

05

## Изгибный резонансный датчик магнитного поля с наибольшим генерируемым магнитоэлектрическим напряжением

© Г.С. Радченко, М.Г. Радченко

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону  
Научно-исследовательский институт физики Южного федерального университета, Ростов-на-Дону  
Ростовский филиал Московского государственного технического университета гражданской авиации, Ростов-на-Дону  
E-mail: grig1980@mail.ru

Поступило в Редакцию 31 января 2014 г.

Теоретически описан изгибный магнитоэлектрический (МЭ) сенсор с наибольшим генерируемым напряжением. На основе развитой модели строится частотная зависимость МЭ-коэффициента. Прогнозируется оптимальная толщина пьезокерамики для повышения выходного напряжения более чем в два раза. Обнаружен эффект антирезонансного подавления колебаний в области третьего изгибного резонанса на частоте 95 Hz.

В настоящее время развитие современной техники резонансных датчиков невозможно без физического моделирования их эффективного отклика. Это делает необходимым построение физических моделей, адекватно описывающих физические процессы в таких приборах. В данной работе рассматривается изгибный резонансный датчик магнитного поля, недавно созданный экспериментально в работе [1]. Авторами устройства [1] был достигнут наибольший из экспериментально полученных МЭ-коэффициентов, равный  $16\,000\text{ V}/(\text{cm} \cdot \text{Oe})$ . Отметим, что до сих пор рекордным значением МЭ-коэффициента по напряжению в композитных материалах было значение  $751\text{ V}/(\text{cm} \cdot \text{Oe})$  [2]. Экспериментальное получение столь колоссальных величин говорит о том, что описываемый прибор пригоден для практического применения в отсутствие подмагничивающего поля. Полное моделирование деформационных полей в изгибных пьезодатчиках на различных частотах содержится в монографии [3]. Однако до сих пор в литературе отсут-

ствовали аналитические модели, описывающие работу МЭ-датчиков [1] на основе [3,4]. Все это стимулировало данное исследование.

Рассмотрим сенсор [1] (рис. 1 из [1]) в трехмерной системе координат. На правом краю пластины под действием приложенного магнитного поля возникает магнитомеханический (ММ) момент, что приводит к динамической деформации (колебаниям) структуры. Зажатый левый край прибора совместим с началом координат, ось  $x$  направим по длине прибора, ось  $y$  по ширине, а ось  $z$  по толщине структуры. Начало координат выберем в геометрическом центре зажатого левого края металлической пластины. Основным дифференциальным уравнением для меняющейся во времени изгибной деформации будет (1) [3,4] записанное ниже:

$$\frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + \frac{\rho^* F^*}{Y^* J_y^*} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 0. \quad (1)$$

Здесь  $z$  — величина поперечного изгиба,  $t$  — время,  $\rho^*$ ,  $F^*$ ,  $Y^*$  и  $J_y^*$  — эффективные плотность, площадь, модуль Юнга и осевой момент инерции поперечного сечения структуры. Исходя из геометрии сечения [1], эффективной осевой момент инерции сенсора будет равен

$$J_y^* = 2 \frac{h_p^3 w_p}{3} + \frac{h_m^2 w_p h_p}{2} + \frac{h_m^3 w_m}{12}.$$

Здесь  $h$  и  $w$  есть толщины и ширины металлической пластины (нижний индекс  $m$ ) и пьезоэлектрических слоев (нижний индекс  $p$ ) соответственно. Эффективный модуль Юнга вычисляется методом усреднения по объему сечения сенсора.

Решением уравнения (1) является функция (2) продольной координаты  $x$  и времени  $t$ :

$$z(x, t) = (A \sin(ax) + B \cos(ax) + C \operatorname{sh}(ax) + D \operatorname{ch}(ax)) \sin(\omega t). \quad (2)$$

Величина  $a$  равна  $(\frac{\rho^* F^*}{Y^* J_y^*}) \omega^{0.5}$ . Также в (2)  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  есть константы.

Исходя из геометрии [1], граничными условиями для (2) являются следующие соотношения:

1) при  $x = 0$   $z = 0$ ;  $\frac{dz}{dx} = 0$  (условие отсутствия изгибных деформации и углового отклонения зажатого края прибора);

2) при  $x = l_m$  ( $l_m$  есть длина металлической пластины)  $\frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{J_V H}{Y^* J_y^*}$  (связь кривизны структуры с ММ-моментом);  $\frac{d^3 z}{dx^3} = 0$  (условие отсутствия поперечной силы из-за вертикального расположения прибора

в [1]); здесь  $J$  — намагниченность магнита, равная в [1] 1.1 Т,  $V$  — объем магнита,  $H = 0.05$  Ое есть амплитуда величины приложенного магнитного поля.

Из граничных условий получается решение для функции  $z(x, t)$ . В полном соответствии с динамическими решениями [3,4] для зажатой с одного края структуры дисперсионное уравнение будет выглядеть так:

$$\operatorname{ch}(al_m) \cos(al_m) = -1. \quad (3)$$

Наименьший корень данного уравнения  $al_m = 1.875$  соответствует частоте основного тона, которая равна 5 Hz [1]. Отсюда определяем эффективную величину  $\frac{\rho^* F^*}{Y^* J^*}$  всей структуры для дальнейших расчетов.

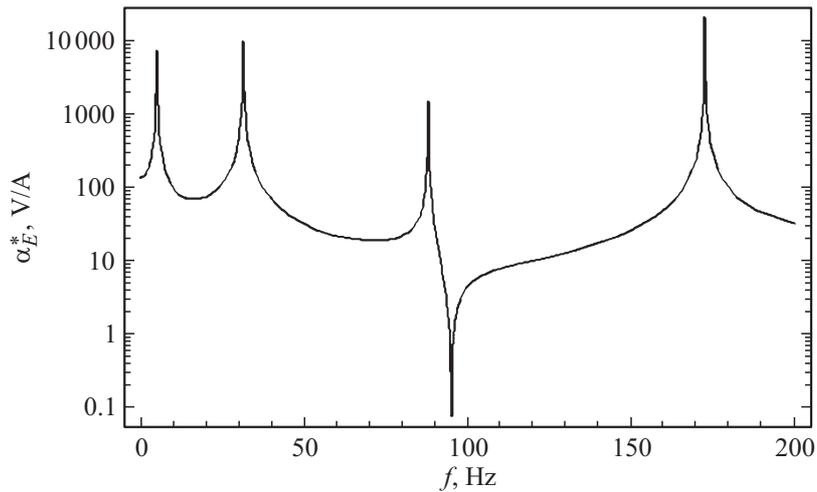
Основные уравнения пьезоэффекта могут быть записаны следующим образом:

$$\begin{aligned} S_1(x) &= T_1(x)/Y^* + d_{31}E_3(x), \\ D_3(x) &= d_3T_1(x) + \epsilon_{33}E_3(x). \end{aligned} \quad (4)$$

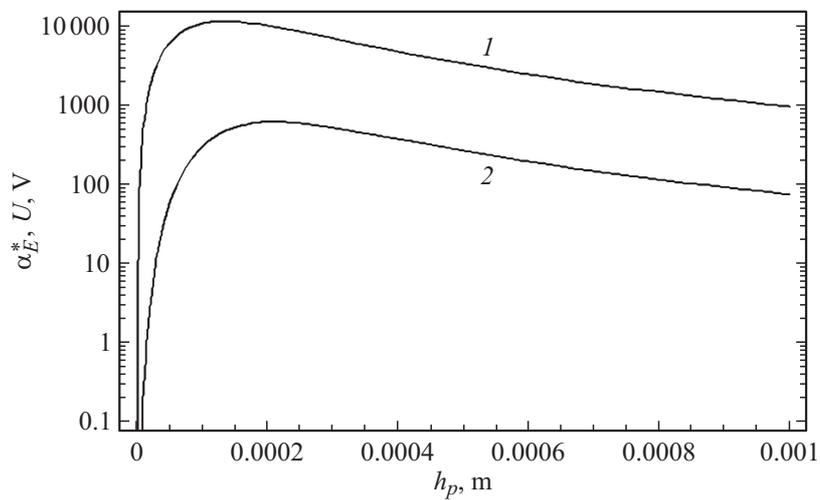
Здесь  $S_1(x) = -Z \frac{d^2 z(x,t)}{dx^2}$  есть кривизна сенсора, функции  $T_1(x)$  и  $E_3(x)$  являются генерируемым продольным механическим напряжением и электрическим полем,  $d_{31}$  и  $\epsilon_{33}$  — это пьезомодуль и диэлектрическая проницаемость пьезоэлектрика,  $Z$  — есть поперечная координата. Основным граничным условием [5] является равенство нулю электрической индукции на границе раздела „пьезоэлектрик–воздух“  $D_3|_{z=h_p} = 0$  [5]. Подставляя в (4) выражение для деформации образца через найденную функцию  $z(x, t)$  и усредняя по координате  $x$ , получаем итоговое выражение (5) для эффективного генерируемого напряжения:

$$U = -\frac{2}{l_p} \frac{d_{31}Y^*(h_p)^2}{\epsilon_{33} - (d_{31})^2Y^*} \frac{dz}{dx}(l_p). \quad (5)$$

На рис. 1 изображена расчетная зависимость МЭ-коэффициента по напряжению от частоты приложенного магнитного поля согласно параметрам [1]. Видно, что в окрестности первого резонанса [1] результаты в 1.6 раза занижены по сравнению с экспериментом [1]. Это связано с тем, что в настоящей модели не учитываются магнитострикционная деформация магнита и его магнитная проницаемость как факторы, влияющие на величину ММ-момента. Из рис. 1 видно, что на частоте 95 Hz в районе 3-го изгибного резонанса наблюдается антирезонанс.



**Рис. 1.** Частотная зависимость расчетного МЭ-коэффициента по напряжению МЭ-сенсора из [1] при параметрах [1] в области частот изгибных резонансов.



**Рис. 2.** Зависимость расчетного генерируемого МЭ-коэффициента (кривая 1) и МЭ-напряжения (кривая 2) сенсора магнитного поля [1] от толщины пьезоэлектрического слоя. Параметры для расчетов (кроме  $h_p$ ) представлены в [1]. Частота приложенного магнитного поля равна 5 Hz.

На рис. 2 изображена зависимость МЭ-коэффициента и генерируемого напряжения от толщины пьезослоя. Из рис. 2 видно, что авторы [1] оптимально подобрали толщину пьезокерамики для получения наибольшего МЭ-коэффициента по напряжению. Однако для получения наибольшего генерируемого напряжения толщина керамики должна быть повышена до  $2.25 \cdot 10^{-4}$  м. Это обеспечит увеличение генерируемого напряжения более чем в 2 раза в режиме холостого хода. Как видно из рис. 2, оно может достигать 700–800 V, что является достаточным для широкого практического применения данного сенсора.

На кривых  $d_{31}^p(E)$  и  $\varepsilon_{33}^p(E)$  при сильных генерируемых полях мы достигаем точки насыщения [6]. Около этой точки диэлектрическая проницаемость, пьезокоэффициент и модули упругости практически не зависят от величины поля и близки к своим значениям в линейной области.

Результаты, полученные в данной статье, могут быть полезны при проектировании высокоэффективных датчиков магнитного поля на основе внешнего МЭ-эффекта.

Авторы благодарны научному руководителю НИИ физики ЮФУ, проф. В.П. Сахненко за постоянный интерес к работе.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ № 11-02-00484а и Государственной программы поддержки НИР № 2.6173.2011.

## Список литературы

- [1] Liu G., Li X., Chen J. et al. // Appl. Phys. Lett. 2012. V. 101. P. 142 904 (1–4).
- [2] Patil D.R., Chai Y., Kambale R.S. et al. // Appl. Phys. Lett. 2013. V. 102. P. 062 909 (1–4).
- [3] Ballas R.G. Piezoelectric Multilayer beam bending actuators. Berlin–Heidelberg: Springer Verlag, 2007. 353 p.
- [4] Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. М.: Наука, 1967. 552 с.
- [5] Wu N., Wang Q., Quek S.T. // J. Sound and Vibration. 2010. V. 329. P. 1126–1136.
- [6] Radchenko G.S. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2008. V. 41. P. 055 421 (1–4).