токе, которое составило $7.8 \text{ m}\Omega$, что дает $\rho_{s,0} = 0.36 \mu\Omega \cdot \text{m}$. Геометрические размеры соленоида: $R_a = 40 \text{ mm}$, $R_b = 12.9 \text{ mm}$, $N_s = 21$, $h_{st} = 5.4 \text{ mm}$, $h_{sp} = 6.7 \text{ mm}$. Эксперименты выполнены с зарядными напряжениями $U_0 = 5, 10$ и 13 kV . Полученные результаты в пределах экспериментальной ошибки удовлетворяют линейному соответствию между током и напряжением $I \sim U_0$, т. е. нелинейные эффекты, связанные с джоулевым нагревом, при $U_0 \leq 13 \text{ kV}$ незначительны для временных разверток тока. В связи с этим на рис. 3 и 4 построены значения тока, нормированные на величину зарядного напряжения.

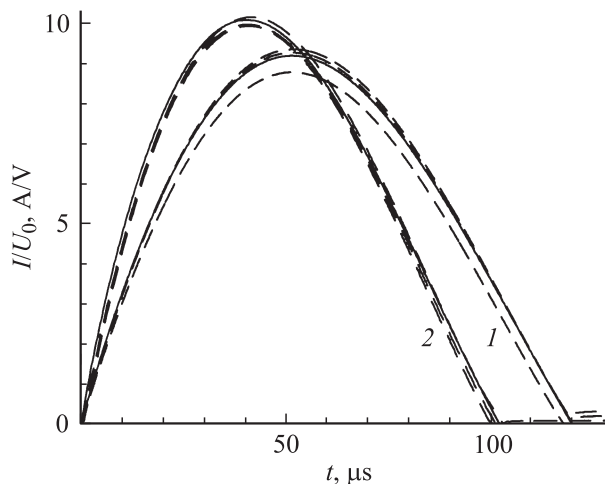


Рис. 3. Сопоставление расчета с экспериментом по временным разверткам тока: 1 — пустой соленоид, 2 — соленоид с медной оболочкой. Сплошные кривые — теоретический расчет ($r_e = 4.0 \text{ m}\Omega$, $l_e = 0.45 \mu\text{H}$); штриховые — экспериментальные данные при различных зарядных напряжениях.

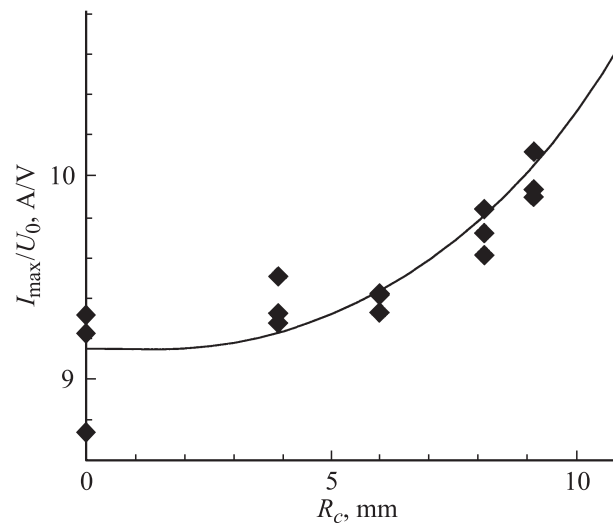


Рис. 4. Максимальное значение тока, протекающего через соленоид, в зависимости от радиуса R_c медной оболочки толщиной 1.0 mm . Кривая — теоретический расчет, точки — экспериментальные данные.

Импульс тока имеет вид одной полуволны, поскольку в качестве ключей в электрическом контуре используются вакуумные разрядники, обладающие диодными свойствами. Параметры r_e и l_e определены по временным разверткам тока при разряде на пустой соленоид. Наилучшее согласие теории и эксперимента достигается при $l_e = 0.45 \mu\text{H}$ и $r_e = 4.0 \text{ m}\Omega$ (см. рис. 3). При установленных значениях l_e и r_e теоретическая модель полностью определена и может использоваться для расчета диффузии магнитного поля в проводящие оболочки. Корректность модели подтверждает сопоставление с экспериментом по току при наличии проводящих оболочек. На рис. 3 представлены временные развертки тока для оболочки из меди ($\rho_{c,0} = 17 \mu\Omega \cdot \text{mm}$ [24], $m_c = 8960 \text{ kg/m}^3$, $\alpha_c = 0.00433 \text{ K}^{-1}$, $c_{v,c} = 3.44 \text{ J/(cm}^3 \cdot \text{K)}$, $\kappa_T = 113 \text{ mm}^2/\text{s}$ [19]) с радиальными размерами $R_c = 9.1 \text{ mm}$ и $R_d = 8.1 \text{ mm}$, а на рис. 4 — максимальные значения тока для медных оболочек различного диаметра.

Результаты расчетов, соответствующие сжатию полых оболочек из меди, продемонстрированы на рис. 5 и 6. В качестве параметров упрочнения меди (1) используются значения $\tau_{e,0} \simeq 60 \text{ МПа}$ [19], $\tau_{e,\infty} = 233 \text{ МПа}$ и $k_e = 5.1$ [20]. Зависимость конечного радиуса проводящей оболочки от зарядного напряжения (рис. 5) является немонотонной с точкой минимума, которая соответствует максимальному сжатию. Повышение зарядного напряжения приводит к появлению „отскока“.

На рис. 6 показана динамика сжатия полой проводящей оболочки при различных зарядных напряжениях емкостного накопителя. После сильного сжатия наблюдается обратное движение оболочки, т. е. ее расширение. Причиной обратного движения является сжатие магнитного потока, захваченного на начальном этапе процесса.

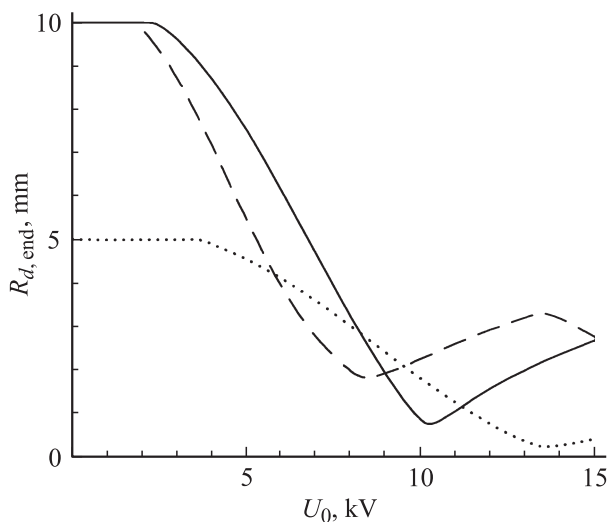


Рис. 5. Конечный радиус внутреннего отверстия в зависимости от зарядного напряжения. Сплошная кривая — $R_{d,0} = 10$, $R_{c,0} = 11 \text{ mm}$; штриховая — $R_{d,0} = 10$, $R_{c,0} = 10.5 \text{ mm}$; пунктир — $R_{d,0} = 5$, $R_{c,0} = 6 \text{ mm}$.

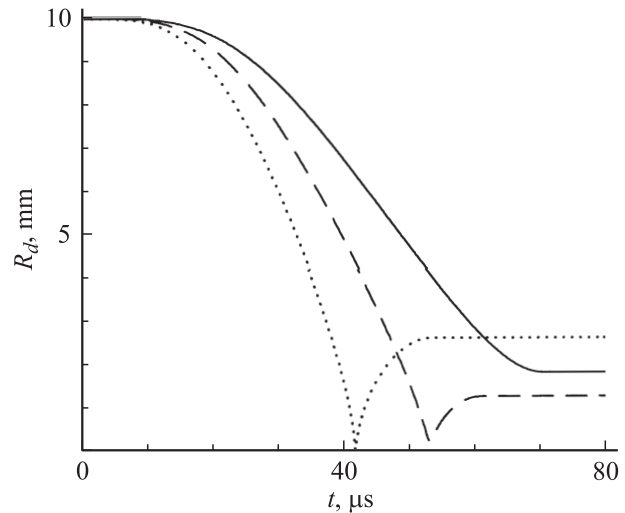


Рис. 6. Изменение со временем внутреннего радиуса оболочки при $R_{d,0} = 10$, $R_{c,0} = 11 \text{ mm}$. Зарядное напряжение $U_0 = 9 \text{ kV}$ (сплошная кривая), 11.5 (штриховая) и 15 (пунктир).

В период прохождения радиусом R_d через минимальное значение $R_{d,\text{min}}$ (радиус обратного хода [12,13]), магнитное поле во внутренней полости оболочки достигает аномально высоких значений. Так, при $U_0 = 11.5 \text{ kV}$, $R_{d,0} = 10 \text{ mm}$, $R_{c,0} = 11 \text{ mm}$ в момент времени $t \simeq 53 \mu\text{s}$, когда радиус внутренней полости R_d уменьшается до $R_{d,\text{min}} \simeq 0.29 \text{ mm}$, индукция магнитного поля B_d достигает порядка 170 T . Период, на протяжении которого величина индукции поля оказывается выше 100 T , составляет около $1 \mu\text{s}$ (см. рис. 7). В этот же период аномально высоких значений достигает „магнитная разность давлений“, что делает невозможным полное схлопывание внутренней полости. Действительно, если нагрев материала оболочки недостаточен для плавления, то в непосредственной окрестности максимального сжатия можно пренебречь потерями магнитного потока, т. е. $B_d R_d^2 \simeq \text{const}$, и в соответствии с (8) можем записать $\Delta p \sim B_d^2 \sim 1/R_d^4$. Последнее означает, что работа по сжатию внутренней полости ($\int p dV$) до радиуса R_d расходится как R_d^{-1} .

Развитая в настоящем исследовании теоретическая модель позволяет установить, что широко используемая при изучении магнитной кумуляции модель идеальной несжимаемой жидкости [9,11–13,15] может вносить значительную погрешность в расчетные значения радиуса обратного хода и максимального магнитного поля во внутренней полости оболочки $B_{d,\text{max}}$. Так, согласно численным оценкам в пренебрежении прочностными свойствами проводящей оболочки, для условий, соответствующих рис. 6, при зарядном напряжении $U_0 = 11.5 \text{ kV}$ получим $R_{d,\text{min}} \simeq 0.14 \text{ mm}$ и $B_{d,\text{max}} \simeq 900 \text{ T}$. Здесь увеличение $B_{d,\text{max}}$ по сравнению со строгим расчетом (170 T) обусловлено не только более сильным сжатием магнитного потока, но и снижением интенсивности магнитной диффузии сквозь оболочку, ввиду ее меньшего нагрева при неучете работы пластической деформации. С увели-

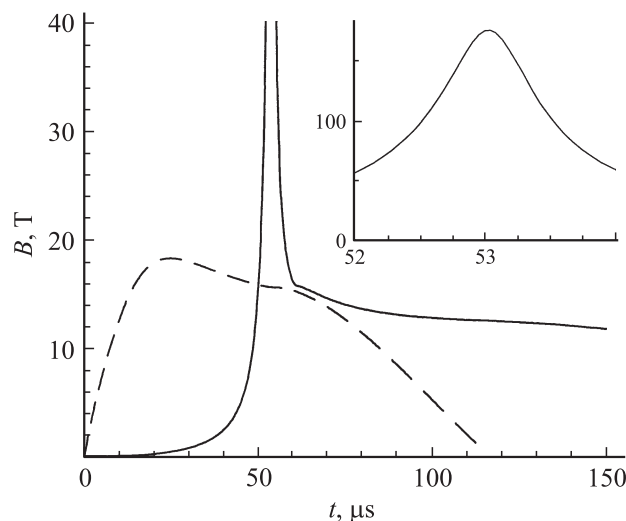


Рис. 7. Временная развертка индукции магнитного поля снаружи медной оболочки (B_c , штриховая кривая) и внутри (B_d , сплошная). Параметры расчета: $R_{d,0} = 10$, $R_{c,10} = 11$ mm, $U_0 = 11.5$ kV. На вставке показана область максимума зависимости $B_d(t)$.

чением зарядного напряжения модель идеальной несжимаемой жидкости становится более корректной. Так, при $U_0 = 15$ kV данная модель дает $R_{d,\min} \approx 0.097$ mm и $B_{d,\max} \approx 1600$ T, что уже гораздо ближе к результатам настоящей модели (с учетом прочностных свойств): $R_{d,\min} \approx 0.111$ mm и $B_{d,\max} \approx 800$ T. Отметим, однако, что при описании магнитной кумуляции до столь высоких значений B_d представленная в настоящей работе теоретическая модель также утрачивает количественную строгость ввиду неучета сжимаемости материала оболочки.

Распределение температуры по оболочке к моменту прекращения движения ($t \approx 61$ μs) продемонстрировано на рис. 8. В основной толще нагрев составляет 100–200 K, что соответствует увеличению удельного сопротивления меди на 40–80%. Максимальное увеличение температуры наблюдается в окрестности внутренней поверхности, где преобладающим является выделение тепла в связи с интенсивной пластической деформацией материала. Так, в пренебрежении пластическим нагревом (штриховая линия на вставке к рис. 8) увеличение температуры на внутренней поверхности оболочки составляет порядка 7.7 K, в то время как строгий расчет дает ≈ 429 K. Ранее было обнаружено [17], что нагрев деформируемой оболочки за счет работы пластической деформации необходимо учитывать даже при описании магнитно-импульсного расширения оболочек, когда их относительная деформация существенно ниже, чем при сильном сжатии.

Проанализируем точность описания процесса магнитно-импульсного сжатия проводящей оболочки, достигаемую в приближенных подходах: адиабатическое приближение ($k_T = 0$) и приближение однородного нагрева оболочки (23). Как видно из рис. 8, адиабатическое

приближение сильно завышает температуру внутренней поверхности (при $r_0 \approx R_{d,0}$). Так, для ситуации, изображенной на рис. 8, соответствующее значение температуры в рамках адиабатического подхода составляет порядка 3400 K. В то же время в основной толще оболочки адиабатический подход описывает распределение температуры с высокой точностью. Наоборот, приближение однородного нагрева свободно от аномального завышения температуры при $r \approx R_d$, но полностью утрачивает информацию о пространственном распределении температуры.

Рис. 9 демонстрирует влияние нагрева оболочки, а также различных приближений по учету нагрева, на описание динамики магнитно-импульсного сжатия проводящей оболочки. Видно, что движение оболочки при отсутствии „отскока“ качественно корректно описывается даже без учета нагрева, а в рамках адиабатического приближения можно говорить о высокоточном количественном описании. Именно эта высокая точность адиабатического приближения оправдывает его использование для соленоида, т.е. соотношение (19). В то же время при появлении отскока адиабатическое приближение становится недопустимым для оболочки. Аномальный разогрев ее внутренней поверхности приводит к аномальному росту удельного сопротивления при $r \approx R_d$, и эта часть оболочки оказывается „прозрачной“ для магнитного поля. Последнее, как видно по рис. 9, сильно искажает описание процесса. В частности, при зарядных напряжениях $U_0 > 13$ kV, как показывают расчеты в рамках адиабатического приближения, наблюдается полное схлопывание анализируемой на рис. 7–9 медной оболочки, что невозможно при строгом решении

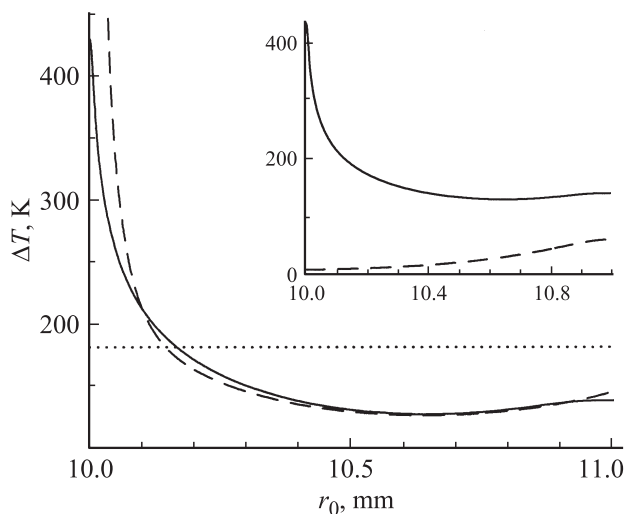


Рис. 8. Распределение температуры материала оболочки в зависимости от начальной координаты в момент остановки ($t \sim 61$ μs). Параметры расчета см. на рис. 7. Штриховая кривая — адиабатическое приближение ($k_T = 0$), пунктир — приближение однородного нагрева (23). На вставке: сопоставление строгого расчета (сплошная кривая) с расчетом в пренебрежении выделением тепла (20), связанным с пластической деформацией материала.

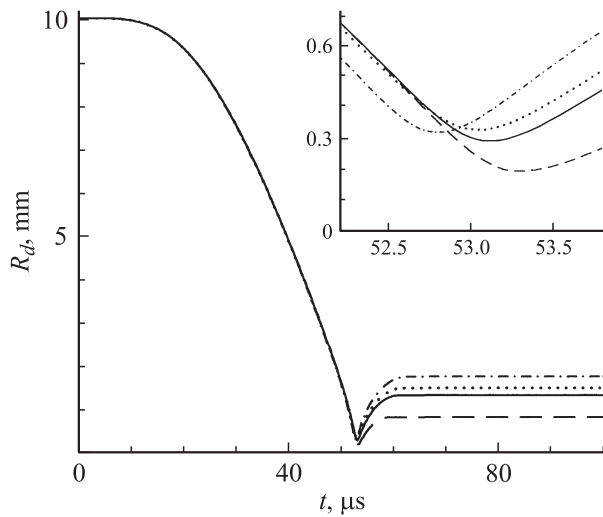


Рис. 9. Внутренний радиус оболочки в зависимости от времени. Параметры расчета см. на рис. 7. Сплошная кривая — строгий расчет, штриховая — адиабатическое приближение, пунктир — приближение однородного нагрева, штрихпунктир — нагрев не учитывается. На вставке в увеличенном масштабе показана область минимума зависимости $R_d(t)$.

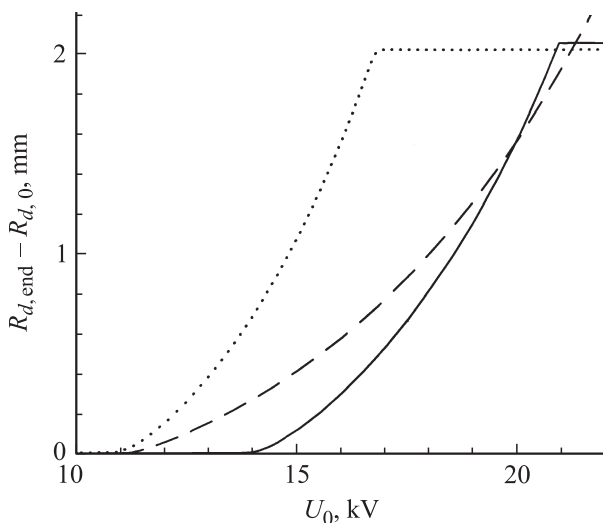


Рис. 10. Увеличение радиуса медной оболочки, сжатие которой запрещено жестким непроводящим стержнем, в зависимости от зарядного напряжения. Сплошная кривая — $R_{d,0} = 10$, $R_{c,0} = 11$ mm, штриховая — $R_{d,0} = 4$, $R_{c,0} = 5$ mm; пунктир — $R_{d,0} = 10.2$, $R_{c,0} = 11$ mm.

задачи. Таким образом, если для описания относительно невысоких деформаций оболочек (далеких от полного схлопывания) высокоточный расчет обеспечивается в рамках адиабатического приближения, то при наличии сильных сжатий качественный анализ лучше всего проводить в рамках приближения однородного нагрева (см. рис. 9), а точный количественный анализ возможен лишь при строгом учете теплообмена в соответствии с уравнением (21).

Расчеты по расширению оболочек, сжатие которых запрещено внутренним непроводящим и несжимаемым стержнем, представлены на рис. 10. В реальных условиях [3–5] роль внутреннего стержня может выполнять порошковая заготовка, спрессованная предшествующим импульсом магнитного поля. В таком применении эффект расширения может оказаться полезным для бесконтактного снятия оболочки с прессованного порошкового изделия. Как показал проведенный ранее [7] анализ статической задачи (когда оболочка неподвижна), расширение медной оболочки толщиной 1 mm наиболее легко осуществить при ее начальном радиусе $R_{d,0} \approx 2–4$ mm. Рис. 10 показывает, что расширение такой оболочки ($R_{d,0} = 4$ mm, штриховая кривая) становится возможно при стартовом зарядном напряжении $U_0 \approx 12$ kV. При зарядном напряжении 15 kV расширение составляет уже $\Delta R_d \approx 0.4$ mm. Амплитуда внешнего магнитного поля, генерируемого соленоидом, как показывают расчеты, при этом составляет порядка 26 Т, что вполне реализуемо в современных конструкциях неразрушаемых соленоидов [1,3,18]. Расширение оболочек большего диаметра на рис. 10 ограничено в области высоких значений U_0 внутренним радиусом соленоида: $R_{c,max} = R_b$.

Заключение

1. Построена теоретическая модель, описывающая радиальное движение проводящих цилиндрических оболочек при магнитно-импульсном воздействии на них в геометрии θ -пинча; для численного решения задачи построены разностные схемы всех управляющих дифференциальных уравнений и изучены критерии их устойчивости.

2. Проанализированы характер движения проводящих оболочек в импульсных магнитных полях и влияние на динамику процесса различных параметров задачи (стартовое зарядное напряжение, геометрические размеры оболочки и т.д.).

3. В сравнении со строгими расчетами исследовано влияние нагрева на динамику сжатия оболочек, проанализирована точность различных приближений по учету нагрева: адиабатическое приближение и приближение однородного нагрева; в частности, установлено, что для описания относительно невысоких деформаций оболочек (далеких от полного схлопывания) адиабатического приближения достаточно для проведения высокоточных количественных расчетов.

4. Выполнен количественный анализ расширения проводящих цилиндрических оболочек в магнитном поле внешнего соленоида. Данный эффект может оказаться полезным, например для бесконтактного снятия оболочки с прессованного порошкового изделия.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты № 08-08-00123 и 09-08-00198).

Список литературы

- [1] *Миронов В.А.* Магнитно-импульсное прессование порошков. Рига: Зинатне, 1980. 196 с.
- [2] *Иванов В.В., Паранин С.Н., Вихрев А.Н., Ноздрин А.А.* // *Материаловедение*. 1997. № 5. С. 49–55.
- [3] *Болтачев Г.Ш., Волков Н.Б., Добров С.В., Иванов В.В., Ноздрин А.А., Паранин С.Н.* // *ЖТФ*. 2007. Т. 77. Вып. 10. С. 58–67.
- [4] *Болтачев Г.Ш., Волков Н.Б., Иванов В.В., Паранин С.Н.* // *Перспективные материалы*. 2008. № 5. С. 5–13.
- [5] *Болтачев Г.Ш., Волков Н.Б.* // *ПМТФ*. 2008. Т. 49. № 6. С. 181–189.
- [6] *Шнеерсон Г.А.* Поля и переходные процессы в аппаратуре сверхсильных токов. Л.: Энергоиздат, 1981. 413 с.
- [7] *Болтачев Г.Ш., Волков Н.Б.* // *Письма в ЖТФ*. 2009. Т. 35. Вып. 7. С. 86–92.
- [8] *Boltachev G.Sh., Volkov N.B., Paraniin S.N., Spirin A.V.* // *Proc. 15th Int. Symp. on High Current Electronics*. Tomsk (Russia): Publishing house of the IAO SB RAS, 2008. P. 488.
- [9] *Сахаров А.Д., Людаев Р.З., Смирнов Е.Н.* и др. // *ДАН СССР*. 1965. Т. 165. С. 65–67.
- [10] *Сахаров А.Д.* // *УФН*. 1966. Т. 88. Вып. 4. С. 725–730.
- [11] *Алиханов С.Г., Будкер Г.И., Кичигин Г.Н., Комин А.В.* // *ПМТФ*. 1966. № 4. С. 38–41.
- [12] *Волков Н.Б., Михельсоо В.Т., Нагель Е.Н., Шнеерсон Г.А.* // *Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт*. 1976. № 6. С. 146–154.
- [13] *Волков Н.Б., Михельсоо В.Т., Шнеерсон Г.А.* // *ПМТФ*. 1982. № 5. С. 15–26.
- [14] *Белый И.В., Горкин Л.Д., Хищенко Л.Т.* // *Вестн. Харьковского политехнического ин-та*. 1977. Т. 123. Вып. 4. С. 3–11.
- [15] *Барбарович Ю.К.* // *Порошковая металлургия*. 1969. N 10 (82). С. 24–31.
- [16] *Левина Д.А., Райченко А.И., Кононенко В.В., Муравский Н.А.* // *Порошковая металлургия*. 1974. № 11 (143). С. 37–41.
- [17] *Князев В.П., Шнеерсон Г.А.* // *ЖТФ* 1970. Т. 40. Вып. 2. С. 360–371.
- [18] *Белан В.Г., Дурманов С.Т., Иванов И.А., Левашов В.Ф., Подковыров В.Л.* // *ПМТФ*. 1983. № 2. С. 109–115.
- [19] *Физические величины: Справочник / А.П. Бабичев, Н.А. Бабушкина, А.М. Братковский и др.; Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова.* М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.
- [20] *Малыгин Г.А.* // *ФТТ*. 2005. Т. 47. Вып. 4. С. 632–638.
- [21] *Малыгин Г.А.* // *ФТТ*. 2007. Т. 49. Вып. 6. С. 961–982.
- [22] *Седов Л.И.* *Механика сплошной среды*. Т. 2. М.: Наука, 1976. 576 с.
- [23] *Марчук Г.И.* *Методы вычислительной математики*. М.: Наука, 1977. 456 с.
- [24] *Кнопфель Г.* *Сверхсильные импульсные магнитные поля. Методы генерации и физические эффекты, связанные с созданием импульсных полей мегаэвстедного диапазона / Пер. с англ. Ф.А. Николаева и Ю.П. Свириденко.* М.: Мир, 1972. 392 с.