

01

Автомодельные режимы усиления и компрессии электромагнитных импульсов при взаимодействии с электронными потоками

© Н.М. Рыскин, Н.С. Гинзбург, И.В. Зотова

Саратовский государственный университет
Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород
E-mail: RyskinNM@info.sgu.ru

Поступило в Редакцию 14 января 2013 г.

Исходя из аналогии с когерентным усилением коротких оптических импульсов инвертированными лазерными средами, построены автомодельные решения, описывающие усиление и компрессию ультракоротких электромагнитных импульсов при взаимодействии с квазистационарными электронными потоками. Показано, что эффекты усиления импульсов с их одновременной компрессией носят универсальный характер и должны наблюдаться для различных механизмов индуцированного излучения, включая черенковский и циклотронный.

В работе [1] описаны эксперименты, в которых наблюдалось усиление и компрессия короткого электромагнитного импульса при распространении вдоль квазистационарного прямолинейного электронного потока в условиях черенковского механизма электронно-волнового взаимодействия. Следует отметить, что усиление электромагнитных импульсов с одновременным укорочением их эффективной длительности является достаточно универсальным эффектом, который должен наблюдаться и при других механизмах взаимодействия, включая циклотронный (мазеры на циклотронном резонансе) и ондуляторный (лазеры на свободных электронах) [2,3]. Указанные эффекты имеют очевидную аналогию с процессами когерентного усиления коротких оптических импульсов лазерными средами, которые описываются хорошо известными автомодельными решениями [4,5]. Анализ результатов численного моделирования [1,3] действительно показывает, что процесс усиления коротких импульсов электронными пучками носит явно выраженный автомодельный (самоподобный) характер. Это делает актуальным поиск

аналогичных [4,5] автомодельных решений для различных механизмов электронно-волнового взаимодействия.

Для сравнения начнем анализ с краткого описания автомодельных режимов, реализующихся при распространении оптического импульса в инвертированной двухуровневой среде. Эволюция оптического импульса в активной среде описывается известными уравнениями Максвелла–Блоха [6] для безразмерной амплитуды поля a , поляризации P и разности населенностей n . В условиях когерентного взаимодействия (т.е. в пренебрежении релаксацией) заменой переменных $P = \sin \Phi$, $n = \cos \Phi$, $a = \partial \Phi / \partial \tau$ уравнения Максвелла–Блоха сводятся к уравнению Син–Гордона [4,5]:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial Z} + \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} \right) = \sin \Phi. \quad (1)$$

Особый интерес представляют решения уравнения (1), являющиеся функцией автомодельной переменной $\xi = \tau(Z - \tau)$, которые подчиняются обыкновенному дифференциальному уравнению:

$$\xi \frac{d^2 \Phi}{d\xi^2} + \frac{d\Phi}{d\xi} - \sin \Phi = 0. \quad (2)$$

Уравнение (2) имеет решение в виде так называемого π -импульса (в отличие от солитонов, называемых 2π -импульсами [4]). Поскольку $a = \partial \Phi / \partial \tau = (Z - 2\tau) \partial \Phi / \partial \xi$, по мере распространения π -импульса его амплитуда растет линейно. В то же время протяженность π -импульса в силу определения автомодельной переменной ξ линейно сокращается.

В качестве наиболее близкого классического аналога процесса усиления ультракоротких оптических импульсов в инвертированных средах рассмотрим резонансное взаимодействие электромагнитных импульсов с потоком невозбужденных циклотронных осцилляторов в условиях аномального эффекта Доплера:

$$\omega - hV_0 = -\omega_H,$$

где ω_H — гирочастота. Предполагается, что циркулярно-поляризованная волна $A_+ = A_x + iA_y = A(z, t) \exp(i\omega t - ihz)$ является замедленной и ее фазовая скорость меньше поступательной скорости частиц V_0 . В этом случае излучение возможно при отсутствии у частиц начальной поперечной скорости. При этом аналогично тому, как усиление в квантовых

средах описывается уравнениями Блоха для инверсии и поляризации, поток первоначально невозбужденных электронных осцилляторов также описывается двумя переменными (без усреднения по начальным фазам) для компонент поперечного импульса (см., например, [7,8]):

$$\frac{\partial a}{\partial Z} + \frac{\partial a}{\partial \tau} = p, \quad \frac{\partial p}{\partial Z} + ip|p|^2 = a, \quad (3)$$

где τ и Z — безразмерные время и координата, a и p — нормированные амплитуда поля и поперечный импульс электронов. Более подробно нормировка переменных описана, например, в [7,8]. Начальный поперечный импульс у электронов отсутствует, т.е. $p(Z=0) = 0$, а процесс излучения сопровождается раскачкой поперечных колебаний за счет поступательной энергии частиц.

Нетрудно видеть, что уравнения (3) инвариантны относительно масштабного преобразования $a \rightarrow \lambda^3 a$, $p \rightarrow \lambda p$, $\tau \rightarrow \tau/\lambda^2$, $Z - \tau \rightarrow \lambda^2(Z - \tau)$, где λ — произвольный параметр. Если положить $\lambda = \sqrt{\tau}$, получим ту же автомодельную переменную $\xi = \tau(Z - \tau)$, что и в случае усиления оптического импульса в инвертированной среде. Действительно, заменой переменных

$$a(Z, \tau) = \tau^{3/2} A(\xi), \quad p(Z, \tau) = \tau^{1/2} P(\xi)$$

система (3) сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\xi \frac{dA}{d\xi} + \frac{3}{2} A = P, \quad \frac{dP}{d\xi} + iP|P|^2 = A. \quad (4)$$

Решения (4) могут быть найдены численно. Для устранения сингулярности в точке $\xi = 0$ начальные условия следует выбирать таким образом, чтобы выполнялось соотношение $P(0) = 3A(0)/2$ (ср. [4,5]). Пример автомодельного решения в случае $A(0) = 0.1$ приведен на рис. 1, *a*. Соответствующее распределение амплитуды электромагнитного поля на плоскости (Z, τ) иллюстрирует рис. 1, *b*. Поскольку при больших τ траектория движения импульса асимптотически стремится к линии $Z = \tau$, с увеличением длины пространства взаимодействия пиковая амплитуда импульса нарастает по закону $Z^{3/2}$. При этом его длительность линейно сокращается. В результате энергия, запасенная в импульсе, растет пропорционально квадрату длины взаимодействия с электронным потоком. С ростом параметра начальных условий $A(0)$

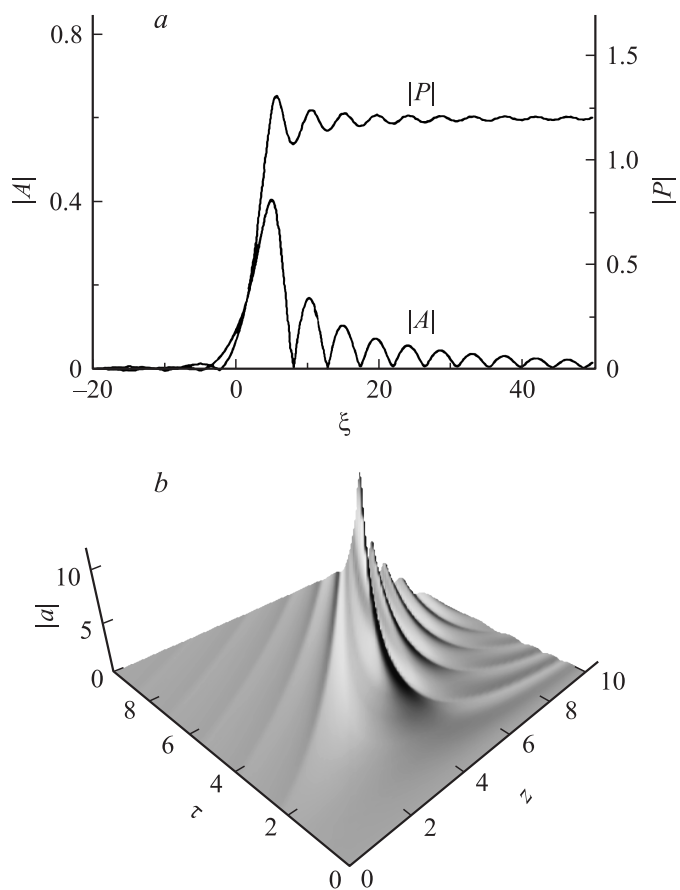


Рис. 1. *a* — вид автомодельных решений $|A(\xi)|$ и $|P(\xi)|$ в случае усиления электромагнитных импульсов потоком невозбужденных классических осцилляторов в условиях аномального эффекта Доплера ($A(0) = 0.1$). *b* — соответствующее пространственно-временное распределение амплитуды электромагнитного поля в переменных (Z, τ) .

скорость нарастания фронта и амплитуда импульсов увеличиваются, однако качественный вид решения остается неизменным. Сделанные выводы подтверждаются результатами численного моделирования исходных уравнений (3).

Эффекты усиления и компрессии ультракоротких электромагнитных импульсов могут реализоваться и для практически более значимых механизмов электронно-волнового взаимодействия, основанных на инерционной группировке частиц [1–3]. Рассмотрим здесь указанный процесс на примере черенковского механизма усиления электромагнитного импульса прямолинейным электронным потоком в волноводе с диэлектрической вставкой, который экспериментально исследован в работе [1]. В условиях синхронизма $\omega \approx h(\omega)V_0$ в ультрарелятивистском приближении $\gamma_0 \gg 1$ (где $\gamma_0 = (1 - V_0^2/c^2)^{-1/2}$ — релятивистский масс-фактор) процесс нестационарного усиления короткого электромагнитного импульса описывается следующей системой уравнений:

$$\left[\frac{\partial}{\partial Z} + \frac{\partial}{\partial \tau} \right] a = \frac{G}{\pi} \int_0^{2\pi} \exp[-i\theta] d\theta_0,$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial Z} = -\operatorname{Re}(a \exp[i\theta]), \quad \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \varepsilon^{-2} - 1, \quad (5)$$

$$a|_{Z=0} = a_0(\tau), \quad \theta|_{Z=0} = \theta_0, \quad \theta_0 \in [0, 2\pi), \quad \varepsilon|_{Z=0} = 1.$$

Здесь Z и τ — безразмерные координата и время, a — нормированная амплитуда волны, $\theta = \omega t - hz$ — фаза электронов относительно волны, θ_0 — начальная фаза, G — параметр усиления, пропорциональный току электронного пучка, $\varepsilon = \gamma/\gamma_0$ — нормированная энергия электрона. Подробнее нормировку переменных см., например, в [3,8]. Сделаем замену переменных $\theta = \tau - Z + \tilde{\theta}$, $a = \tilde{a} \exp[i(Z - \tau)]$, после чего введем автомодельные переменные:

$$\tilde{a}(Z, \tau) = \tau A(\xi), \quad \tilde{\theta}(Z, \tau) = \vartheta(\xi), \quad \varepsilon = \mathcal{E}(\xi)/\tau, \quad (6)$$

где $\xi = \tau^2(Z - \tau)$. Тогда из (6) следует система обыкновенных дифференциальных уравнений

$$2\xi \frac{dA}{d\xi} + A = \frac{G}{\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-i\vartheta) d\vartheta_0, \quad \frac{d\mathcal{E}}{d\xi} = -\operatorname{Re}(A \exp(-i\vartheta)), \quad \frac{d\vartheta}{d\xi} = \mathcal{E}^{-2}. \quad (7)$$

Решения (7) также могут быть найдены численно при следующих граничных условиях:

$$\vartheta(0) = \vartheta_0 + r \cos \vartheta_0, \quad \vartheta_0 \in [0, 2\pi], \quad r \ll 1, \quad \varepsilon(0) = 1,$$

$$A(0) = \frac{G}{\pi} \int_0^{2\pi} \exp[-i\vartheta(0)] d\vartheta_0.$$

На рис. 2, *a, b* представлен пример автомодельного решения для случая $G = 1$, $r = 0.001$. Соответствующие распределения амплитуды поля $|\tilde{a}(Z, \tau)| = \tau |A(\xi)|$ и гармоники тока $J = (1/\pi) \int_0^{2\pi} \exp(-i\vartheta) d\vartheta_0$ на плоскости (Z, τ) показаны на рис. 2, *c, d*. Кроме того, рис. 2, *d* иллюстрирует процесс группировки электронов с различными начальными фазами. Видно, что максимум амплитуды тока достигается в области наиболее компактной группировки частиц. Согласно автомодельной замене (6) и определению автомодельной переменной с увлечением длины области взаимодействия амплитуда поля растет пропорционально Z , а длительность сокращается по закону $Z^{1/2}$. При этом фактически электромагнитный импульс аккумулирует энергию различных фракций электронного потока и его пиковая мощность может, вообще говоря, превышать кинетическую мощность пучка [3,9].

Таким образом, исходя из аналогии с процессами когерентного усиления оптических импульсов, в данной работе построены автомодельные решения, описывающие усиление и компрессию электромагнитных импульсов при различных механизмах электронно-волнового взаимодействия. При этом следует иметь в виду, что в оптике процессы когерентного взаимодействия (т.е. процессы, характерные времена которых меньше релаксационных времен) могут наблюдаться в достаточно узком классе активных сред, характеризующихся медленной фазовой релаксацией. В классической электронике фазовая релаксация обусловлена электрон-электронными или электрон-ионными столкновениями и в типичных экспериментальных условиях соответствующие времена существенно превосходят времена развития неустойчивостей. В результате классические аналоги процессов когерентного взаимодействия могут рассматриваться в качестве актуальных методов генерации и усиления электромагнитных импульсов, что, в частности, подтвер-

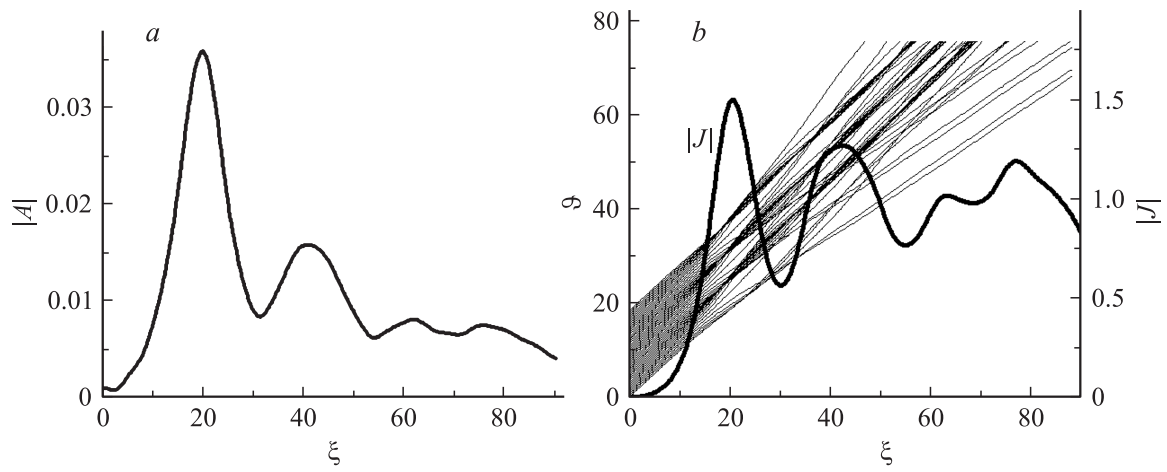


Рис. 2. Вид автомодельных решений $|A(\xi)|$ (a), $|J(\xi)|$ и $\vartheta(\xi, \vartheta_0)$ (b) в случае усиления электромагнитных импульсов при черенковском механизме взаимодействия ($G = 1$, $r = 0.001$). Соответствующие пространственно-временные распределения амплитуды электромагнитного поля (c) и гармоники высокочастотного тока (d) в переменных (Z, τ) . Для наглядности область задания начальных фаз ограничена тремя последовательными периодами $\vartheta \in [0, 6\pi)$.

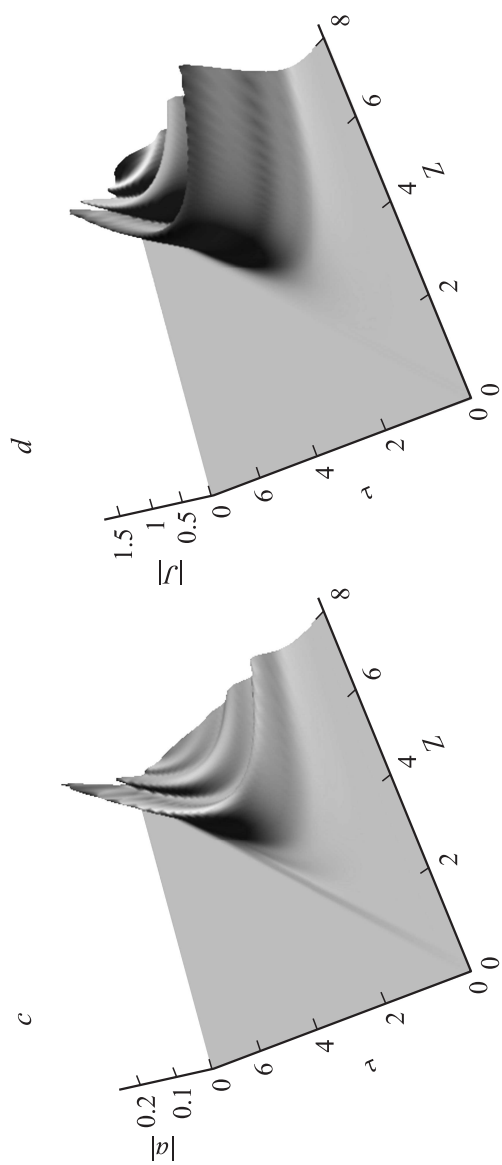


Рис. 2 (продолжение).

ждается экспериментами по генерации импульсов микроволнового сверхизлучения электронными сгустками [9–12].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 12-02-00541а).

Список литературы

- [1] Яландин М.И., Реутова А.Г., Ульмаскулов М.Р. и др. // Письма в ЖЭТФ. 2010. Т. 91. В. 11. С. 620–625.
- [2] Zhang T.B., Marshall T.C. // Phys. Rev. Lett. 1995. V. 74. P. 916–919.
- [3] Барышев В.Р., Гинзбург Н.С., Зотова И.В. и др. // ЖТФ. 2009. Т. 79. В. 1. С. 105–111.
- [4] Лэм Дж. Введение в теорию солитонов. М.: Мир, 1983.
- [5] Рыскин Н.М., Трубецков Д.И. Нелинейные волны. М.: Наука, Физматлит, 2000.
- [6] Железняков В.В., Кочаровский В.В., Кочаровский Вл.В. // УФН. 1989. Т. 159. В. 2. С. 193–260.
- [7] Гинзбург Н.С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1979. Т. 22. № 4. С. 470–480.
- [8] Гинзбург Н.С., Зотова И.В., Сергеев А.С., Кочаровская Е.Р. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 2011. Т. 54. № 8. С. 588–606.
- [9] Ельчанинов А.А., Коровин С.Д., Ростов В.В. и др. // Письма в ЖЭТФ. 2003. Т. 77. В. 6. С. 314–318.
- [10] Ginzburg N.S., Sergeev A.S., Zotova I.V., Phelps A.D.R. et al. // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. N 12. P. 2365–2369.
- [11] Месяц Г.А., Яландин М.И. // УФН. 2005. Т. 175. В. 3. С. 225–246.
- [12] Korovin S.D., Elchaninov A.A., Rostov V.V. et al. // Phys. Rev. E. 2006. V. 74. N 1. P. 016501.