09

Коэффициент усиления сетчатых рефлекторных параболических антенн произвольной глубины

© В.П. Акимов, С.Б. Глыбовский, В.К. Дубрович

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет
Научный центр прикладной электродинамики, Санкт-Петербург
E-mail: sgbs@mail.ru

Поступило в Редакцию 3 октября 2012 г.

Получены аналитические выражения, позволяющие рассчитать коэффициент усиления сетчатого параболического зеркала при произвольном соотношении фокусного расстояния и диаметра апертуры. Результаты получены для случая густой тонкопроволочной сетки с квадратными ячейками и идеальными контактами проводников в узлах с помощью метода усредненных граничных условий. Показаны особенности влияния „сетчатости“ на усиление зеркал различной глубины.

В технике зеркальных антенн часто используются металлические сетки в качестве материала рефлектора, что имеет целый ряд эксплуатационных преимуществ по сравнению со сплошными зеркалами. Для плоских сеток с различными топологиями проводников задача расчета отражательных свойств была решена методом усредненных граничных условий Конторовича [1] и получены коэффициенты отражения падающей плоской электромагнитной волны (ЭМВ). Данные результаты применялись затем и для расчета направленных свойств сетчатого параболического зеркала в приближении постоянного поверхностного импеданса методом интегральных уравнений, а также с использованием коэффициентов отражения методом физической оптики [2]. Однако при этом предполагалось, что отражательные свойства сетки можно считать одинаковыми в разных точках зеркала, что справедливо, строго говоря, лишь для рефлекторов с большим отношением фокусного расстояния F к диаметру апертуры D.

В данной статье решается задача о влиянии „сетчатости“ на коэффициент усиления параболического зеркала с произвольным соотношением F и D в аналитической форме. За основу взяты результаты, получен-

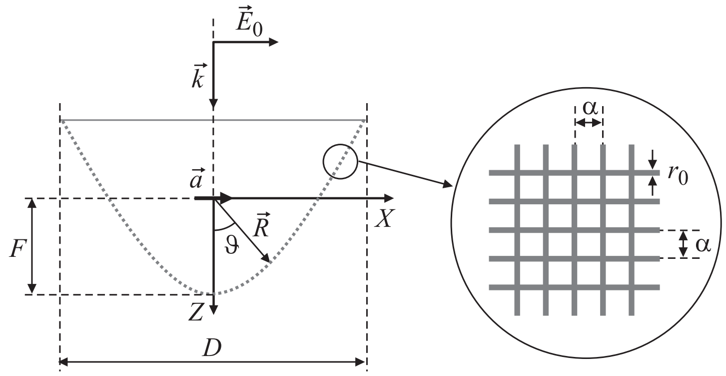

Рис. 1. Постановка задачи и выбранная система координат.

ные авторами при расчете корректирующего сетчатого рефлектора для неровного параболического зеркала [3]. Постановка задачи показана на рис. 1. Центр сферической системы координат (R, ϑ, φ) выбран в фокусе параболоида с фокусным расстоянием F, причем ось OZ ориентирована в направлении вершины параболоида. Поверхность параболоида описывается уравнением $R = 2F/(1 + \cos\vartheta)$, причем для точек на краю апертуры диаметром D угол $\vartheta_{\max}$, который составляет радиус-вектор с осью OZ, такой, что $\cos(\vartheta_{\max}/2) = (1 + D^2/16F^2)^{-1/2} = C$. Рассматривается осевое падение плоской ЭВМ с длиной λ и амплитудой $\vec{E}_0$, поляризованной вдоль оси OX.

В соответствии с принципом Гюйгенса–Киргхофа дифракционное поле $\vec{E}^S$ в фокусе параболоида может быть найдено в форме интеграла по поверхности S параболоида [4]:

$$\vec{E}^S\vec{a} = \int\limits_S \left\{ \left[\vec{n} \times \vec{H}_\tau\right]\vec{E}^D + \left[\vec{n} \times \vec{E}_\tau\right]\vec{H}^D \right\} dS, \tag{1}$$

где $\vec{E}_\tau$ и $\vec{H}_\tau$ — полные касательные составляющие электрического и магнитного полей; $\vec{n}$ — внешняя нормаль, $\vec{E}^D$ и $\vec{H}^D$ — электрическое и магнитное поля в точке интегрирования электрического диполя с моментом $\vec{a}$, расположенного в фокусе.

Будем считать, что сетка параболоида имеет квадратную ячейку и идеальные электрические контакты проводников в узлах. Кроме того, она является достаточно плотной, а проводники проводимостью σ_i и магнитной проницаемостью μ_i — достаточно тонкими: $r_0 \ll \alpha$, $\alpha \ll \lambda$, где r_0 — радиус проводника, α — период сетки. Также предполагается, что D и F многократно превышают λ. В силу указанных предположений можно с достаточной степенью точности считать форму ячейки сетки на параболической поверхности квадратной. Считая радиус кривизны поверхности много большим длины волны, воспользуемся приближением физической оптики. Полное поле на поверхности $\vec{E}_\tau$ в (1) можно выразить с помощью коффициентов отражения от плоской сетки в виде

$$\vec{E}_\tau = \left[\vec{\tau}^{\,H} E_0^H (1 + R^{HH}) + \vec{\tau}^{\,E} E_0^E (1 - R^{EE})\right] \exp(-ikz), \tag{2}$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число; z — вертикальная координата точки интегрирования; $\vec{\tau}^{\,E}$, $\vec{\tau}^{\,H}$ — касательные составляющие ортов, задающих направление электрического поля E- и H-поляризованных компонент падающей волны, а E_0^E, E_0^H — соответствующие значения комплексных амплитуд. Аналогичную формулу можно получить и для $\vec{H}_\tau$. Так как локальный угол падения волны равен $\vartheta/2$, то входящие в (2) коэффициенты отражения равны [1]:

$$R^E = \frac{\cos(\vartheta/2)}{\cos(\vartheta/2) + i\kappa[1 + \Psi - 0.5\sin^2(\vartheta/2)]};$$

$$R^H = \frac{-1}{1 + i\kappa\cos(\vartheta/2)(1 + \Psi)}, \tag{3}$$

где $\kappa = \frac{2\alpha}{\lambda}\ln\left(\frac{\alpha}{2\pi r_0}\right)$ — параметр сетки, а величина Ψ учитывает скин-эффект:

$$\Psi = \Psi_1 + i\Psi_2$$
$$= -\frac{\mu_i}{\ln(\alpha/2\pi r_0)} \frac{(1-i)}{r_0} \sqrt{\frac{1}{2\omega\mu_0\mu_i\sigma_i}} \frac{J_0[r_0(1-i)\sqrt{\omega\mu_0\mu_i\sigma_i/2}]}{J_1[r_0(1-i)\sqrt{\omega\mu_0\mu_i\sigma_i/2}]},$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m; $\omega = 2\pi f$ — круговая частота; $J_m(x)$ — функция Бесселя порядка m.

После подстановки (3) с учетом (2), а также выражений для $\vec{E}^D$, $\vec{H}^D$, E_0^E, E_0^H, $\vec{\tau}^{\,E}$ и $\vec{\tau}^{\,H}$, записанных в выбранной системе координат в (1), можно перейти к однократному интегралу по углу ϑ в пределах от 0 до $\vartheta_{\max}$. Затем, используя замену $\xi = \cos(\vartheta/2)$, можно получить выражение для x-компоненты электрического поля в фокусе:

$$E_x^S = -2ikFE_0(2I_1 + I_2)$$
$$= -2ikFE_0\left\{2\int_1^C \frac{(2\xi^2-1)d\xi}{2\xi + i\kappa(1+2\Psi+\xi^2)} + \int_1^C \frac{d\xi}{\xi[1+i\kappa\xi(1+\Psi)]}\right\}. \quad (4)$$

Путем выделения вещественной и мнимой частей подынтегральных функций (4) и разложения полученных слагаемых на рациональные дроби выражения для слагаемых I_1 и I_2 могут быть получены после интегрирования в замкнутой форме:

$$I_1 = \frac{-i}{\kappa}\left\{2C - 2 - \frac{K_1}{2}\ln\left[\frac{(C - v_1/\sqrt{2})^2 + \beta_1^2}{(1 - v_1/\sqrt{2})^2 + \beta_1^2}\right] - iK_1\left[\operatorname{arctg}\left(\frac{C - v_1/\sqrt{2}}{\beta_1}\right)\right.\right.$$
$$\left. - \operatorname{arctg}\left(\frac{1 - v_1/\sqrt{2}}{\beta_1}\right)\right] - \frac{K_2}{2}\ln\left[\frac{(C + v_1/\sqrt{2})^2 + \beta_2^2}{(1 + v_1/\sqrt{2})^2 + \beta_2^2}\right]$$
$$\left. - iK_2\left[\operatorname{arctg}\left(\frac{C + v_1/\sqrt{2}}{\beta_2}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{1 + v_1/\sqrt{2}}{\beta_2}\right)\right]\right\};$$

$$I_2 = \ln C - \frac{i(1+\Psi)}{2[\Psi_2 - i(1+\Psi_1)]}\left[-2i\left(\operatorname{arctg}\frac{[\Psi_2^2 + (1+\Psi_1)^2]C\kappa - \Psi_2}{1+\Psi_1}\right.\right.$$
$$\left.\left. - \operatorname{arctg}\frac{[\Psi_2^2 + (1+\Psi_1)^2]\kappa - \Psi_2}{1+\Psi_1}\right) - \ln\frac{\kappa^2C^2[\Psi_2^2 + (1+\Psi_1)^2] - 2\kappa\Psi_2 C + 1}{\kappa^2[\Psi_2^2 + (1+\Psi_1)^2] - 2\kappa\Psi_2 + 1}\right], \quad (5)$$

где коэффициенты K_1 и K_2 рассчитываются по следующим формулам:

$$K_1 = -\frac{4i}{\kappa} - K_2;$$

$$K_2 = \frac{-1}{\sqrt{2}}\frac{3 + 4\Psi_1 + 4\kappa^{-2} - 2\sqrt{2}v_2\kappa^{-1} + i(4\Psi_2 + 2\sqrt{2})v_1\kappa^{-1}}{v_1 + iv_2},$$

а выражения для остальных задействованных величин приведены ниже:

$$\beta_1 = \kappa^{-1} + v_2/\sqrt{2}; \quad \beta_2 = \kappa^{-1} - v_2/\sqrt{2};$$

$$v_{1,2} = \sqrt{\sqrt{(\kappa^{-2} + 1 + 2\Psi_1)^2 + 2\Psi_2^2} \mp (\kappa^{-2} + 1 + 2\Psi_1)}.$$

Далее с помощью полученного выражения (4) для E_x^S определяется коэффициент использования площади апертуры (КИП) ν, равный отношению коэффициента усиления (КУ) антенны с сетчатым зеркалом G^{mesh} к КУ антенны со сплошным зеркалом G^{solid}. Предполагается, что уровень принимаемого сигнала в каждом случае пропорционален уровню x-компоненты поля в фокусе. Тогда КИП можно определить как $\upsilon = |E_x^{S\,mesh}/E_x^{S\,solid}|^2$, где $E_x^{S\,mesh}$ рассчитывается по формулам (4)–(5), в то время как поле $E_x^{S\,solid}$ может быть найдено посредством предельного перехода $\kappa \to 0$ в формуле (4). Полученный таким образом интеграл легко вычисляется, что приводит к следующему выражению для КИП:

$$\nu = \frac{|2I_1 + I_2|^2}{(C^2-1)^2}. \tag{6}$$

При отсутствии омических потерь в проводниках сетки $\Psi = 0$, и выражение для КИП существенно упрощается:

$$\begin{aligned}
\nu = \frac{1}{(C^2-1)^2}\Bigg\{ & \Bigg[\frac{1}{\kappa}\left(\frac{3\kappa+4\gamma_1}{2\sqrt{\kappa^2+1}}\ln\frac{C^2+\gamma_1^2}{1+\gamma_1^2} - \frac{3\kappa-4\gamma_2}{2\sqrt{\kappa^2+1}}\ln\frac{C^2+\gamma_2^2}{1+\gamma_2^2}\right) \\
& + \ln C - \frac{1}{2}\ln\frac{1+\kappa^2C^2}{1+\kappa^2}\Bigg]^2 \\
& + \Bigg[\frac{2}{\kappa}\left(2C - 2 + \frac{3\kappa+4\gamma_1}{2\sqrt{\kappa^2+1}}\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{\gamma_1} - \operatorname{arctg}\frac{C}{\gamma_1}\right)\right) \\
& + \frac{3\kappa-4\gamma_2}{2\sqrt{\kappa^2+1}}\left(\operatorname{arctg}\frac{1}{\gamma_2} - \operatorname{arctg}\frac{C}{\gamma_2}\right) + \operatorname{arctg}(C\kappa) - \operatorname{arctg}\kappa\Bigg]^2\Bigg\},
\end{aligned} \tag{7}$$

где $\gamma_{1,2} = (\sqrt{\kappa^2+1} \pm 1)/\kappa$.

Таким образом, учет „сетчатости“ произвольного параболического зеркала может быть осуществлен умножением КУ соответствующего сплошного зеркала на величину КИП, рассчитываемую по формулам (6), (7). На рис. 2 приведено семейство зависимостей КИП от соотношения F/D для сеток различной плотности. Заметим, что КИП зависит только от соотношения F и D, в то время как КУ пропорционален квадрату F, либо D. Кривые, проведенные жирной линией на рис. 2, *a*, представлены для $r_0/\alpha = 0.1$, и трех значений α/λ для частоты 300 GHz, $\sigma_i = 11.5$ MS/m. Также на рис. 2, *a* представлены тонкие горизонтальные прямые линии, соответствующие приближению,

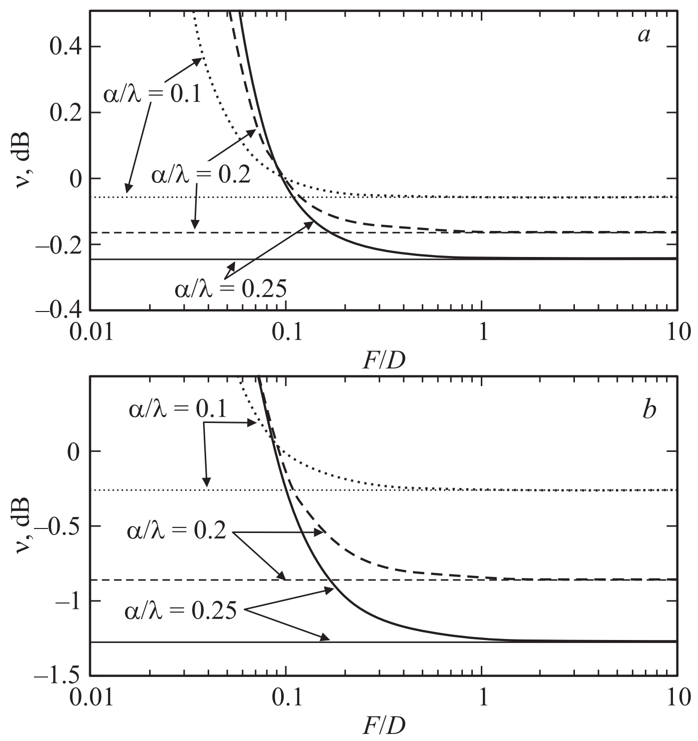

Рис. 2. Зависимости КИП от F/D при $r_0/\alpha = 0.1$ (a), $r_0/\alpha = 0.05$ (b).

сделанному в [2], и рассчитанные по следующей формуле:

$$\nu \approx |R^E(0)|^2 = |R^H(0)|^2. \tag{8}$$

На рис. 2, b приведены аналогичные характеристики, но для случая $r_0/\gamma = 0.05$.

Из графиков, представленных на рис. 2, видно, что КИП, вносимый за счет замены металлического зеркала сетчатым, рассчитанный по полученным формулам (4), (5), зависит от F/D и заметно отличается от найденного по формуле (8) уже в диапазоне $F = (0.25 \div 1)D$. Для мелких зеркал ($F/D \gg 1$) отражение в каждой точке поверхности параболоида происходит практически под одним и тем же углом, близким к нулю. Поэтому КУ сетчатого зеркала оказывается пропорциональным квадрату модуля коэффициента отражения сетки для нормального падения. В результате происходит снижение КУ по сравнению со сплошным зеркалом ($\nu < 1$). Для глубоких же зеркал области, далекие от центра параболоида, отражают падающую волну в фазе, если близки к плоскости поляризации (XOZ), и в противофазе, если они близки к ортогональной плоскости (YOZ). Таким образом, области, равноудаленные от центра параболоида, могут отражать волну с фазой, отличающейся на π из-за различия в типе поляризации. Этот эффект, присущий сплошному металлическому зеркалу, снижает КУ с уменьшением фокусного расстояния при постоянном диаметре апертуры из-за перехода энергии падающей волны в кросс-поляризованную составляющую поля. С другой стороны, тонкопроволочная сетка при падении волны под скользящим углом имеет коэффициент отражения по H-поляризации, близкий к -1 (как и сплошное зеркало), но в случае E-поляризации падающей волны становится почти прозрачной. Поэтому часть зеркала начинает пропускать падающее излучение, вместо того чтобы создавать противофазную отраженную волну. В итоге, несмотря на потерю мощности за счет пропускания E-поляризации, КУ сетчатого зеркала может оказаться выше, чем в случае сплошного за счет отсутствия противофазных отраженных волн. Сказанное иллюстрируется кривыми на рис. 2, где $\nu > 1$ при $F/D \ll 1$.

Заметим в заключение, что результаты данной работы справедливы для параболических антенн с облучателем в виде точечного диполя. Однако принцип повышения КУ глубокого зеркала при переходе от сплошной отражающей поверхности к сетчатой действует для произвольного линейно-поляризованного облучателя, значительно не превышающего по размерам фокальное пятно.

Список литературы

[1] *Конторович М.И., Астрахан М.И., Акимов В.П., Ферсман Г.А.* Электродинамика сетчатых структур. М.: Радио и связь, 1987. 135 с.

[2] *David C. Jenn, Prata A.Jr., Willard V.T. Rusch, Barclay M.R.* // IEEE Trans. on Antennas and Propagation. 1989. V. 37. N 11. P. 1484–1486.

[3] *Акимов В.П., Глыбовский С.Б., Дубрович В.К.* // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика, телекоммуникации, управление. 2011. № 3(126). С. 52–61.

[4] *Каценеленбаум Б.З.* Высокочастотная электродинамика. М.: Наука, 1966. 240 с.