Журнал технической физики, 2015, том 85, вып. 8

05

# Оптимизация геометрических параметров сферических сегментов из сплавов никелида титана с эффектом памяти формы

© М.А. Хусаинов, С.А. Попов, О.А. Малухина

Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого,
173004 Великий Новгород, Россия
e-mail: Mikhail.Khusainov@novsu.ru

(Поступило в Редакцию 1 июля 2014 г. В окончательной редакции 13 ноября 2014 г.)

Приведена методика определения силы удара сферического сегмента о препятствующее тело (силоизмеритель) в фазовом переходе мартенсит → аустенит. Показано, что удар о препятствие реализуется при определенных соотношениях геометрических параметров сегмента. Построена модель зависимости силы удара от определяющих значений параметров $D/R$, $h/R$ и получена разделяющая функция, позволяющая идентифицировать сегменты на прощелкивающие с ударом о препятствие и восстанавливающие форму без хлопка и соответственно без удара. Предложен метод расчета геометрических параметров сегмента ($D, h, R$) по заданной силе удара ($P_{sh}$), а также определение силы удара по геометрическим параметрам сегмента.

## Введение

Одним из наиболее перспективных конструктивных элементов из сплавов с памятью формы является сферический сегмент, который на этапе фазового перехода мартенсит → аустенит теряет устойчивость и прощелкивает к исходной форме скачком, демонстрируя взрывной характер возврата термоупругой деформации памяти формы [1,2]. Данное явление, впервые обнаруженное нами, активно изучается [3,4]. Показано, что сферические сегменты с заданной памятью формы, после их прогиба в мартенсите, зеркально исходному очертанию, при отогреве восстанавливают форму с хлопком. Если на пути возврата формы установить препятствие в виде силоизмерителя, то при отогреве деформированный сегмент совершает удар о препятствующее тело с определенной силой [5]. Достаточно схожее поведение обнаружено в ферромагнитных сплавах Ni−Fe−Ga−Co [6], проявляющих взрывной характер памяти формы в магнитном поле. Различие лишь в том, что никелид титана такими свойствами не обладает. Но в некоторых конструктивных термоэлементах, изготовленных из сплавов никелида титана, взрывной характер деформации памяти формы реализуется. К таким термоэлементам можно отнести сферический сегмент и арку-полоску [7]. Опытным путем были найдены соотношения, при которых происходит взрывной скачок с хлопком и ударом о препятствующее тело в виде силоизмерителя.

Модель, рассмотренная в работе [8], оказалась полезной, но не дала адекватных результатов с экспериментом. В настоящей работе осуществлена оптимизация условий прощелкивания сегмента с хлопком и ударом о препятствие, исходя из определяющих соотношений геометрических параметров $D/R$ и $h/R$.

## Материалы и методика эксперимента

Сплавы никелида титана Ti−50.0 at.% Ni и Ti−50.4 at.% Ni были получены на предприятии промышленного центра „МАТЭК“ (Москва) в виде листов толщиной 1.0−1.2 mm. Последующая прокатка до толщины 0.37−0.48 mm осуществлялась на двухвалковом стане с промежуточными отжигами при 600°C в течение 5 min. Круглые пластинки диаметром $D = 17^{-0.2}$ mm вырезались по копиру на электроискровом станке. Затем они деформировались в пресс-форме с заданным радиусом кривизны и жестко защемлялись для придания сферической формы и задания памяти при температуре 420°C, 1.5 h. На рис. 1 показан общий вид сферических сегментов из исследуемых сплавов и их геометрические параметры.

Температуры мартенситных превращений (МП) определялись методом чистого изгиба образцов-свидетелей в виде пластинок с размерами $l \times b \times h = 35 \times 1.5 \times (0.44-0.48)$. В табл. 1 приведены значения температур МП исследуемых сплавов.

Определяющей силовой характеристикой сферических сегментов является сила удара о препятствующее тело. В настоящей работе приведены результаты исследования взаимосвязи силы удара сегмента с его геометрическими параметрами.

Оценка силы удара осуществлялась с помощью разрывной машины FPZ-1.0. На нижней траверсе разрывной машины устанавливалось специальное нагревательное

**Таблица 1.** Температуры МП после отжига 420°C, 1.5 h

| Состав сплава | $M_s$, °C | $M_f$, °C | $A_s$, °C | $A_f$, °C |
|---|---|---|---|---|
| Ti−50.4 at.% Ni | 21 | 10 | 36 | 47 |
| Ti−50.0 at.% Ni | 39 | 18 | 54 | 73 |

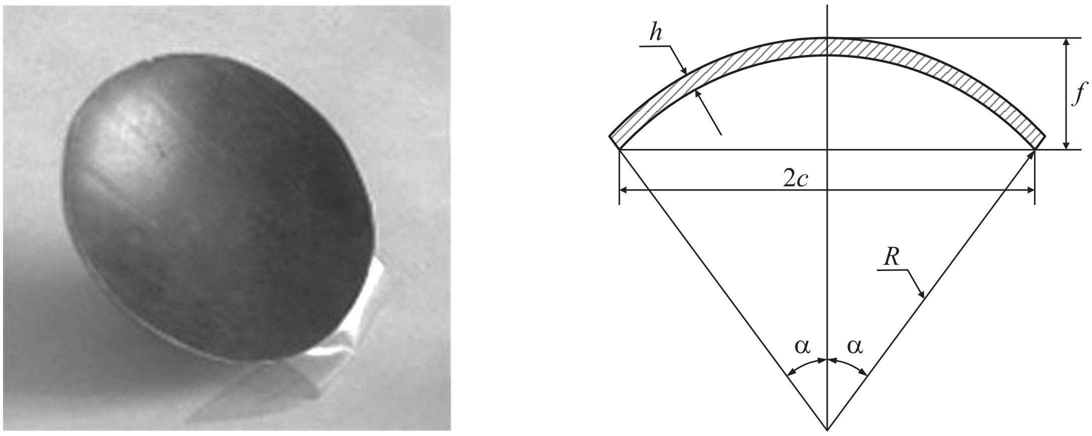


**Рис. 1.** Общий вид сферического сегмента и его геометрические параметры: $h$ — толщина пластинки, $f$ — высота подъема, $2c$ — диаметр в плане, $R$ — радиус кривизны срединной поверхности, $\alpha$ — центральный угол.

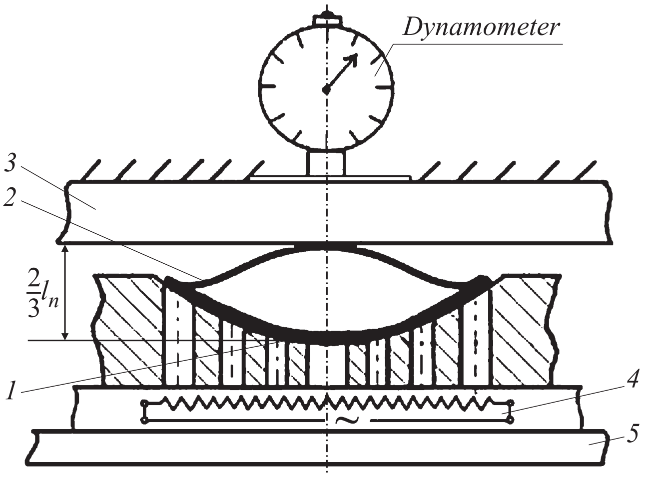


**Рис. 2.** Устройство для измерения силы удара сферического сегмента. *1* — начальное положение сферического сегмента после прогиба в мартенсите зеркально исходной формы, *2* — положение сегмента после перемещения на $2/3\,l_n$ с ударом о верхнюю траверсу *3* разрывной машины с динамометром, *4* — нагреватель, *5* — нижняя траверса, $Z$ — зазор между впадиной прогнутого сегмента и плоскостью верхней траверсы, $Z = 2/3\,l_n$, где $l_n$ — полный прогиб сегмента в мартенсите.

устройство в виде пресс-формы (рис. 2). Сферический сегмент, помещенный в пресс-форму, прогибался в мартенситном состоянии на величину $l_n = (f_M + f_A) - h$, где $l_n$ — полный прогиб сегмента в мартенсите, $f_M$ — стрела подъема сегмента после прогиба в мартенсите, $f_A$ — в аустените, $h$ — толщина пластинки. При отогреве до температуры окончания обратного мартенситного превращения $(A_f)$ сферический сегмент теряет устойчивость и совершает взрывной скачок к исходной форме с ударом об установленное препятствие.

На рис. 3 приведена типичная диаграмма прогиба сферического сегмента в мартенсите $ABCDE$ и отогрева от положения точек $E$ до $L$, $N$, $G$, $K$, $S$, $A$.

Теперь если поочередно устанавливать препятствие в виде силоизмерителя в положения $E$, $L$, $N$, $G$, $K$, $S$, то при нагреве в материале сегмента будут возникать

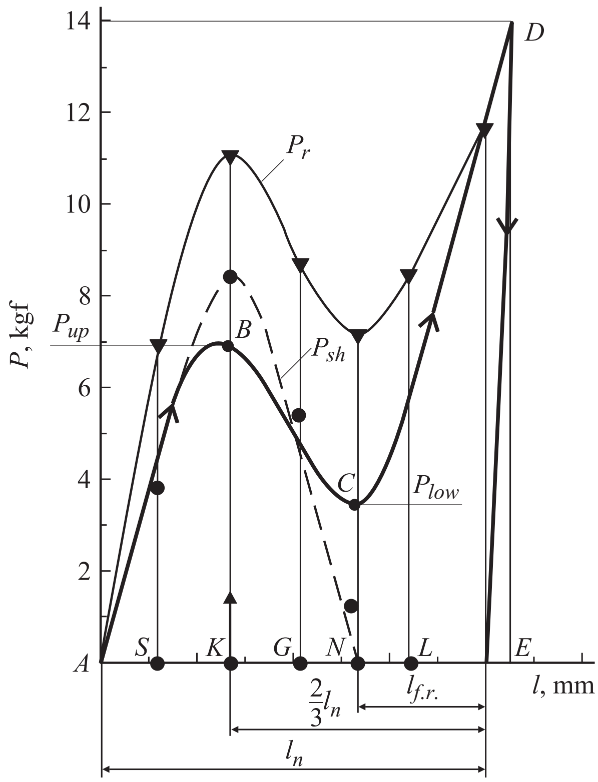


**Рис. 3.** Характерная диаграмма нагрузка–прогиб сферического сегмента в мартенсите $ABCDE$ с последующим ударом о препятствие в положениях точек $L$, $N$, $G$, $K$, $S$, $A$ и развитием реактивных сил $(P_r)$ при отогреве. $l_{f.r.}$ — свободное восстановление формы.

реактивные силы ($P_r$). Кинетика развития реактивных сил в значительной степени определяется наличием или отсутствием свободного восстановления формы сегмента ($l_{f.r.}$) до препятствующего тела в каждом из указанных положений. В частности, сферический сегмент в положении точки $E$ испытывает абсолютно жесткое защемление ($k \to \infty$), восстановление деформации запрещено. В таких условиях в материале сегмента генерируют только реактивные силы, величина которых определяется геометрией сегмента и механическими свойствами материала. В положении препятствия в точке $L$ создаются условия конечной жесткости с долей свободного восстановления формы от точки $E$ до встречи с препятствием в точке $L$. Удар о препятствие не реализуется. Уровень реактивных сил снижается. В положении препятствия в точке $N$ величина свободного формовосстановления ($EN$) достигает критического значения. Сферический сегмент в этом положении теряет устойчивость и прощелкивает к исходной форме. Однако при значительной величине свободного восстановления до препятствия в точке $N$ реализуются условия малой жесткости. В результате реактивные силы ($P_r$) минимальны, удар о препятствие практически отсутствует. Препятствие в положении точки $G$ воспринимает удар сегмента вследствие взрывного скачка сегмента из положения точки $N$. Сила удара о препятствие, установленное в точке $K$, достигает максимальной величины. Продолжение нагрева сегмента после столкновения с препятствием всегда приводит к развитию реактивных сил. В положении препятствия в точке $S$ сила удара и реактивные усилия заметно снижаются, а положение точки $A$ фиксирует полный возврат формы сферического сегмента. Силовые характеристики $P_{sh}$ и $P_r$ принимают нулевые значения.

Статистическая обработка многочисленных диаграмм нагружения сферических сегментов (более 100) с развитием реактивных сил и ударом о силоизмеритель при отогреве позволила установить взаимосвязь между геометрическими параметрами сегмента и максимально достижимой силой удара, характеризующейся положением точки $K$ (рис. 3), из которого следует, что положение точки $K$ от начала нагрева деформированного сегмента (точка $E$) составляет $2/3l_n$, в таком положении препятствующего тела реализуется удар максимальной силы.

Характерным для всех диаграмм нагружения (прогиба) сферических сегментов в мартенсите независимо от состава сплава TiNi является то, что положению точки $K$ соответствует максимум верхней критической нагрузки $P_{up}$, а точке $N$ — минимум ($P_{low}$). Распределение силы удара и реактивных сил в области указанных точек на всех (> 100) диаграммах соблюдается прямая закономерность: чем больше величина верхней критической нагрузки ($P_{up}$) кривой нагружения, тем выше ожидаемые значения силы удара ($P_{sh}$) и реактивных сил ($P_r$). Тогда как в области нижней критической нагрузки ($P_{low}$), в которой сегмент теряет устойчивость, силовые характеристики минимальны.

**Таблица 2.** Численные значения коэффициентов $b_i$ и $t_{\text{exp}}$

| $b_i$ | $b_0$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_{12}$ | $b_{11}$ | $b_{22}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 30.8 | −270.8 | 7522.8 | −32407.5 | 613.2 | 432437.1 |
| $t_{\text{exp}}$ | 1.556 | −3.455 | 4.182 | −5.098 | 5.247 | 4.312 |

## Построение модели зависимости силы удара от геометрических параметров

Экспериментально показано, что сила удара сферических сегментов из сплавов эквиатомного состава и обогащенного никелем не различалась по величине силы удара при одинаковых геометрических размерах. Их различие наблюдалось только в температуре потери устойчивости. В результате полученные данные зависимости силы удара сегментов от геометрических размеров обрабатывались методом регрессионного анализа [9,10].

В качестве модели, описывающей зависимость силы удара сегмента о препятствие от соотношений геометрических параметров $D/R$ и $h/R$, использовалась квадратичная функция в виде

$$P_{sh} = b_0 + b_1 z_1 + b_2 z_2 + b_{12} z_1 z_2 + b_{11} z_1^2 + b_{22} z_2^2, \quad (1)$$

где $z_1$ и $z_2$ — независимые переменные, $z_1 = D/R$ и $z_2 = h/R$, $P_{sh}$ — сила удара с хлопком.

Коэффициенты модели $b_0$, $b_1$, $b_2$, $b_{12}$, $b_{11}$ и $b_{22}$ определялись методом наименьших квадратов [11], основанном на минимизировании суммы квадратов расхождения между значениями результатов эксперимента и найденных из модели (1).

Проверка значимости в эксперименте ($t_{\text{exp}}$) коэффициента $b_i$ определялась по формуле $t_{\text{exp}} = |b_i|/S(b_i)$, где $S(b_i)$ — стандартное отклонение коэффициента $b_i$.

Рассчитанное значение $t_{\text{exp}}$ сравнивалось с табличным ($t_{\text{tab}}$), для заданного числа степеней свободы $f = n - k$, где $n$ — количество опытов, $k$ — число коэффициентов в уравнении (1), при уровне значимости 0.05, обычно используемым в технических задачах. Коэффициент $b_i$ считается значимым, если найденное значение $t_{\text{exp}}$ по абсолютной величине превышает табличное значение критерия Стьюдента. В данном эксперименте $n = 72$, $k = 66$ и $t_{\text{tab}} = 1.67$.

Видно, что все коэффициенты в уравнении (1) значимы, кроме $b_0$ (табл. 2). В итоге получено уравнение с пятью коэффициентами

$$P_{sh} = b_1 z_1 + b_2 z_2 + b_{12} z_1 z_2 + b_{11} z_1^2 + b_{22} z_2^2. \quad (2)$$

Рассчитанные для этого уравнения коэффициенты $b_i$ и соответствующие им значения $t_{\text{exp}}$ приведены в табл. 3.

Из сравнения $t$-критерия по экспериментальным данным ($t_{\text{exp}}$) с табличным ($t_{\text{tab}} = 1.67$) видно, что все коэффициенты в уравнении (2) значимы.

После подстановки рассчитанных коэффициентов в уравнение (2) получено выражение в качестве модели,

**Таблица 3.** Скорректированные численные значения коэффициентов $b_i$ и $t_{\text{exp}}$

| $b_i$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_{12}$ | $b_{11}$ | $b_{22}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | −174.0 | 6922.9 | −31595.3 | 538.8 | 432726 |
| $t_{\text{exp}}$ | −3.611 | 3.899 | −4.935 | 5.000 | 4.270 |

описывающей зависимость силы удара сферического сегмента о препятствующее тело, от соотношений геометрических параметров $D/R$ и $h/R$, в виде

$$P_{sh} = -124\frac{D}{R} + 6923\frac{h}{R} - 316\cdot 10^2\frac{D}{R}\,\frac{h}{R} + 539\left(\frac{D}{R}\right)^2 + 432\cdot 10^3\left(\frac{h}{R}\right)^2. \quad (3)$$

Для проверки адекватности построенной модели (3) рассчитывалась остаточная дисперсия $s_r^2$ по формуле

$$s_r^2 = \frac{1}{f}\sum_{j=1}^{n}\left(\hat{P}_{sh,j} - P_{sh,j}\right)^2, \quad (4)$$

где $\hat{P}_{sh,j}$ — оценка силы хлопка, полученная по выражению (3) для $j$-го наблюдения, $P_{sh,j}$ — соответствующее наблюденное значение силы хлопка, $f$ — число степеней свободы.

Для модели (3) остаточная дисперсия (4) равна $s_r^2 = 2.847\,\text{kg}^2$. Для модели, построенной в работе [8] для геометрических параметров $D, R$ и $h$ , остаточная дисперсия имеет значение $s_r^2 = 9.07\,\text{kg}^2$. Видно, что модель (3) значительно лучше согласуется с экспериментальными данными.

Выполненные нами исследования свидетельствуют о том, что не при всех комбинациях параметров $D/R$ и $h/R$ реализуются условия прощелкивания с хлопком и ударом о препятствующее тело. В связи с этим представляет интерес построение разделяющей функции в системе координат $D/R$ и $h/R$, позволяющей разделить области, где удар о препятствие имеет место и в каком он отсутствует.

В качестве разделяющей функции $g(Z,A)$ выбрана функция второго порядка в виде

$$g(Z,A) = a_0 + a_1z_1 + a_2z_2 + a_{12}z_1z_2 + a_{11}z_1^2 + a_{22}z_2^2, \quad (5)$$

где $Z$ — вектор геометрических параметров $z_1$, $z_2$; $A$ — вектор коэффициентов $a_i$ данного уравнения.

Уравнение, описывающее разделяющую функцию (границу раздела), имеет вид

$$g(Z,A) = a_0 + a_1z_1 + a_2z_2 + a_{12}z_1z_2 + a_{11}z_1^2 + a_{22}z_2^2 = 0, \quad (6)$$

где $a_i$ — коэффициенты.

Расчет коэффициентов уравнения выполнялся методом наименьших квадратов. При этом считалось, что для области с ударом о препятствие разделяющая функция $g(\mathbf{Z},\mathbf{A})$ положительна и принимает значения $(+1)$, а для области сегментов без удара $g(\mathbf{Z},\mathbf{A})$ отрицательна, принимает значения $(-1)$.

Однако при расчете коэффициентов оказалось, что чем дальше находятся сегменты в пространстве независимых переменных $z_1$ и $z_2$ от границы раздела областей, тем больше величина функции $g(\mathbf{Z},\mathbf{A})$ для этих сегментов. Это обстоятельство приводит к значительным ошибкам распознавания. Поэтому, чтобы ограничить влияние сегментов, которые находятся далеко от границы раздела, на величину разделяющей функции при расчете коэффициентов $\mathbf{A}$, уравнение (5) записывается с использованием логарифма этой функции в виде

$$h(\mathbf{Z},\mathbf{A}) = \text{sign}[g(\mathbf{Z},\mathbf{A})]\ln\{abc[g(\mathbf{Z},\mathbf{A})]\} \quad (7)$$

или в поэлементном виде

$$h(\mathbf{Z},\mathbf{A}) = \text{sign}[g(\mathbf{Z},\mathbf{A})]\ln\left(\left|a_0 + a_1z_1 + a_2z_2 + a_{12}z_1z_2 + a_{11}z_1^2 + a_{22}z_2^2\right| + 1\right). \quad (8)$$

Вследствие этого расчет коэффициентов уравнения (7) выполняется с помощью итерационной процедуры [12]:

$$\mathbf{A}^{s+1} = \mathbf{A}^s + \left[\sum_{j=1}^{n}\mathbf{F}(\mathbf{Z}_j,\mathbf{A}^s)\mathbf{F}(\mathbf{Z}_j,\mathbf{A}^s)^T\right]^{-1} \times \sum_{j=1}^{n}\mathbf{F}(\mathbf{Z}_j,\mathbf{A}^s)\left[u_j - h(\mathbf{Z}_j,\mathbf{A})\right], \quad (9)$$

где $u_j$ — заданное значение функции (6) для $j$-го сегмента ($+1$ или $-1$)

$$\mathbf{F}(\mathbf{Z},\mathbf{A}) = \frac{\partial h(\mathbf{Z},\mathbf{A})}{\partial\mathbf{A}} = \text{sign}[g(\mathbf{Z},\mathbf{A})]\,\frac{1}{|g(\mathbf{Z},\mathbf{A})|+1}\,\frac{\partial g(\mathbf{Z},\mathbf{A})}{\partial\mathbf{A}},$$

а вектор

$$\frac{\partial g(\mathbf{Z},\mathbf{A})}{\partial\mathbf{A}} = \left\{1, z_1, z_2\right\}^T.$$

Ковариационная матрица оценок коэффициентов рассчитывается по формуле

$$\mathbf{V}_\mathbf{A} = s_e^2\left[\sum_{J=1}^{n}\mathbf{F}(\mathbf{Z}_j,\mathbf{A})\mathbf{F}(\mathbf{Z}_j,\mathbf{A})^T\right]^{-1}, \quad (10)$$

где $s_e^2$ — дисперсия ошибки наблюдения.

В качестве оценки дисперсии наблюдения классов использовалась остаточная дисперсия, рассчитываемая по формуле

$$s_e^2 = \frac{1}{f}\sum_{j=1}^{n}\left[h(\mathbf{Z}_j, \mathbf{A}) - u_j\right]^2, \qquad (11)$$

где $u_j$ — значение разделяющей функции, принятой для данной области сегментов из опытных данных, $f$ — число степеней свободы.

Диагональные элементы матрицы $\mathbf{V_A}$ (8) представляют дисперсии оценок соответствующих коэффициентов, что позволяет рассчитать их критерии Стьюдента и, таким образом, проверить значимость коэффициентов в уравнении разделяющей функции (5).

Экспериментальные данные для расчета разделяющей функции включали 72 сегмента с хлопком и 65 сегментов без хлопка (всего 137 сегментов).

Для расчета коэффициентов разделяющей функции (5) использовалась специально разработанная программа [12]. Результаты расчета коэффициентов разделяющей функции и значения критерия Стьюдента для каждого коэффициента $t_{\text{exp}}$ приведены в табл. 4.

Число степеней свободы равно $f = 131$, на уровне значимости $\alpha = 0.05$ из сравнения $t_{\text{exp}}$ и $t_{\text{tab}} = 1.978$ все коэффициенты, указанные в табл. 4, значимы. Однако при использовании уравнения (5) с коэффициентами, приведенными в табл. 4, оказалось, что семь сегментов без удара попали в область сегментов с ударом, т.е. распознаны неправильно.

Для практических применений сегментов важно, чтобы сегменты без удара распознавались правильно. Для уменьшения ошибки распознавания сегментов без удара воспользовались методом распознавания [13] и методом статистических вычислений [14]. Для области сегментов без удара приняли значения функции $g(\mathbf{Z}, \mathbf{A}) = -2.5$ вместо $g(\mathbf{Z}, \mathbf{A}) = -1$. После этого коэффициенты разделяющей функции (уравнения (5)) рассчитывались заново. Вероятность неправильного распознавания сегментов без удара $P = 0.001$. Результаты расчета приведены в табл. 5.

**Таблица 4.** Численные значения коэффициентов $a_i$ и $t_{\text{exp}}$

| $a_i$ | $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_{12}$ | $a_{11}$ | $a_{22}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | −36.51 | 163.17 | −2268.13 | 14494.10 | −301.87 | −215519.28 |
| $t_{\text{exp}}$ | −10.46 | 13.06 | −9.94 | 19.50 | −19.40 | −18.54 |

**Таблица 5.** Численные значения коэффициентов $a_i$ в уравнении (5) и $t_{\text{exp}}$

| $a_i$ | $a_0$ | $a_1$ | $a_2$ | $a_{12}$ | $a_{11}$ | $a_{22}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | −99.00 | 358.35 | −3502.02 | 27422.56 | −601.85 | −425168.92 |
| $t_{\text{exp}}$ | −28.33 | 27.89 | −13.47 | 33.82 | −35.75 | −32.69 |

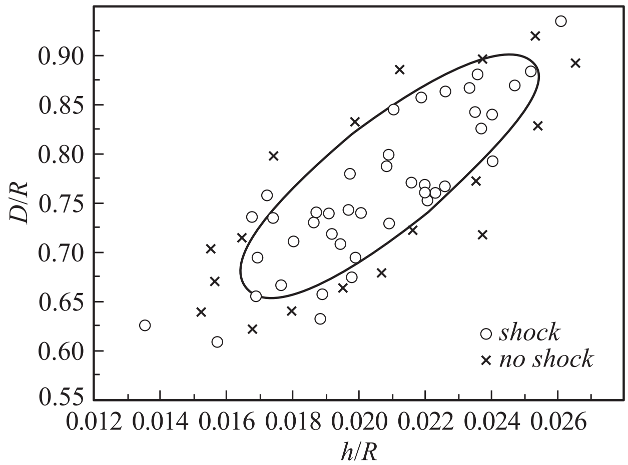


**Рис. 4.** Поле рассеяния параметров сегментов и вид разделяющей функции.

Число степеней свободы $f = 131$, $t_{\text{tab}} = 1.978$ при уровне значимости $\alpha = 0.05$.

Из табл. 5 видно, что все коэффициенты значимы. Следовательно, все сегменты без удара распознаны правильно. В результате уравнение разделяющей функции можно представить в виде

$$-99.00 + 35.84 \cdot 10\,\frac{D}{R} - 35.02 \cdot 10^2\frac{h}{R} + 27.42 \cdot 10^3\frac{D}{R}\frac{h}{R} - 60.18 \cdot 10\frac{D}{R} - 42.52 \cdot 10^4\frac{h}{R} = 0. \qquad (12)$$

На рис. 4 показаны поле рассеяния параметров сегментов в системе координат $D/R$ и $h/R$, которые использовались в эксперименте, и вид кривой разделяющей функции, рассчитанной по уравнению (5).

Замкнутая линия является разделяющей функцией и представляет собой границу раздела двух областей, в одной из которых (внутренняя область) сегменты прощелкивают с ударом о препятствующее тело, а в другой не прощелкивают. В результате удар не реализуется. Таким образом, внутренняя область на рис. 5 является областью допустимых значений параметров сегментов $D/R$ и $h/R$, при которых они прощелкивают с хлопком и ударом о препятствие.

## Расчет оптимальных значений

Для расчета оптимальных значений геометрических параметров сегментов, при которых реализуется хлопок с ударом, по уравнению (3) рассчитывалась сила удара ($P_{sh}$) для сегментов с геометрическими параметрами $D/R$ и $h/R$, которые входят в область допустимых значений (внутренняя область на рис. 5). Оптимальные значения параметров определялись методом статистических испытаний [14]. Для этого генерировался вектор параметров уравнения (3), принадлежащий обла-

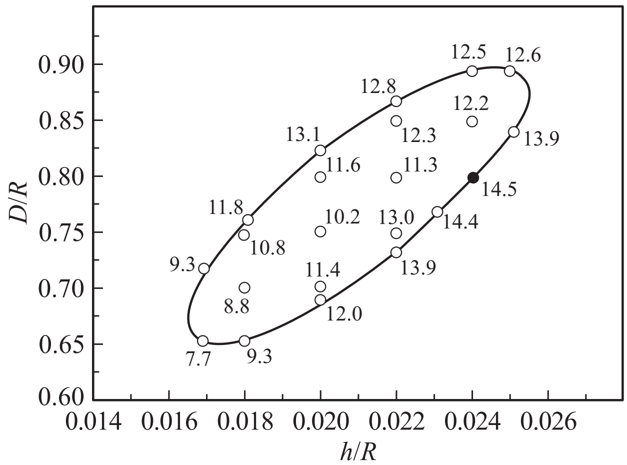


**Рис. 5.** Вид разделяющей функции и рассчитанные по модели значения силы удара (kgf) при различных параметрах $D/R$ и $h/R$.

сти допустимых значений, определяемый неравенством $g(Z, A) > 0$, отыскивалась наибольшая величина силы удара и соответствующие ей значения параметров $Z$. Для расчета использовалась программа [15], с помощью которой находили наибольшие значения силы удара при различных комбинациях $z_1$ и $z_2$. При нахождении оптимальных параметров задавалось $10^6$ испытаний, точность определения $P_{sh}$ и параметров $z_1 = D/R$, $z_2 = h/R$ составляла $1.1 \cdot 10^{-4}$. Полученная в результате статистических испытаний зависимость силы удара ($P_{sh}$) от параметров $D/R$ и $h/R$ показана на рис. 5.

Замкнутая линия — вид разделяющей функции, цифры — значения силы удара при различных отношениях геометрических параметров $D/R$ и $h/R$. Видно, что наибольшие значения силы удара находятся в средней части правой ветви разделяющей функции, т. е. на краю допустимой области, в которой выполняется хлопок с ударом о препятствие. Максимальному значению силы удара сферических сегментов соответствует черная точка с параметрами $h/R = 0.024$ и $(D/R)_{\text{opt}} = 0.8$. При этих параметрах сила удара достигает максимального значения ($P_{sh}^{\max} = 14.5\,\text{kgf}$).

Таким образом, используя вид разделяющей функции, нетрудно выбрать соотношения геометрических параметров ($D/R$ и $h/R$), при которых совершается удар о препятствующее тело с максимальной силой или близкой к ней.

В данной модели диаметр сегмента принят равным $17^{-0.2}$ mm. Поэтому если кроме диаметра ($D$) задается толщина пластинки ($h$), то необходимо использовать программу [15]. Во время поиска оптимальных значений в программе обеспечивается постоянная величина отношения $D/h$. Например, при заданных $D = 16.5$ mm и $h = 0.4$ mm получим $D/h = 41.25$. Оптимизация параметров $D/R$ и $h/R$, осуществляемая при условии, что $D/h = 41.25$, программа дает значения $D/R = 0.80$ и $h/R = 0.019$; при этих значениях сила удара 12.66 kgf.

Приведенные результаты расчета позволяют оптимизировать геометрические параметры сферических сегментов.

## Выводы

1. Разработана методика определения силы удара сферических сегментов о препятствие, установленное на пути возврата формы сегмента при отогреве.

2. Установлена размерная связь геометрических параметров сферических сегментов с положением препятствия на пути возврата формы в виде $l = 2/3l_n$, при котором происходит удар сегмента о препятствующее тело с максимально достижимой силой.

3. Построена модель зависимости силы удара от соотношений геометрических параметров сферических сегментов ($D/R$ и $h/R$), позволяющая прогнозировать силу удара о препятствующее тело.

4. Получена разделяющая функция в пространстве соотношений $D/R$ и $h/R$, определяющая области геометрических параметров сферических сегментов, с ударом о препятствие и без удара.

5. Разработана программа расчета геометрических параметров сферических сегментов ($D, R, h$) по их соотношениям $D/R$ и $h/R$ при заданной силе удара.

6. Расчеты по модели, согласованные с экспериментально полученными данными, позволяют установить оптимальные размеры сферических сегментов, обеспечивающие удар максимальной силы.

Работа подготовлена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках базовой части государственного задания.

## Список литературы

[1] *Хусаинов М.А.* // Вестник НовГУ. 1995. № 1. С. 67–75.
[2] *Хусаинов М.А.* // ЖТФ. 1997. Т. 67. Вып. 8. С. 118–120.
[3] *Хусаинов М.А., Малухина О.А.* // Тр. III Межд. науч. сем. „Современные проблемы прочности“ им. В.А.Лихачева. Россия, Старая Русса, 1999. Ч. 2. С. 185–189.
[4] Сплавы никелида титана с памятью формы. Ч. 1. Структура, фазовые превращения и свойства / Под ред. В.Г. Пушина. Екатеринбург, 2006. С. 230–237.
[5] *Хусаинов М.А., Бондарев А.Б., Андреев В.А., Чухонкин М.В.* // Вестник ТГУ. 2010. Т. 15. Вып. 3. С. 1260–1264.
[6] *Николаев В.Ч., Якушев П.Н., Малыгин Г.А., Пульцев С.А.* // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36. Вып. 19. С. 83–90.
[7] *Малыгин Г.А., Хусаинов М.А.* // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 10. С. 57–63.
[8] *Попов С.А., Хусаинов М.А., Бондарев А.Б., Андреев В.А.* // Вестник НовГУ. 2005. № 34. С. 12–16.
[9] *Адлер Ю.П., Марков Е.В., Грановский Ю.В.* Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М.: Наука, 1976. 279 с.
[10] *Митропольский А.К.* Техника статистических вычислений. М.: Наука, 1971. 576 с.

[11] *Хартман Л.* и др. Планирование экспериментов в исследовании технологических процессов. М.: Мир, 1977. 552 с.
[12] *Попов С.А., Хусаинов М.А., Бондарев А.Б.* Расчет оценок коэффициентов функции, разделяющей в пространстве геометрических параметров область с хлопком и область без хлопка для выпуклых сегментов из материала с памятью формы: свидетельство о регистрации программ для ЭВМ № 2013612574. Заявитель и правообладатель „Новгородский государственный университет“, № 2013610024; заявл. 10.01.13; зарег. 05.03.13.
[13] *Дуда Р., Харт П.* Распознавание образцов и анализ сцен. М.: Мир, 1976. 511 с.
[14] *Бард Й.* Нелинейное оценивание параметров. М.: Статистика, 1979. 349 с.
[15] *Попов С.А., Хусаинов М.А., Бондарев А.Б.* Расчет оптимальной силы удара выпуклых сегментов из материала с памятью формы и их геометрических размеров методом статистических испытаний: свидетельство о регистрации программ для ЭВМ № 2013612481. Заявитель и правообладатель „Новгородский государственный университет“, № 2013610133; заявл. 10.01.13; зарег. 01.03.13.