

01;03

## Использование эйлерово-эйлеровского подхода для моделирования турбулентных течений пузырьковых сред

© А.С. Чернышев, А.А. Шмидт

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург  
E-mail: alexander.tchernyshev@mail.ioffe.ru

Поступило в Редакцию 12 февраля 2013 г.

Представлены результаты развития математической модели турбулентных течений пузырьковых сред. Предложенная модель основывается на эйлерово-эйлеровском подходе к описанию многофазных течений, который дополнен  $k-\omega$ -SST моделью турбулентности с модификациями, позволяющими учитывать генерацию турбулентности за счет относительного движения фаз, а также дисперсию пузырей за счет турбулентности.

Проведенные с помощью предложенной модели и разработанного программного кода исследования позволили получить детальную информацию о структуре турбулентных течений в пузырьковых колоннах. Продемонстрировано хорошее совпадение результатов расчетов с экспериментальными данными.

Пузырьковые течения и сопутствующие им процессы весьма часто встречаются в инженерных приложениях и задачах и поэтому являются важными объектами исследования. Такие течения обычно являются турбулентными, с сильным взаимным влиянием несущей и дисперсной фаз. Таким образом, для адекватного описания течения необходим учет турбулентности.

Стоит отметить, что получение детальной картины течения пузырьковой среды при помощи экспериментальных методик представляет определенную сложность как в связи с возможной неоднозначной трактовкой данных измерений, так и из-за ограничений, накладываемых параметрами фаз (см., например, [1]). Хорошим дополнением к экспериментальным исследованиям является математическое моделирование.

Для описания мелкодисперсных потоков с большим содержанием пузырей используются лагранжево-эйлеровский и эйлерово-эйлеровский подходы (см., например, [2,3]). Несмотря на то что в рамках

лагранжево-эйлеровского подхода обеспечивается детальное описание динамики дисперсных включений, при больших концентрациях дисперсных включений существенно возрастает требование к вычислительным ресурсам. Эйлерово-эйлеровский подход менее требователен к ресурсам, опирается на существующие модели течения гомогенной среды и позволяет получить адекватное описание течения.

В эйлерово-эйлеровском подходе [4] каждая фаза рассматривается как континуум, занимающий весь объем смеси. Плотность такого континуума определяется как произведение объемной доли на реальную плотность вещества соответствующей фазы. В рассматриваемом диапазоне параметров плотность среды в пузырьках подчиняется закону идеального газа.

Для описания движения пузырьковой среды используются уравнения Навье–Стокса с дополнительными источниками слагаемыми, учитывающими силовое взаимодействие между фазами. В турбулентном потоке коэффициент эффективной вязкости можно представить в виде

$$\mu^{eff} = \mu^{lam} + \mu^{turb} + \mu_{BIT},$$

где  $\mu^{lam}$ ,  $\mu^{turb}$ ,  $\mu_{BIT}$  — коэффициенты молекулярной и турбулентной вязкостей, а также коэффициент вязкости, возникающий за счет относительного движения фаз. Последний член включается в уравнения только в случае использования модели генерации турбулентности Sato (см., например, обзор в [5]).

Источниковые слагаемые в уравнениях сохранения импульса имеют вид

$$S_b = \alpha_b \rho_b \vec{g} + \vec{F}_{lb} + \vec{F}_{TD}; \quad S_l = (1 - \alpha_b) \rho_l \vec{g} - \vec{F}_{lb} - \vec{F}_{TD}.$$

Здесь  $\alpha$  — объемная доля,  $\rho$  — плотность,  $\vec{g}$  — ускорение свободного падения,  $\vec{F}_{lb}$  — сила межфазного взаимодействия,  $\vec{F}_{TD}$  — сила, определяющая дисперсию пузырей за счет турбулентности, подстрочный индекс  $b$  соответствует пузырям,  $l$  — жидкости.

При описании межфазного взаимодействия учитывается сила Стокса (вязкое трение) и сила Сэффмана („поперечная“ сила). Сила Стокса может быть выражена как

$$\vec{F}_D = 0.375(\rho_l/R_b)C_D\vec{V}_{rel}|\vec{V}_{rel}|, \quad \vec{V}_{rel} = \vec{V}_l - \vec{V}_b,$$

$R_b$  — радиус пузырька,  $C_D$  — коэффициент трения для пузырьков [6].

Для определения „поперечной“ силы используется следующее выражение [7]:

$$\vec{F}_L = 0.1\alpha_b\rho_l\vec{V}_{rel} \times \vec{\omega}_l, \quad \vec{\omega}_l = \text{rot } \vec{V}_l.$$

Дисперсия пузырей учитывается введением дополнительной силы в уравнении сохранения импульса [8]

$$\vec{F}_{TD} = -1.2C_D0.375(|\vec{V}_{rel}|/R_b)\mu^{eff}\nabla\alpha_b.$$

Для описания турбулентности используется  $k-\omega$ -SST модель с дополнительными источниковыми слагаемыми, учитывающими генерацию турбулентности за счет относительного движения фаз. В рамках модифицированной модели эти члены имеют вид [5]

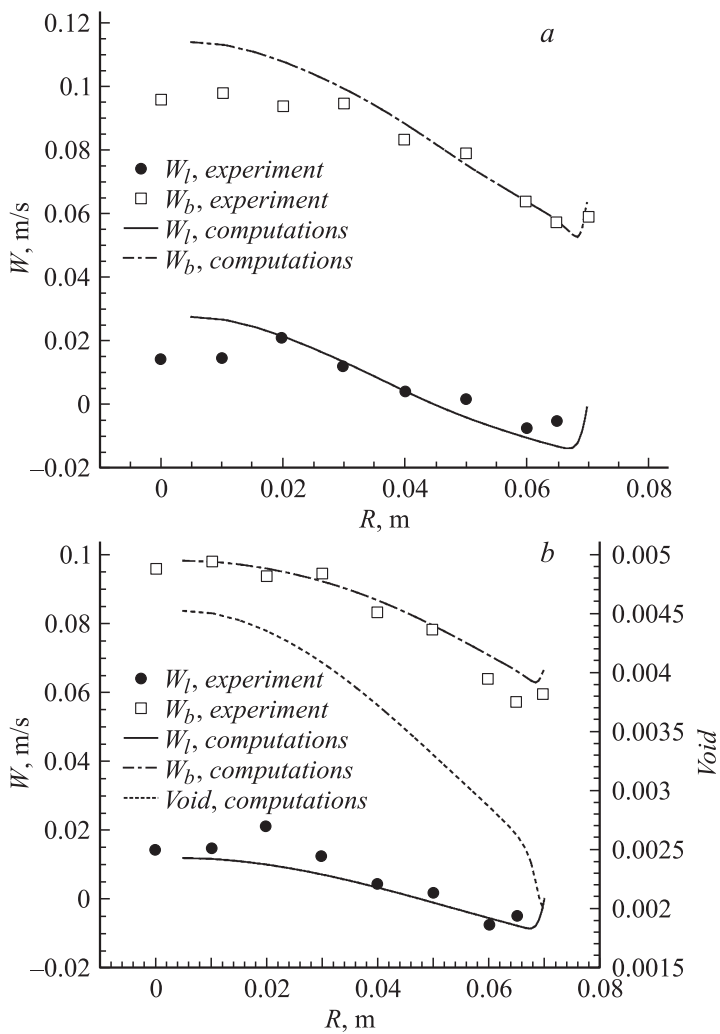
$$S_{bk} = 0.375(C_D/R_b)\alpha_b\rho_l|\vec{V}_{rel}|^3, \quad S_{b\omega} = 0.8(k/\mu_{turb})S_{bk}.$$

При использовании модели Sato вводилась дополнительная вязкость

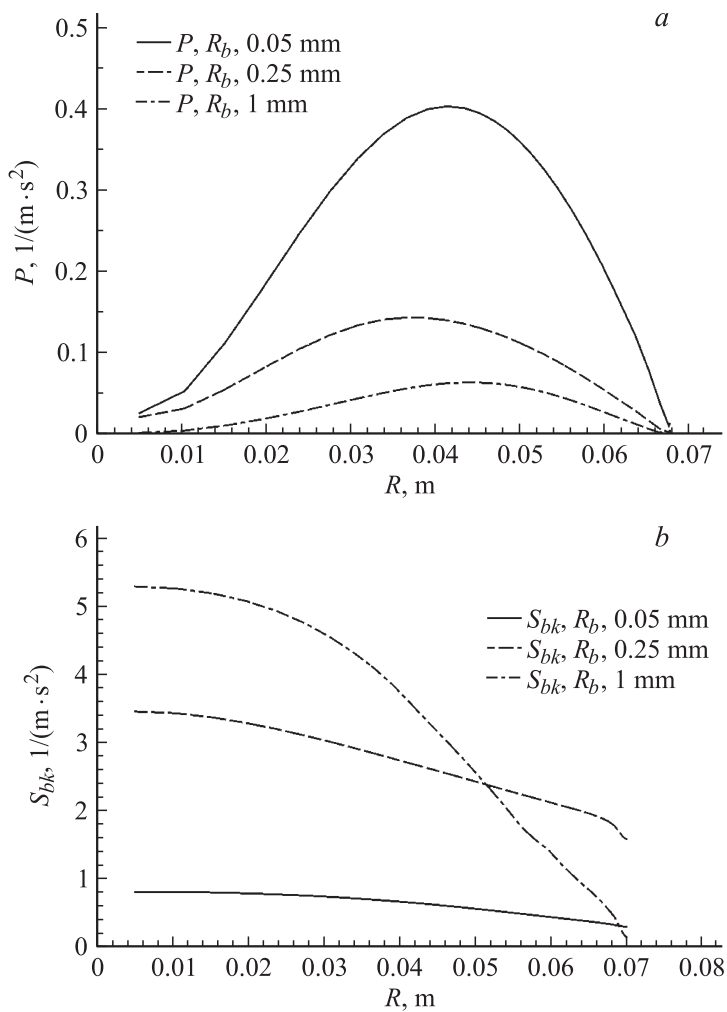
$$\mu_{BIT} = 1.2\alpha_b\rho_lR_b|\vec{V}_{rel}|.$$

В основе разработанного алгоритма лежит метод конечных объемов, реализованный на неструктурированных сетках. Расчет поля давления проводится при помощи алгоритма SIMPLE, доработанного для случая многофазных потоков. Для повышения устойчивости используются схемы второго порядка аппроксимации по пространственным переменным, отвечающие критерию TVD.

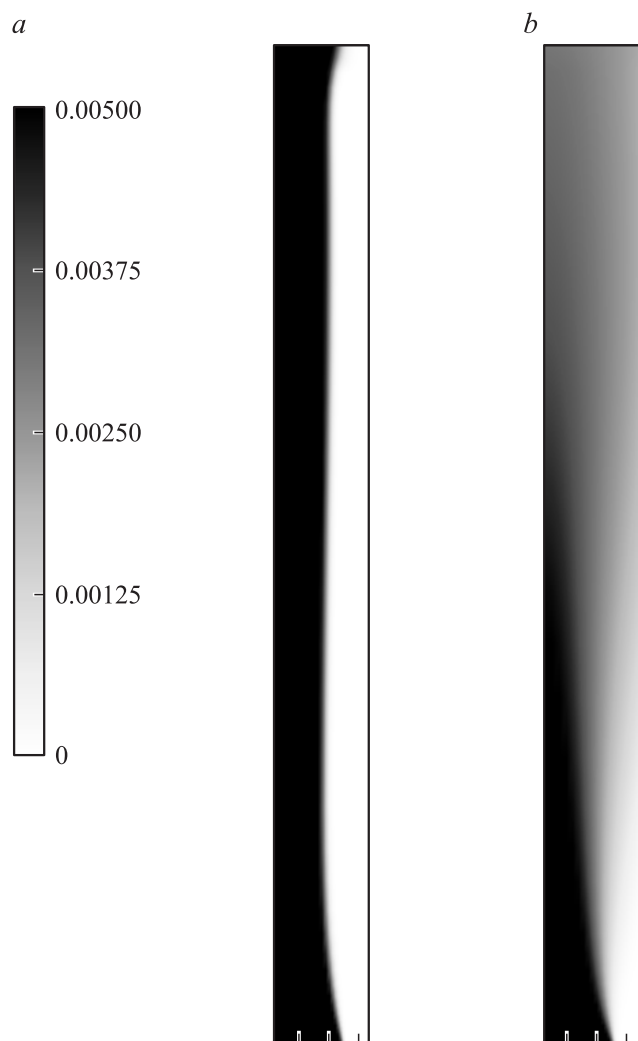
Для тестирования предложенного алгоритма была выбрана задача о течении в осесимметричной пузырьковой колонне [6]. Расчетная область имеет радиус 0.07 м и высоту 0.65 м. Газ подается через круговую проницаемую пластину, установленную на дне колонны и имеющую радиус 0.05 м. Верхняя граница колонны является свободной поверхностью жидкости, через которую газ может покидать расчетную область. Как видно из рис. 1, *a*, модель генерации турбулентности Sato не позволяет получить правильные радиальные распределения вертикальной скорости для обеих фаз вблизи оси симметрии ( $R \leq 0.03$  м). Включение в модель источниковых членов, учитывающих генерацию турбулентности за счет относительного движения фаз ( $S_{bk}$ ,  $S_{b\omega}$ ), обеспечивает лучшее совпадение результатов расчета с экспериментальными данными (рис. 1, *b*).



**Рис. 1.** Сравнение расчетных профилей осевой компоненты скорости жидкости ( $W_l$ ) и газа ( $W_b$ ) для модели Sato (a) и модели Troshko и Hassan (b) с экспериментом [6]. Также на (b) представлено характерное распределение объемной доли газа.



**Рис. 2.** Генерационные слагаемые за счет сдвиговых напряжений (а) и относительного движения фаз (b).



**Рис. 3.** Результаты расчета пузырьковой колонны без учета (*a*) и с учетом (*b*) турбулентной дисперсии пузырей.

При этом представляется важным оценить степень влияния генерации турбулентности за счет относительного движения фаз по сравнению с источником турбулентности из-за наличия сдвиговых напряжений в несущей фазе. Для этого выполнены расчеты течений с пузырями различных радиусов (0.05, 0.25 и 1 mm) и построены радиальные профили генерационных слагаемых турбулентности  $P = \min(2\mu^{turb} S^2; 0.9\rho_l k\omega)$ , здесь  $S$  — тензор скоростей деформации (рис. 2, *a*), и  $S_{bk} = 0.375(C_D/R_b)\alpha_b\rho_l|\vec{V}_{rel}|^3$  (рис. 2, *b*). Видно, что в этих течениях генерационное слагаемое за счет относительного движения фаз существенно превосходит генерационное слагаемое за счет сдвиговых напряжений для всех трех случаев.

На рис. 3 представлены распределения объемной доли пузырей радиусом 0.25 mm в случае течения без учета дисперсии пузырей за счет турбулентности (*a*) и с ее учетом (*b*). При исключении дисперсии из модели пузырьковая колонна сохраняет свою форму по всей высоте, при этом в пристенных областях пузыри отсутствуют, что противоречит результатам экспериментов.

Таким образом, сформулированная математическая модель показала свою эффективность при расчете пузырьковых течений. При этом выяснилось, что использование упрощенной модели, основанной на модификации эффективной вязкости, не позволяет получить адекватной картины течения, что связано, по-видимому, с неправильной оценкой величины кинетической энергии турбулентности. В рамках модели с дополнительными источниками членами в уравнениях для  $k$  и  $\omega$ , учитывающими генерацию турбулентности, было получено количественное согласие с экспериментальными данными.

Необходимость учета генерации турбулентности за счет относительного движения фаз и дисперсии пузырей была показана на тестовых задачах для трех различных размеров пузырьков. Даже для малых пузырей радиусом 0.05 mm генерация турбулентности за счет относительного движения фаз вдвое превосходит генерацию турбулентности из-за наличия сдвиговых напряжений.

## Список литературы

- [1] *Sathe M.J., Mathpati C.S., Deshpande S.S., Khan Z., Ekambara K., Joshi J.B.* // Chemical Engineering Science. 2011. V. 66. P. 3087–3107.
- [2] *Ekambara K., Dhotre M.T.* // Nuclear Engineering and Design. 2010. V. 240. P. 963–969.

- [3] *Chernyshev A., Petrov N., Schmidt A.* // Proc. of International Symposium on Shock Waves. Ed. K. Kontis. Heidelberg: Springer, 2012. ISBN: 978-3-642-25687-5.
- [4] *Нугматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. В 2 ч. М.: Наука, 1987. Ч. 1.
- [5] *Troshko A.A., Hassan Y.A.* // Int. J. Multiphase Flow. 2001. V. 27. P. 1965–2000.
- [6] *Lain S., Sommerfeld M., Broder D., Goz M.F.* // Int. J. Multiphase Flow. 2002. V. 28. P. 1381–1407.
- [7] *Auton T.R.* // J. Fluid Mech. 1987. V. 183. P. 199–218.
- [8] *Carrica P.M., Drew D.A., Lahey R.T., jr.* // Int. J. Multiphase Flow. 1999. V. 25. P. 257–305.