03;04

Характерная длина и время усиления лавины убегающих электронов в сильных электрических полях

© Е.В. Орешкин, С.А. Баренгольц, В.И. Орешкин, С.А. Чайковский

Физический институт им. П.Н. Лебедева, Москва
Институт сильноточной электроники, Томск
Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Москва
E-mail: oreshkinev@scalpnet.ru

Поступило в Редакцию 26 февраля 2012 г.

С помощью метода Монте-Карло рассчитаны зависимости длины экспоненциального нарастания лавины убегающих электронов от напряженности электрического поля и давления воздуха и гелия. Результаты расчетов позволяют сделать вывод, что при равных значениях напряженности электрического поля длина и время экспоненциального нарастания лавины убегающих электронов уменьшаются при уменьшении давления и атомного номера газа, в котором происходит разряд.

В разрядах атмосферного давления убегающие электроны (УЭ) были обнаружены в конце 1960-х годов (см., например, обзор [1]). Начиная с этого времени УЭ интенсивно исследуются в лабораторных газовых разрядах как при субнаносекундных временах нарастания импульса напряжения [1–5], так и при микросекундных временах нарастания [1,6–8]. В первом случае используются короткие разрядные промежутки (от нескольких миллиметров до нескольких сантиметров) при больших перенапряжениях, т. е. при средней напряженности поля в промежутке E_{av}, значительно превышающей напряженность электрического поля при статическом пробое E_{br}, которая в воздухе атмосферного давления составляет $\sim 30\,\mathrm{kV/cm}$ [9]. Во стором случае, как правило, используются более длинные разрядные промежутки, в которых средняя напряженность электрического поля E_{av} сравнима с E_{br}. При прохождении пучка УЭ в газе формируется пробой [1,2], механизм которого основан на ионизации атомов газа быстрыми электронами. Предполагается, что лавины УЭ развиваются в относительно слабых грозовых полях, напряженность которых $\sim 2-3\,\mathrm{kV/cm}$ [10,11]. При таких значениях напряженности длина экспоненциального нарастания лавины, приведенная к атмосферному давлению, составляет сотни метров [12].

Появление убегающих электронов в веществе, помещенном в электрическое поле, связано с уменьшением силы торможения при росте энергии электрона. Для газа сила торможения электрона за счет неупругих потерь, с передачей энергии, не превышающей ε_1, может быть записана в виде [13]:

$$F(\varepsilon_1) = \frac{2\pi e^4 Zn}{mv^2}\left(\frac{2mv^2\varepsilon_1}{J^2}\right), \tag{1}$$

где v, e, m — скорость, заряд и масса электрона Z, n, J — заряд ядра, концентрация атомов газа и средняя энергия неупругих потерь в газе. Так как изменение электрона ε_k описывается уравнением $d\varepsilon_k/dt = veE - vF(\varepsilon_k)$, то можно найти минимальную энергию $\varepsilon_k^{\min}$, при которой в постоянном электрическом поле с напряженностью E электрон начнет непрерывно ускоряться [см., например, 9]:

$$E = \frac{2\pi e^3 Zn}{\varepsilon_k^{\min}}\left(\frac{2\varepsilon_k^{\min}}{J}\right). \tag{2}$$

При напряженности электрического поля, равной критическому значению $E_{cr} \approx 4\pi e^3 Zn/2.718J$, которое соответствует максимуму силы торможения, все электроны переходят в режим непрерывного ускорения [9]. Выражение для E_{cr}, приведенное выше, и выражение (2) являются лишь оценками, более точные значения величин E_{cr} и $\varepsilon_k^{\min}$ могут быть получены только с помощью численных расчетов [14].

Найдем число электронов на единицу длины с энергией $\varepsilon'_k \geqslant \varepsilon_k^{\min}$, которые рождаются при ионизации атомов быстрым электроном с энергией ε_k. Торможение электрона с передачей энергии в интервале между ε' и $\varepsilon' + d\varepsilon'$ равно [15]:

$$dF(\varepsilon') = \frac{2\pi e^4 Zn}{mv^2\varepsilon'}d\varepsilon'. \tag{3}$$

Число вторичных электронов $N_{es}(\varepsilon')$, энергия которых лежит в интервале от ε' до $\varepsilon' + d\varepsilon'$, связано с силой торможения следующим соотношением

$$\frac{dF(\varepsilon')}{d\varepsilon'} = \varepsilon' \frac{\partial^2 N_{es}(\varepsilon')}{\partial x \partial \varepsilon'}.$$

Проинтегрировав последнее выражение в пределах от $\varepsilon_k^{\min}$ до ε_k, с учетом (3) получим число вторичных электронов на единицу длины, способных перейти в режим непрерывного ускорения:

$$\frac{\partial N_{es}}{\partial x} = \frac{2\pi e^4 Zn}{mv^2}\left(\frac{1}{\varepsilon_k^{\min}} - \frac{1}{\varepsilon_k}\right). \tag{4}$$

Выражение (4) позволяет сделать оценку длины экспоненциального нарастания лавины убегающих электронов l_a. Такая оценка сделана в работе [11] для слабых электрических полей, характерных для грозовых облаков, где величина $\varepsilon_k^{\min}$ порядка mc^2, а электроны лавины релятивистские. В этом пределе

$$l_a \approx \left(\frac{\partial N_{es}}{\partial x}\right)^{-1} \approx \frac{mc^2\varepsilon_k^{min}}{2\pi e^4 Zn}. \tag{5}$$

Воспользовавшись для величины $\varepsilon_k^{\min}$ аппроксимацией $\varepsilon_k^{\min} \approx aE_{cr}J/E_{av}$, где $a \approx (15-20)$ — безразмерный коэффициент, (5) можно переписать в виде [11]:

$$l_a \approx \frac{2a}{2.718}\frac{mc^2}{eE_{av}}. \tag{5a}$$

Однако в сильных электрических полях, когда $\varepsilon_k^{\min} \ll mc^2$ и скорости убегающих электронов в лавине могут быть существенно меньше скорости света, эта оценка не применима. Действительно, согласно (3), наибольшее число вторичных электронов, способных стать УЭ, рождаются с энергией порядка $\varepsilon_k^{\min}$. Кроме того, в нерелятивистском пределе максимум выражения (4) приходится на энергию налетающего электрона $\varepsilon_k = 2\varepsilon_k^{\min}$, т.е. электроны с такой энергией имеют наибольшую вероятность образовать вторичный убегающий электрон и должны играть существенную роль при формировании лавины. Поэтому можно сделать другую оценку величины l_a:

$$l_a \approx \frac{mv_m^2\varepsilon_k^{\min}}{\pi e^4 Zn}, \tag{6}$$

где

$$v_m = c\sqrt{\frac{4((\varepsilon_k^{\min})^2 + \varepsilon_k^{\min}mc^2)}{(2\varepsilon_{kn}^{|min} + mc^2)^2}} \approx \sqrt{\frac{4\varepsilon_k^{\min}}{m}}.$$

Тогда с учетом линейной аппроксимации $\varepsilon_k^{\min}$:

$$l_a \approx \frac{2(\varepsilon_k^{\min})}{\pi e^4 Zn} \approx \frac{32\pi a^2}{7.39}\frac{e^2 Zn}{E_{av}^2}. \tag{6a}$$

Как видно, оценки (5) и (6) значительно отличаются друг от друга. Различие, в первую очередь, вызвано различием в оценке налетающего электрона, которая может меняться в пределах $v_m/\sqrt{2} \leqslant b \leqslant c$. В релятивистском пределе, при малых электрических полях, длина экспоненциального нарастания лавины не зависит от концентрации газа и обратно пропорциональна средней напряженности электрического поля. В нерелятивистском пределе, при больших электрических полях, зависимость от средней напряженности электрического поля более сильная и, кроме того, появляется зависимость от концентрации и заряда ядра атомов газа. Как показывает рис. 1, на котором представлены зависимости l_a от E_{av}, при различных давлениях газа, выражение (5) является оценкой сверху, а выражение (6) — оценкой снизу.

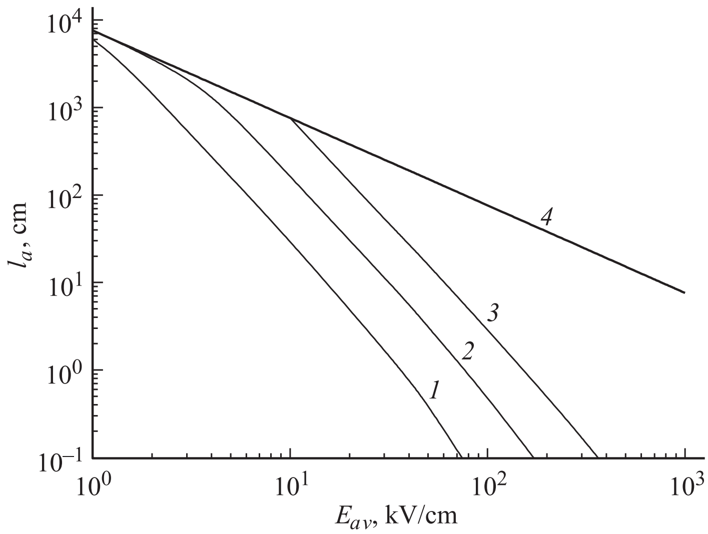

Рис. 1. Зависимость длины экспоненциального нарастания лавины убегающих электронов в воздухе l_a от среднего значения электрического поля: кривая *1* рассчитана по (6) при давлении 0.3 atm; кривая *2* — по (6) при 1 atm; кривая *3* — по (6) при 3 atm; кривая *4* — по (5a).

Более точное значение длины экспоненциального нарастания лавины убегающих электронов могут дать лишь численные расчеты, в которых учитывается распределение УЭ по скоростям. Для расчетом l_a использовалась двухмерная численная модель, основанная на методе Монте-Карло. Основным уравнением в той модели являлось уравнение, описывающее изменение импульса электрона в постоянном электрическом поле E_{av}:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = e\mathbf{E}_{av} - \mathbf{F}(\varepsilon_k) - (\Delta\mathbf{p})_{el}, \tag{7}$$

где $(\Delta\mathbf{p})_{el}$ — изменение импульса электрона при упругом рассеянии. Вычислялись две компоненты импульса: p_x — параллельная вектору $\mathbf{E}_{av}$; p_y — перпендикулярная вектору $\mathbf{E}_{av}$.

В (7) сила торможения разбивалась на два слагаемых:

$$\mathbf{F}(\varepsilon_k) = \frac{2\pi e^4}{mv^2} \ln\left(\frac{2mv^2\varepsilon_k^{\min}}{J^2}\right)\frac{\mathbf{v}}{v} + \mathbf{F}_{es}. \tag{8}$$

Первое слагаемое описывает торможение с передачей энериги $< \varepsilon_k^{\min}$, т. е. не приводящее к появлению УЭ. Второе слагаемое

$$|F_{es}| = \frac{2\pi e^4 Zn}{mv^4} \ln\left(\frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_k^{\min}}\right)$$

описывает торможение с передачей энергии $> \varepsilon_k^{\min}$, приводящее к появлению УЭ. При интегрировании (7) первое слагаемое учитывалось детерминированным образом, а для учета второго слагаемоего строился случайный процесс. На первом этапе этого процесса для УЭ на длине пути $\Delta x = v\Delta t$, где Δt — шаг интегрирования, разыгрывалось рождение электрона с энергией $> \varepsilon_k^{\min}$. Вероятность рождения электрона, согласно (4), равна:

$$P = \frac{2\pi e^4 Zn}{mv^2}\left(\frac{1}{\varepsilon_k^{\min}} - \frac{1}{\varepsilon_k}\right)\Delta x.$$

В случае положительного исхода разыгрывалось значение энергии рожденного электрона ε_2', которое лежит в пределах $\varepsilon_k^{\min} < \varepsilon_2' < \varepsilon_k$ и, как следует из (3), распределено $\sim 1/(\varepsilon_2')^2$. Далее вычислялись углы вылета первичного и вторичного электронов и компоненты их импульса. Так как в нашем случае $\varepsilon_k > \varepsilon_k^{\min} \gg I_a$, где I_a — потенциал ионизации атомов газа, а скорость налетающего электрона много

Характерное время усиления лавины τ_a[ns] в воздухе при давлени 1 atm

Упругое рассеяние	Не учитывается			Учитывается		
E_{av}, kV/cm	4.36	10.9	17.44	4.36	10.9	17.44
Lihtinen et al. [18]	–	–	–	174.4	33.2	17.3
Бабич и др. [12]	81	20.1	10.7	189.7	34.3	17.8
Данная работа	76	19.8	10.7	209	26.3	14.9

больше орбитальной скорости электронов, то столкновение первичного электрона с атомарным можно рассматривать как упругое столкновение быстрой частицы с первоначально покоящейся частицей. В этом случае углы вылета в лабораторной системе координат равны [16]:

$$\cos\theta_1 = \frac{(\varepsilon_k + 2mc^2)\varepsilon_1'}{p_1 p_1' c^2}; \quad \cos\theta_2 = \frac{(\varepsilon_k + 2mc^2)\varepsilon_2'}{p_1 p_2' c^2},$$

где ε_k, p_1 — кинетическая энергия и импульс налетающего электрона до столкновения; ε_1', p_1' — кинетическая энергия и импульс первичного электрона после столкновения; ε_2', p_2' — энергия и импульс вторичного электрона; θ_1, θ_2 — углы рассеяния первичного и вторичного электронов соответственно.

Учет упругих электрон-атомных столкновений также проводился с помощью метода Монте-Карло. Использовался следующий алгоритм: на каждом временнóм шаге после интегрирования уравнения (7) для каждой частицы проводился розыгрыш возможного столкновения. В случае положительного исхода по методике, описанной в [17], разыгрывались углы рассеяния.

Численное моделирование проводилось для воздуха и гелия, в ходе моделирования изменялись давление газов и E_{av}. При расчете считалось, что воздух состоит из азота (78% от массы), кислорода (21%) и аргона (1%). В начальный момент времени ($t = 0$) присутствовал один электрон с энергией $\varepsilon_k = 1\,\mathrm{MeV}$, расчет проводился до появления $\sim 10^4 - 10^5$ вторичных электронов (N_{sec}). Следует отметить, что не все вторичные электроны переходят в режим непрерывного ускорения. В зависимости от напряженности электрического поля и давления газа число УЭ (N_{es}) в расчетах составляло 40–80% от N_{sec}. Длина экспоненциального нарастания лавины убегающих электронов l_a и время экспоненциального нарастания вычислялись в соответствии

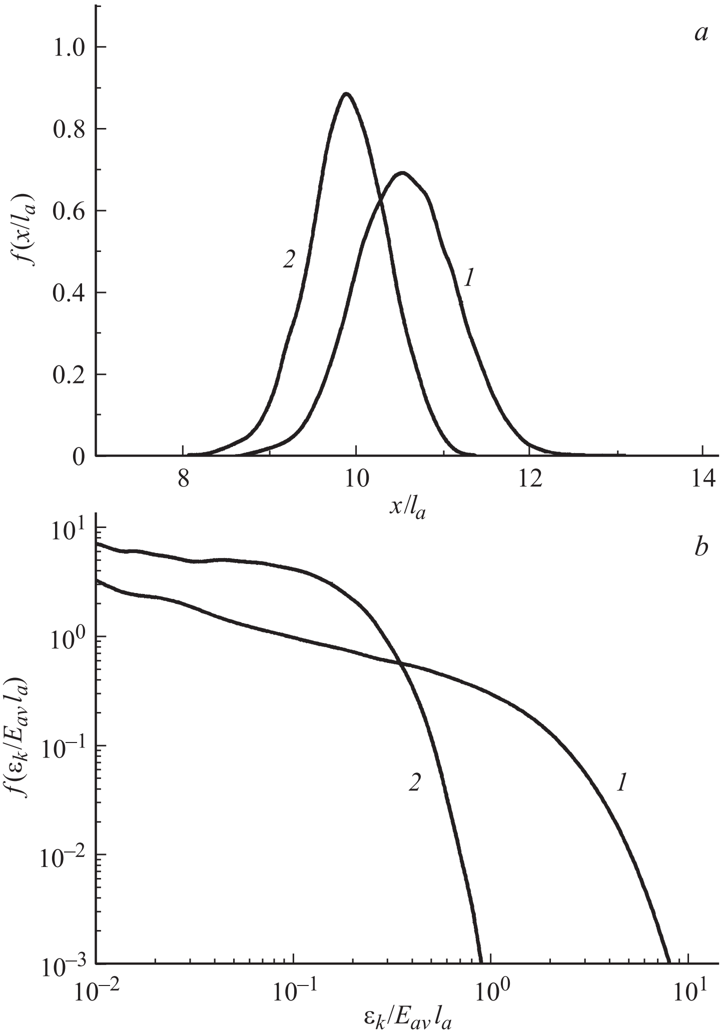

Рис. 2. Нормированные функции распределения УЭ при давлении воздуха 1 atm в зависимости от пространственной координаты (a) и от энергии электронов (b). Кривые *1* при $E_{av} = 200$ kV/cm ($l_a = 10.4$ cm, $N_{sec} = 10^5$, $N_{es} = 0.4 \cdot 10^5$); кривые *2* при $E_{av} = 4.36$ kV/cm ($l_a = 3.9 \cdot 10^3$ cm, $N_{sec} = 10^5$, $N_{es} = 0.2 \cdot 10^5$).

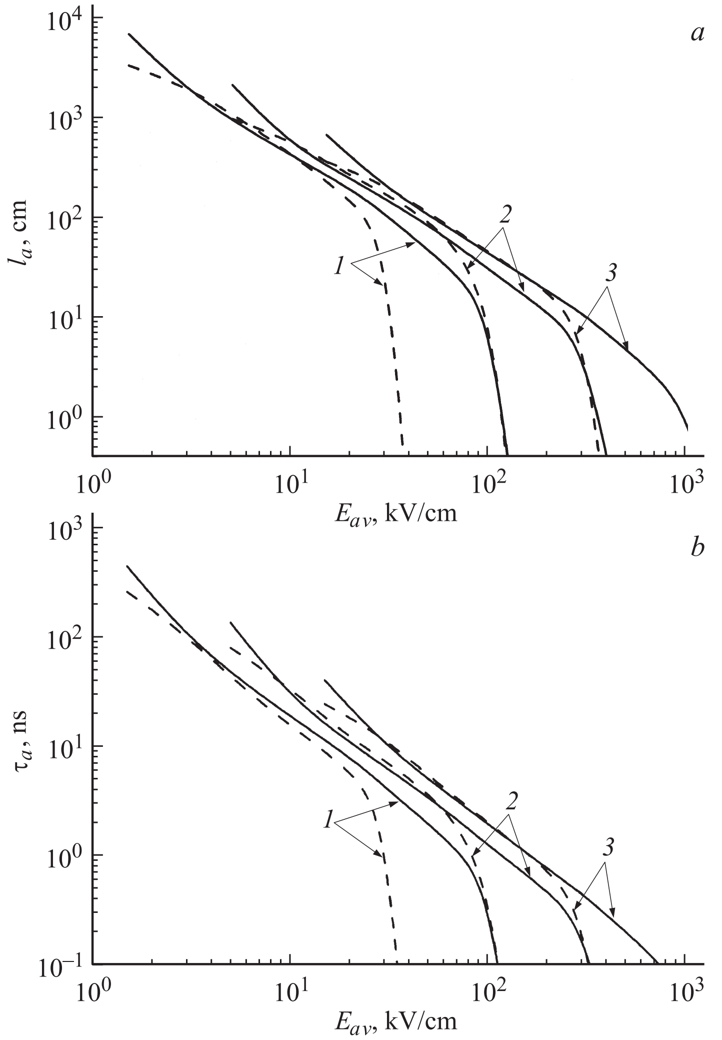

Рис. 3. Зависимость l_a и τ_a от среднего значения электрического поля для воздуха (сплошные линии) и гелия (пунктирные линии) при давлении: *1* — 0.3 atm; *2* — 1 atm; *3* — 3 atm.

с выражениями: $N_{es} = \exp(l_f/l_a)$; $N_{es} = \exp(t_f/\tau_a)$, где τ_f — время в конце расчета; l_f — положения максимума функции распределения в конце расчета (рис. 2, a). В таблице для воздуха при атмосферном давлении и при различной напряженности электрического поля представлены сравнения значений величины τ_a, вычисленных по описанной методике, с расчетами других авторов. В данной таблице представлены результаты расчетов без учета [12] и с учетом [12,18] упругого рассеяния электронов атомами газа.

На рис. 2 представлены пространственные (рис. 2, a) и энергетические (рис. 2, b) функции распределения электронов в лавине для двух вариантов: $E_{av} = 200\,\text{kV/cm} \gg E_{br}$; $E_{av} = 4.36\,\text{kV/cm} \ll E_{br}$. Рис. 2, a показывает, что как при больших, так и при малых E_{av} функция распределения УЭ в пространстве (по координате x, вдоль поля) близка к гауссовской, с шириной на полувысоте, приблизительно равной l_a. Скорость распространения лавины УЭ $v_l = l_a/\tau_a$ при $E_{av} = 200\,\text{kV/cm}$ равна $2.45 \cdot 10^{10}$ cm/s, а при $E_{av} = 4.36\,\text{kV/cm}$ — $1.85 \cdot 10^{10}$ cm/s. На рис. 3 приведены значения величин l_a (рис. 3, a) и τ_a (рис. 3, b) в зависимости от E_{av}. Как видно из этого рисунка, расчетные значения l_a больше, чем предсказывает оценка (6), однако эта оценка правильно отражает качественные зависимости l_a от давления и атомного номера газа. Вычисленные значения l_a и τ_a позволяют сделать вывод: при равных значениях напряженности электрического поля длина и время экспоненциального нарастания лавины убегающих электронов уменьшаются при уменьшении давления и атомного номера газа, в котором происходит разряд.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ: грант № 10-08-01283-а, грант № 10-08-01249-а.

Список литературы

[1] *Бабич Л.П., Лойко Т.В., Цукерман В.А.* // УФН. 1990. Т. 60. В. 7. С. 49–82.
[2] *Бабич Л.П., Станкевич Ю.Л.* // ЖТФ. 1972. Т. XLII. В. 8. С. 1669–1673.
[3] *Яландин М.И., Месяц Г.А., Реутова А.Г.* и др. // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37. В. 8. С. 56–65.
[4] *Gurevich A.V., Mesyats G.A., Zybin K.P.* et al. // Phys. Lett. A. 2011. V. 375. P. 2845–2849.
[5] *Тарасенко В.Ф., Бакшт Е.Х., Бураченко А.Г.* и др. // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36. В. 8. С. 60–67.

[6] *Бабич Л.П., Лойко Т.В.* // ДАН. 2009. Т. 429. № 1. С. 35–39.
[7] *Dwyer J.R., Saleh Z., Rassoul H.K.* et al. // J. Geophys. Res. 2008. V. 113. D2307. P. 1–12.
[8] *Орешкин Е.В., Баренгольц С.А., Огинов А.В.* и др. // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37. В. 12. С. 80–87.
[9] *Королев Ю.Д., Месяц Г.А.* Физика импульсного пробоя газов. М.: Наука, 1991. 223 с.
[10] *Gurevich A.V., Milikh G.A., Rousel-Dupre R.* // Phys. Lett. A. 1992. V. 165. P. 463–468.
[11] *Гуревич А.В., Зыбин К.П.* // УФН. 2001. Т. 171. В. 11. С. 1178–1199.
[12] *Бабич Л.П., Донской Е.Н., Илькаев Р.И.* и др. // Физика плазмы. 2004. Т. 30. С. 666–674.
[13] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. М.: Наука, 1989. 767 с.
[14] *Bakhov K.I., Babich L.P., Kusyk I.M.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 2000. V. 28. N 4. P. 1254–1262.
[15] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Физматгиз, 1959. 532 с.
[16] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. М.: Физматгиз, 1962. 422 с.
[17] *Ткачев А.Н., Яковленко С.И.* // Труды ИОФАН. 2007. Т. 63. С. 102–131.
[18] *Lehtinen N.G., Bell T.F., Inan U.S.* // J. Geophys. Res. 1999. V. 104. N A11. P. 24 699–24 712.