

05:08

## **О влиянии акустической волны на параметрическое рентгеновское излучение релятивистских электронов в кристалле**

© П.Н. Жукова, М.С. Ладных, А.Г. Мкртчян,  
А.Р. Мкртчян, Н.Н. Насонов

Белгородский государственный университет, Россия

E-mail: nnn@bsu.edu.ru

Институт прикладных проблем физики НАН Армении, Ереван,  
Республика Армения

Поступило в Редакцию 18 мая 2010 г.

На основе развитого кинематического подхода предлагается исчерпывающее описание параметрического рентгеновского излучения релятивистских электронов в кристалле, возбужденном акустической волной. Решается принципиальный вопрос о возможности усиления параметрического излучения в обсуждаемых условиях.

Рост интереса к анализу электромагнитных процессов при высоких энергиях в ориентированных кристаллах, подверженных внешним воздействиям (например, акустическими волнами), обусловлен возможностью управления выходами таких процессов. Изучалось влияние акустической волны на когерентное тормозное излучение [1,2], когерентное рождение электрон-позитронных пар в кристалле [3,4], дифракцию свободных фотонов [5,6], переходное излучение [7], параметрическое рентгеновское излучение (ПРИ) [8–13].

В экспериментальных исследованиях [12,13] отмечалось усиление выхода ПРИ с увеличением мощности акустической волны, однако до настоящего времени данный эффект не получил теоретического объяснения. В работах [10,11] теоретически исследовались тонкие динамические эффекты резонансного воздействия акустической волны на характеристики ПРИ, которые не могут быть использованы для объяснения усиления [12,13], поскольку они проявляются только в узких спектральных и угловых интервалах.

В настоящей работе развивается простой кинематический подход, адекватный в описании ПРИ электронов с энергией порядка десятков MeV. Полученные формулы описывают ПРИ в широком диапазоне углов и частот и позволяют, в частности, предложить простое объяснение экспериментально обнаруженного эффекта [12,13].

Рассмотрим ПРИ движущегося в кристалле со скоростью  $\mathbf{V}$  релятивистского электрона, исходя из уравнения Максвелла для Фурье-образа возбуждаемого электрического поля

$$\begin{aligned} (k^2 - \omega^2)\mathbf{E}_{\omega\mathbf{k}} - \mathbf{k}(\mathbf{k}\mathbf{E}_{\omega\mathbf{k}}) + \int d^3k' G(\mathbf{k}' - \mathbf{k})\mathbf{E}_{\omega\mathbf{k}'} \\ = \frac{i\omega e}{2\pi^2} \mathbf{V} \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}_0)\delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{V}), \\ G = \frac{Ze^2}{2p^2m_1} \frac{1}{(\mathbf{k}' - \mathbf{k})^2 R^2} \sum_l \exp(i(\mathbf{k}' - \mathbf{k})\mathbf{r}_l). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь последнее слагаемое в левой части уравнения описывает индуцированный ток электронов среды, учитываемый в рамках высокочастотного приближения  $\omega \gg I$  ( $I$  — средний потенциал ионизации атома мишени), позволяющего пренебречь атомными частотами по сравнению с  $\omega$  в энергетических знаменателях формулы для атомной поляризуемости [14] и использовать асимптотическую формулу (1),  $Z$  — число электронов в атоме,  $R$  — радиус электронного экранирования ядра атома, функция  $G$  учитывает индивидуальный вклад всех атомов мишени, имеющих координаты  $\mathbf{r}_l$ .

Для дальнейшего анализа удобно разложить  $G$  на усредненную (преломление) и флуктуационную (рассеяние) составляющие

$$G = \bar{G} + \tilde{G}, \quad \bar{G} = \langle G \rangle_{r_l} = \omega_p^2 \delta(\mathbf{k}' - \mathbf{k}). \quad (2)$$

Здесь  $\omega_p$  — плазменная частота мишени. Подстановка (2) в (1) и решение полученного уравнения итерациями по степеням  $\tilde{G}$  (в нулевом приближении получаем обычное выражение для кулоновского поля быстрого электрона в среде, а в следующем приближении — поле излучения) приводит стандартным путем к выражению для

спектрально-углового распределения количества излученных квантов

$$\begin{aligned} \omega \frac{dN}{d\omega d\Omega} &= e^2 \omega^2 \int \frac{d^3 k_1}{k_1^2 + 2\omega\sqrt{\varepsilon}\mathbf{n}\mathbf{k}_1} \frac{d^3 k_2}{k_2^2 + 2\omega\sqrt{\varepsilon}\mathbf{n}\mathbf{k}_2} \langle \tilde{G}(\mathbf{k}_1) \tilde{G}^*(\mathbf{k}_2) \rangle \\ &\times \langle \exp(i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2)\mathbf{r}_0) \rangle \times \left( \mathbf{V} - \frac{\mathbf{k}_1}{\omega\varepsilon} - \mathbf{n} \left( \mathbf{n}\mathbf{V} - \frac{\mathbf{n}\mathbf{k}_1}{\omega\varepsilon} \right) \right) \\ &\times \left( \mathbf{V} - \frac{\mathbf{k}_2}{\omega\varepsilon} - \mathbf{n} \left( \mathbf{n}\mathbf{V} - \frac{\mathbf{n}\mathbf{k}_2}{\omega\varepsilon} \right) \right) \delta(\omega(1 - \sqrt{\varepsilon}\mathbf{n}\mathbf{V}) - \mathbf{k}_1\mathbf{V}) \\ &\times \delta(\omega(1 - \sqrt{\varepsilon}\mathbf{n}\mathbf{V}) - \mathbf{k}_2\mathbf{V}), \end{aligned} \quad (3)$$

где скобки означают усреднение по положениям атомов мишени и величине  $\mathbf{r}_0$ , фиксирующей траекторию электрона в пределах элементарной ячейки кристалла,  $\mathbf{n}$  — единичный вектор в направлении распространения излучения,  $\varepsilon(\omega) = 1 - \omega_p^2/\omega^2$  — следующая из (1), (2) и условия  $\omega \gg I$  обычная диэлектрическая проницаемость в рентгеновском диапазоне.

При усреднении используем формулу

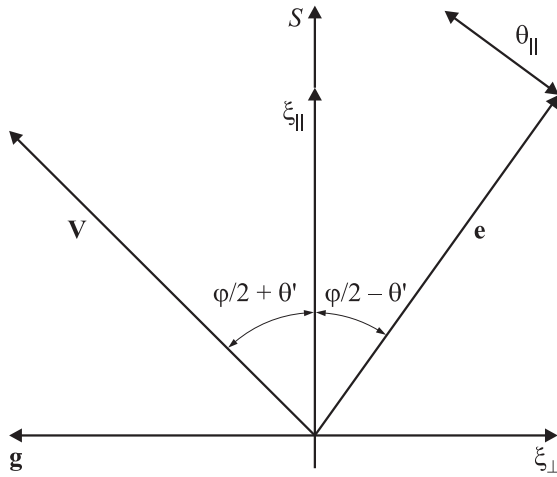
$$\mathbf{r}_l = \mathbf{R}_l + \mathbf{u}_l + \mathbf{a} \sin(\xi \mathbf{R}_l), \quad (4)$$

где  $\mathbf{R}_l$  — равновесная координата атома (ясно, что последовательность  $\mathbf{R}_l$  периодическая),  $\mathbf{u}_l$  — тепловое смещение атома,  $\mathbf{a}$  и  $\xi$  — амплитуда и волновой вектор акустической волны.

Результат усреднения представляется, как обычно, в виде суммы некогерентной и когерентной составляющих, причем интересующая нас когерентная составляющая состоит из суммы независимых членов, отвечающих различным векторам обратной решетки кристаллической мишени. Слагаемое, описывающее когерентную дифракцию кулоновского поля электрона на возмущенной кристаллографической плоскости, фиксированной вектором  $\mathbf{g}$ , имеет вид

$$\begin{aligned} \omega \frac{dN_g}{d\omega d\Omega} &\approx \frac{e^2 \omega^2 \omega_g^4}{2\pi} \sum_p J_p^2(\mathbf{g}_p \mathbf{a}) \frac{(\mathbf{V} - \mathbf{g}_p/\omega\varepsilon)^2 - (\mathbf{n}\mathbf{V} - \mathbf{n}\mathbf{g}_p/\omega\varepsilon)^2}{(\mathbf{g}_p^2 + 2\omega\sqrt{\varepsilon}\mathbf{n}\mathbf{g}_p)^2} \\ &\times \delta(\omega(1 - \sqrt{\varepsilon}\mathbf{n}\mathbf{V}) - \mathbf{g}_p\mathbf{V}), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\mathbf{g}_p = \mathbf{g} - p\xi$ ,  $\omega_g^2 = \omega_p^2 \exp(-g^2 u^2/2)(1 + g^2 R^2)^{-1}$ . Для дальнейшего анализа следует ввести переменные  $\theta_{\parallel}, \theta_{\perp}$ , описывающие угловое



**Рис. 1.** Геометрия процесса излучения.  $S$  — отражающая кристаллографическая плоскость, задаваемая вектором обратной решетки  $g$ ;  $\varphi$  — заданный угол излучения;  $\theta'$  — ориентационный угол, изменяемый с помощью гониометра;  $\theta_{\parallel}$  — составляющая двумерного угла наблюдения  $\theta$  ( $\mathbf{n} = \mathbf{e}(1 - \theta^2/2) + \theta, \mathbf{e}\theta = 0$ ), лежащая в плоскости рассеяния;  $\xi_{\parallel}, \xi_{\perp}$  — компоненты волнового вектора акустической волны.

распределение излучаемых фотонов, а также угол  $\theta'$ , описывающий ориентационную зависимость выхода излучения. Геометрия процесса излучения показана на рис. 1.

В новых переменных формула (5) принимает окончательный вид

$$\omega \frac{dN_g}{dt d\omega d\Omega} \approx \frac{e^2 \omega_g^4}{\pi g^2} \sum_p J_p^2(\mathbf{g}\mathbf{a}) \frac{\theta_{\perp}^2 + \left(\theta_{\parallel} + 2\theta' - 2p \frac{\xi_{\parallel}}{g}\right)^2 \cos^2 \varphi}{\left(\rho^2 + \theta_{\perp}^2 + \left(\theta_{\parallel} + 2\theta' - 2p \frac{\xi_{\parallel}}{g}\right)^2\right)^2} \times \delta\left(\omega - \omega_B \left(1 + \left(\theta_{\parallel} + \theta' - \frac{p\xi_{\parallel}}{g \cos \frac{\varphi}{2}}\right) \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}\right)\right), \quad (6)$$

где  $\xi_V = \xi_{\parallel} \cos \frac{\varphi}{2} - \xi_{\perp} \sin \frac{\varphi}{2}$  — составляющая волнового вектора акустической волны, параллельная скорости электрона,  $\omega_B$  — брэгговская частота,  $\rho^2 = \gamma^{-2} + \omega_p^2/\omega^2$ ,  $\gamma$  — Лоренц-фактор электрона. Отметим, что

простая кинематическая формула (6) справедлива в широкой области изменения энергии электрона  $m\gamma < m\gamma_* = m\omega_B/\omega_p \leq 100 \text{ MeV}$  [15].

Проанализируем полученный результат и интерпретируем качественно на его основе эксперименты [12,13] (к сожалению, приведенных данных недостаточно для количественной интерпретации).

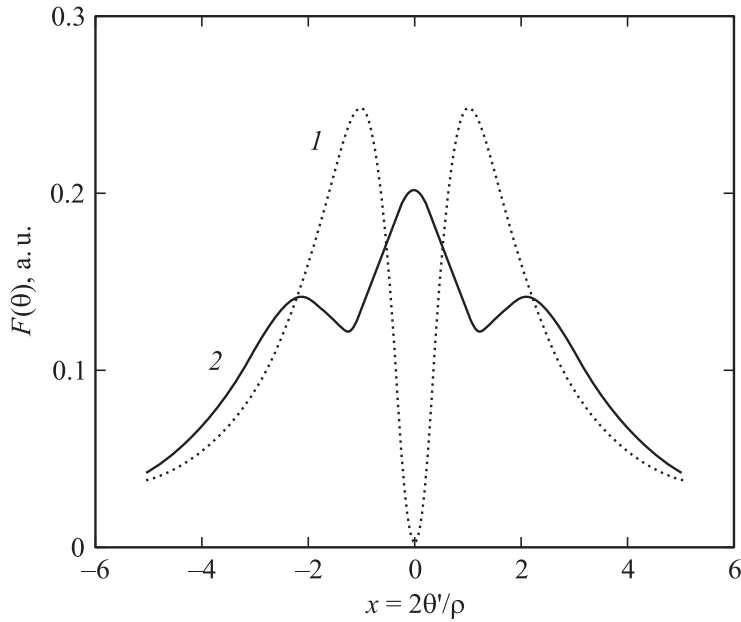
Выражение (6) непосредственно показывает, что эффект возникает за счет изгибных колебаний отражающей плоскости (только составляющая амплитуды акустической волны, перпендикулярная этой плоскости, входит в (6)). Вполне естественно, что именно параллельная плоскости составляющая вектора  $\xi$  приводит к угловой модуляции излучения, поскольку составляющая  $\xi_{\perp}$  не приводит к изгибу отражающей плоскости.

Согласно (6), периодический изгиб системы параллельных атомных плоскостей, задаваемой вектором  $\mathbf{g}$ , может быть представлен как замена одной атомной плоскости серией плоскостей меньшей плотности, повернутых относительно друг друга. При этом итоговое угловое распределение ПРИ складывается из сдвинутых относительно друг друга рефлексов с одинаковой структурой и различными амплитудами. Ясно, что угловая плотность излучения может существенно меняться под воздействием волны, однако полный выход ПРИ, проинтегрированный по углам и частотам, совпадает с выходом из невозмущенного кристалла (данное утверждение следует из равенства  $\sum_p J_p^2(\mathbf{g}\mathbf{a}) = 1$ ).

Для иллюстрации обсуждаемых закономерностей рассмотрим ориентационную зависимость жестко коллимированного ПРИ ( $\theta_{\parallel}, \theta_{\perp} < \rho$ ). Из (6) следует

$$\frac{dN_g}{dt d\Omega} \approx F(\theta') \sim \sum_p J_p^2(y) \frac{(x - pz)^2}{(1 + (x - pz)^2)^2}, \quad (7)$$

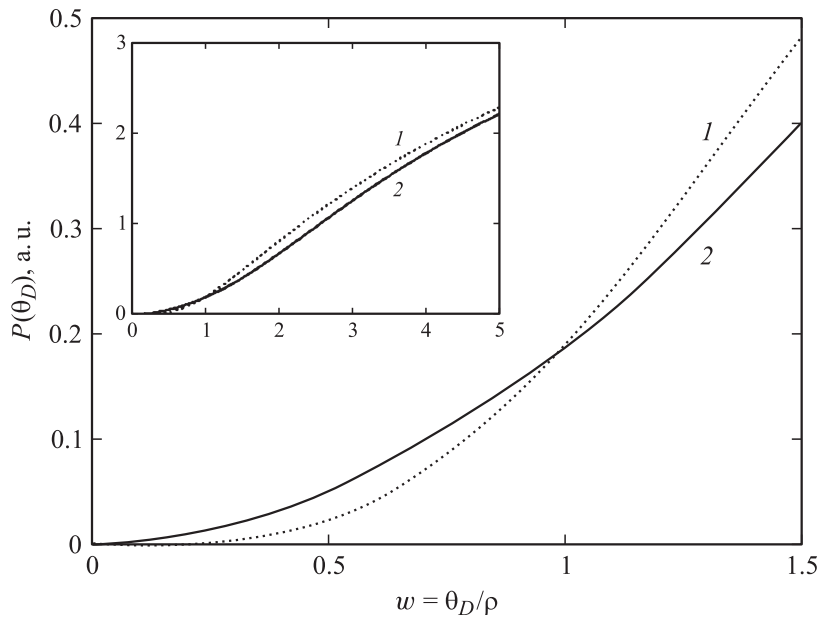
где  $x = 2\theta'/c$ ,  $y = \mathbf{g}\mathbf{a}$ ,  $z = 2\xi_{\parallel}/g\rho$ . Функция  $F$ , рассчитанная по формуле (7) при различных значениях параметров задачи, приведена на рис. 2. Кривые на рисунке демонстрируют возможность резкого изменения угловой плотности ПРИ с помощью управляющего воздействия акустической волны. В частности, возможно существенное увеличение выхода излучения в случае измерения его детектором с малым угловым размером  $\theta_D < \rho$ , установленным, как это обычно бывает, вдоль направления брэгговского рассеяния, что объясняет результаты [12,13].



**Рис. 2.** Ориентационная зависимость угловой плотности ПРИ. 1 — обычная ориентационная зависимость ПРИ в невозмущенном кристалле ( $y = \mathbf{ga} = 2.9$ ,  $z = 2\xi_{\parallel}/gc = 0$ ), 2 — ориентационная зависимость ПРИ в присутствии акустической волны ( $y = \mathbf{ga} = 2.9$ ,  $z = 2\xi_{\parallel}/gc = 0.6$ ).

Отметим, что функция  $F$  в (7) и кривые на рис. 2 являются универсальными (кристалл характеризуется только вектором обратной решетки  $\mathbf{g}$ , контеризация возникает при вычислении амплитуды  $\mathbf{a}$  и волнового вектора акустической волны  $\xi$ ), а параметры кривых  $y = \mathbf{ga}$  и  $z = 2\xi_{\parallel}/gc$  вполне достижимыми (например, при параметре решетки  $l = 5 \cdot 10^{-8}$  см, длине акустической волны  $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$  см, энергии электрона 100 MeV требуется амплитуда волны  $a \approx 0.5l$ , что приведет к изгибу плоскостей на угол всего 0.5 mrad).

Не менее интересной выглядит зависимость интенсивности излучения от углового размера коллиматора  $\theta_D$ . Полагая для простоты  $\varphi \ll 1$  в (6), получаем в результате интегрирования по частотам и углам



**Рис. 3.** Зависимость полного выхода ПРИ от размера коллиматора. 1 — выход ПРИ из невозмущенного кристалла ( $y = \mathbf{ga} = 0$ ,  $z = 2\xi_{\parallel}/gc = 0$ ), 2 — выход ПРИ в присутствии акустической волны ( $y = \mathbf{ga} = 2$ ,  $z = 2\xi_{\parallel}/gc = 0.5$ ).

наблюдения следующую формулу:

$$\frac{dN_g}{dt} \approx P(\theta_D) \sim \sum_p J_p^2(y) \left[ \ln \left( \frac{1}{2} (A(w) + B(w)) \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{A(w)}{B(w)} - \frac{A(0)}{B(0)} \right) + \frac{1}{B(w)} - \frac{1}{B(0)} \right],$$

$$A(w) = 1 + w^2 - 4p^2z^2, \quad B(w) = \sqrt{(1 + w^2 - 4p^2z^2)^2 + 16p^2z^2}, \quad (8)$$

где  $w = \theta_D/\rho$ . Кривые, приведенные на рис. 3, демонстрируют возможность увеличения выхода ПРИ только в случае, если размер коллимато-

ра не превышает размер характерного провала в угловом распределении ПРИ из невозмущенного кристалла, т.е. наличие указанного провала является необходимым условием проявления эффекта „усиления“ ПРИ за счет воздействия акустической волны [12,13].

На вставке рис. 3 приведены кривые зависимости  $P(w)$ , построенные в более широком диапазоне изменения аргумента и показывающие, что в соответствии с высказанными предположениями выход ПРИ в достаточно широкий коллиматор не зависит от параметров акустической волны.

Таким образом, в результате проведенного анализа получено исчерпывающее описание влияния акустической волна на ПРИ релятивистских электронов в кристалле на основе простой кинематической формулы (6).

Доказано, что полный выход ПРИ не зависит от параметров волны, однако выход в ограниченный коллиматор может существенно меняться под воздействием волны. В частности, выход коллимированного ПРИ может возрасти под воздействием волны, что объясняет экспериментальный результат [12,13].

Авторы благодарны рецензенту за конструктивные замечания.

Работа поддержана фондом РФФИ (грант 09-02-97528) и ФЦП Мин. образования и науки РФ (ГК 02.740.11.0545 и ГК № П2317).

## Список литературы

- [1] *Saharian A.A., Mkrтчyan A.R., Parazian V.V., Grigoryan L.Sh.* // Mod. Phys. Lett. A. 2004. V. 19. P. 99.
- [2] *Shulga N.F., Boiko V.V.* // JFTP Lett. 2006. V. 89. P. 366.
- [3] *Mkrтчyan A.R., Saharian A.A., Grigoryan L.Sh., Khachatryan B.V.* // Mod. Phys. Lett. A 2002. V. 18. P. 2581.
- [4] *Parazian V.V.* // J. Phys. Cond. Matter. 2009. V. 21. P. 185401.
- [5] *Энтин И.Р.* // ЖЭТФ. 1979. V. 77. P. 214.
- [6] *Колпаков А.В., Ханачев Ю.П.* // Кристаллография. 1973. V. 18. P. 474.
- [7] *Grigoryan L.Sh., Mkrтчyan A.H., Saharian A.A.* // Nucl. Instr. Meth. B. 1998. V. 145. P. 197.
- [8] *Барышевский В.Г., Поликарпов И.В.* // ЖЭТФ. 1988. V. 94. P. 109.
- [9] *Mkrтчyan A.R., Aslanyan M.A., Mkrтчyan A.H., Grigoryan L.Sh.* // Phys. Lett. A. 1991. V. 152. P. 293.



- [10] *Polikarpov I.V., Skadorov V.V.* // Phys. Stat. Sol. (b). 1987. V. 143. P. 11.
- [11] *Поликарпов И.В., Скадоров В.В.* // Изв. АН БССР. Сер. Физ.-мат. 1988. № 3. С. 83.
- [12] *Mkrtchyan A.R., Aslanyan H.A., Mkrtchyan A.H.* et al. // Solid State Communication. 1991. V. 74. P. 187.
- [13] *Мкртчян А.Р., Мкртчян А.Г., Асланян А.А.* и др. / Изв. НАН Армении. Физика. 2005. Т. 47. С. 282.
- [14] *Агранович В.М., Гинзбург В.Л.* Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии. М.: Наука, 1979.
- [15] *Nasonov N., Zhukova P.* // Rad. Phys. Chem. 2006. V. 75. P. 1409.