

04

Поперечное движение частицы с осциллирующим зарядом в магнитном поле

© А.Е. Дубинов

Национальный исследовательский ядерный университет
„Московский инженерно-физический институт“ —
Саровский физико-технический институт, Саров
E-mail: dubinov-ae@yandex.ru

Поступило в Редакцию 24 ноября 2010 г.

Установлено, что частица с осциллирующим электрическим зарядом может испытывать поперечный дрейф в однородном магнитном поле. Дрейф имеет резонансный характер и неустраним даже при малой амплитуде осцилляций заряда.

Известно, что пылинка, движущаяся в плазме, приобретает электрический заряд за счет поглощения ее поверхностью электронов и ионов. При этом нестационарные плазменные процессы приводят к тому, что заряд пылинки изменяется во времени.

Законы движения точечной частицы, заряд которой изменяется во времени, изучались, например, в [1,2] применительно к движению пылинки в планетарных пылевых кольцах и магнитосферах крупных планет.

Если в плазме распространяется гармоническая волна, поперечная [3] или продольная [4], то можно с известной точностью считать, что заряд пылинки осциллирует во времени по гармоническому закону

на частоте волны:

$$q(t) = q_0 + q_1 \cos \Omega t. \quad (1)$$

В обычной электрон-ионной плазме, как правило, выполняются неравенства $q_0 < 0$ и $|q_0| \gg |q_1|$. Но в электрон-позитронной плазме, в фуллереновой $C_{60}^+C_{60}^-$ -плазме, а также в других симметричных плазмах, содержащих частицы противоположных зарядов одинаковой или почти одинаковой массы, может выполняться обратное $|q_0| \ll |q_1|$ и даже $q_0 = 0$. Кроме того, в некоторых специфических условиях заряд пылинки может меняться более сложным образом, например скачком [5].

В связи с этим представляет интерес исследовать законы движения частицы с осциллирующим зарядом (1) во внешних полях. Оказывается, осциллирующая добавка к величине заряда может коренным образом изменить характер такого движения. Например, недавно в [6] было установлено, что в осциллирующем на частоте Ω электрическом поле к пондеромоторной силе Гапонова–Миллера добавляется несколько новых слагаемых, одно из которых не исчезает даже для случаев однородных плазмы и поля и приводит к направленному транспорту пылинки в плазме.

В данной работе изучалось движение точечной частицы с зарядом (1) в однородном магнитном поле. Отметим, что в сильных и обширных магнитных полях пылинки в плазме могут быть замагничены (см., например, [7]).

Рассмотрим задачу в следующей геометрической постановке. Пусть частица вылетает из начала координат с начальной скоростью v_{x0} , перпендикулярной магнитному полю B_z . Тогда движение описывается системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = (\omega_0 + \omega_1 \cos \Omega t)v_y, \\ \frac{dv_y}{dt} = -(\omega_0 + \omega_1 \cos \Omega t)v_x, \end{cases} \quad (2)$$

где $\omega_{0,1} = q_{0,1}B_z/mc$, m — масса частицы, c — скорость света в пустоте.

Решение системы легко находится и выражается в виде повторных тригонометрических функций:

$$\begin{cases} v_x = v_{x0} \cos \left(\omega_0 t + \frac{\omega_1}{\Omega} \sin \Omega t \right), \\ v_y = -v_{x0} \sin \left(\omega_0 t + \frac{\omega_1}{\Omega} \sin \Omega t \right). \end{cases} \quad (3)$$

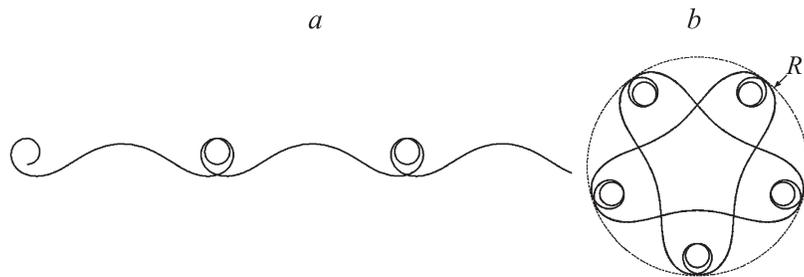


Рис. 1. Примеры траекторий частицы с осциллирующим зарядом в однородном магнитном поле: *a* — дрейф при $\omega_0/\Omega = 2$, $\omega_1/\Omega = 3/5$; *b* — финитное движение при $\omega_0/\Omega = 12/5$, $\omega_1/\Omega = 3/5$ (пунктир — накрывающая траекторию окружность).

Построение траектории частицы может быть выполнено с помощью численного интегрирования

$$\begin{cases} x = \int_0^t v_x dt, \\ y = \int_0^t v_y dt, \end{cases} \quad (4)$$

так как аналитическое интегрирование повторных тригонометрических функций не представляется возможным.

При анализе (3) и (4) было обнаружено, что для некоторых параметров частица испытывает неограниченное поперечное дрейфовое движение, а для других параметров частица движется по финитной траектории, целиком лежащей в некоторой кольцевой области. Примеры траекторий показаны на рис. 1: неограниченная дрейфовая траектория — на рис. 1, *a*, а финитная траектория — на рис. 1, *b*.

Найдем условия, когда частица не удерживается магнитным полем и испытывает поперечный дрейф вдоль оси Ox . Для этого v_x из (3) удобно представить в виде

$$v_x = v_{x0} \left[\cos \omega_0 t \cos \left(\frac{\omega_1}{\Omega} \sin \Omega t \right) - \sin \omega_0 t \sin \left(\frac{\omega_1}{\Omega} \sin \Omega t \right) \right]. \quad (5)$$

Проанализируем сначала, например, 1-е слагаемое во внешних скобках (5). В него входят два сомножителя: периодическая функция

$\cos \omega_0 t$ с периодом $T_1 = 2\pi/\omega_0$ и с нулевым средним и периодическая повторная тригонометрическая функция $\cos[(\omega_1/\Omega) \sin \Omega t]$ с периодом $T_2 = 2\pi/\Omega$ и ненулевым средним. Разложим последнюю в ряд Фурье (в силу ее четности — по косинусам):

$$\cos \left[\left(\frac{\omega_1}{\Omega} \right) \sin \Omega t \right] = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\Omega t. \quad (6)$$

Будем считать, что периоды T_1 и T_2 соизмеримы, т.е. что они связаны целыми числами $mT_1 = lT_2$. В этом случае обе функции будут иметь общий период $T = T_1 \text{НОК}(m, l)$. После подстановки (6) в v_x (4) интеграл, берущийся по общему периоду T , сведется к сумме интегралов от произведений $\cos \omega_0 t \cos n\Omega t$. Тогда из правила ортогональности косинусов [8] следует, что для отличия суммы интегралов от нуля, т.е. для существования дрейфа, необходимо и достаточно, чтобы

$$\omega_0 = n\Omega \quad \text{при} \quad n = 1, 2, \dots, \quad (7)$$

а это возможно только для одного слагаемого суммы. К натуральному набору резонансных n в (7) следует также добавить и нулевое значение, которое может соответствовать симметричной электрон-позитронной плазме, т.е. $\omega_0 = 0$.

Аналогичное рассмотрение можно провести и для второго слагаемого (6), разложив $\sin[(\omega_1/\Omega) \sin \Omega t]$ в ряд Фурье по синусам. Прямым вычислением легко проверить, что для этого ряда коэффициент при резонансном слагаемом всегда не равен совпадающему по номеру коэффициенту ряда в [6], поэтому разность резонансных слагаемых в [5] всегда не равна нулю. Это означает, что резонансный дрейф не может быть скомпенсирован!

Если же провести подобный анализ v_y из (3), то можно показать, что в направлении оси Oy дрейф отсутствует, так как разложение функций в ряд Фурье приводит к смешанным тригонометрическим произведениям $(\sin \cdot \cos)$ в интегралах, которые всегда дают нуль [7].

Кратко поясним теперь физический механизм дрейфа. В резонансных условиях (7) радиус кривизны траектории испытывает колебания, синхронные с основным вращением на частоте ω_0 , так что в некоторой фазе вращения траектория оказывается изогнутой сильнее, чем в противофазе. В итоге траектория будет иметь вид, показанный на рис. 1, а.

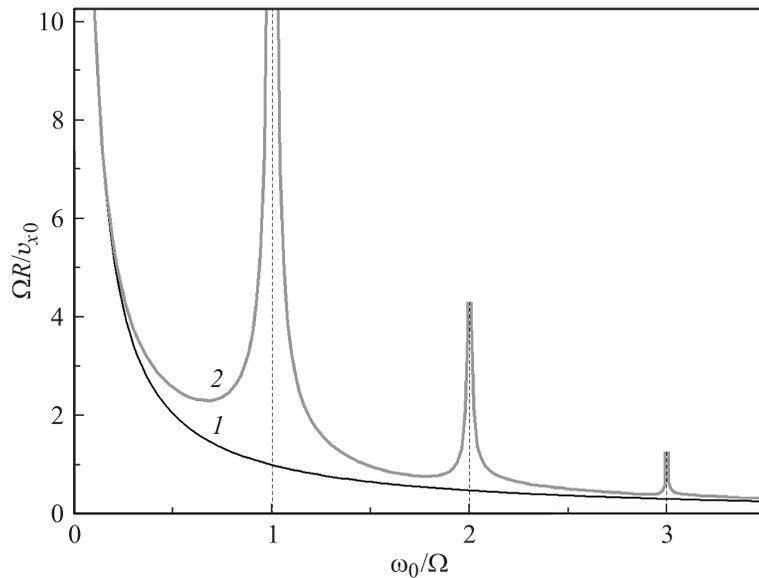


Рис. 2. Зависимость безразмерного радиуса R , нормированного на v_{x0}/Ω , окружности, накрывающей финитную траекторию, от отношения ω_0/Ω (кривая 1 — при $\omega_1/\Omega = 0$ для обычного ларморовского вращения; 2 — при $\omega_1/\Omega = 1/10$; вертикальные пунктирные прямые — дрейфовые резонансы).

Близкий к этому механизму циклотронный дрейф частицы с постоянным электрическим зарядом может наблюдаться, например, вдоль границы, разделяющей две области с различными значениями ларморовского радиуса [9,10], или в однородном, но вращающемся во времени магнитном поле [11,12].

Перейдем к рассмотрению финитного движения. Если заряд частицы постоянен, т.е. $\omega_1 = 0$, то частица, как известно, вращается по окружности с ларморовским радиусом $R = v_{x0}/\omega_0$. Для сложного вращения частицы с осциллирующим зарядом, т.е. для $\omega_1 \neq 0$, вычислялся минимальный радиус окружности R , полностью накрывающей финитную траекторию, как показано на рис. 1, *b*. На рис. 2 представлена зависимость радиуса R этой окружности, нормированного на v_{x0}/Ω , от отношения

ω_0/Ω ; там же показана для сравнения зависимость нормированного радиуса $R = v_{x0}/\omega_0$ обычного ларморовского вращения.

Видно, что полученная зависимость коренным образом отличается от зависимости $R = v_{x0}/\omega_0$: она почти всегда выше ларморовской и имеет особенности вблизи резонансов в виде вертикальных асимптот, когда частица не удерживается магнитным полем. При этом эффективная ширина резонансов уменьшается с увеличением их номера.

Таким образом, в работе установлено, что частица с осциллирующим электрическим зарядом по типу (1) может испытывать поперечный дрейф в однородном магнитном поле. Дрейф имеет резонансный характер и неустраим даже для малых q_1 . Это явление позволит по-новому взглянуть на формирование пылевых структур в планетарных магнитосферах и, в частности, на возможные причины появления полосатых изображений колец Сатурна [1].

Автор благодарен Ю.Б. Кудасову за помощь в работе.

Работа сделана в рамках проекта РФФИ № 10-02-90418-Укр_а.

Список литературы

- [1] *Dikarev V.V.* // *Astron. & Astrophys.* 1999. V. 346. N 3. P. 1011.
- [2] *Howard J.E.* // *Phys. Lett. A.* 2007. V. 366. N 1–2. P. 91.
- [3] *Старостин А.Н., Петрушевич Ю.В.* // *Физика плазмы.* 2005. Т. 31. № 3. С. 233.
- [4] *Дубинов А.Е., Сазонкин М.А.* // *ЖТФ.* 2008. Т. 78. В. 9. С. 29.
- [5] *Meyer-Vernet N.* // *Astron. & Astrophys.* 1982. V. 105. N 1. P. 98.
- [6] *Дубинов А.Е.* // *Письма в ЖТФ.* 2011. Т. 37. В. 3. С. 59.
- [7] *Rosenberg M.* // *Phys. Scripta.* 2010. V. 82. N 3. P. 035505-1.
- [8] *Воробьев Н.Н.* *Теория рядов.* М.: Наука, 1979.
- [9] *Dodin I.Y., Fisch N.J.* // *Phys. Rev. E.* 2001. V. 64. N 1. P. 016405-1.
- [10] *Дубинова И.Д.* // *ЖТФ.* 2003. Т. 73. В. 5. С. 41.
- [11] *Hugrass W.N., Jones I.R.* // *J. Plasma Phys.* 1983. V. 29. N 1. P. 155.
- [12] *Дубинова И.Д., Садовой С.А.* // *Петербургский журнал электроники.* 2004. № 1. С. 24.