

05

Разрыв металлических колец при ударном нагружении магнитно-импульсным методом

© В.А. Морозов,¹ Ю.В. Петров,^{1,2} А.А. Лукин,¹ С.А. Атрошенко,^{1,2} Д.А. Грибанов¹

¹ Санкт-Петербургский государственный университет,
198504 Санкт-Петербург, Россия

² Институт проблем машиноведения РАН,
199178 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: yr@YP1004.spb.edu, satroshe@mail.ru

(Поступило в Редакцию 18 декабря 2013 г.)

Проведено исследование металлических кольцевых образцов из тонких алюминиевых и медных фольг при воздействии распределенной радиальной нагрузки магнитно-импульсным методом. Разработанные две модификации модхода позволили существенно уменьшить период приложенной синусоидальной нагрузки, а также определять время от начала приложения нагрузки до разрушения образцов. Предложен метод оценки радиальной силы, действующей на кольцо со стороны витков катушки. Измерены профили радиального давления на внутреннюю поверхность кольца и определены окружные растягивающие напряжения при его разрыве. Проведенные микроструктурные исследования разрушенных образцов показали, что наблюдаются процессы их динамической рекристаллизации. Установлено, что при укорочении периода действующей нагрузки доля вязкой составляющей в изломе уменьшается и образцы разрушаются более хрупко.

Введение

В настоящей работе рассмотрено развитие подхода [1–2] для области более короткого времени нагружения. Скоростное радиальное расширение кольца анализируется в работе [3] в условиях плоской деформации. Поведение материала — вязкопластическое, также учитывается деформационное упрочнение. С помощью линейной методики возмущения оценивается скорость роста возмущения и динамическое образование шейки. Действительно, было показано, что для данной конфигурации, выбирается конечная длина волны, связанная с наибольшим темпом роста, которая и будет определять размер фрагментов. Проводится сравнение с экспериментальными данными [4], чтобы показать актуальность подхода.

В теоретической работе [4] исследуется фрагментация упруго-вязко-пластического кольца в одномерной постановке. Определяющие уравнения включают влияние больших деформаций, геометрического размягчения, гидростатического давления и вязкопластичности материала. Линейный анализ возмущений показывает доминирующую зависимость картины образования шейки от скорости. Численное решение определяющих уравнений включает распространение волн и показывает, что размер фрагмента контролируется распространением волн разгрузки в конечной стадии фрагментации. Полученные результаты сравниваются с экспериментальными данными по фрагментации колец урана при разных скоростях деформации.

В работе [6] изучено влияние химического состава и механических свойств материала динамически нагруженных оболочек на параметры статистических распределений образующихся фрагментов. Анализируются

хорошо известные подходы и зависимости для описания динамических процессов фрагментации. Показано, что массовые распределения фрагментов могут быть описаны простым экспоненциальным соотношением с показателями, зависящими от состава и механических свойств деформируемого твердого тела.

Предмет динамической фрагментации материалов представляет значительный интерес, как с фундаментальной точки зрения, так и в технологических приложениях. В обзоре [7–9] рассмотрены основные положения теории и разработанных моделей, чтобы охарактеризовать эти явления и обсудить некоторые спорные экспериментальные наблюдения, которые обеспечивают основы для таких теорий.

Расширение полушарий, вызванное зарядом взрывчатого вещества, было исследовано в работе [10] для двух материалов: меди и тантала. Благодаря высокоскоростной камере время возникновения, угловое положение и количество шеек были определены в начале сужения. Деформирование тантала и меди охарактеризовано от квазистатических до динамических условий нагружения при различных температурах и их поведение было смоделировано с использованием трех различных термо-вязко-пластических законов течения (энергетический закон, Zerilli–Armstrong, Preston–Tonks–Wallace). С помощью численного моделирования процесса расширения было показано, что возникновение шейки находится в осесимметричном слое, где условия плоской деформации преобладают. Так как слой имеет небольшое расширение в поперечном направлении и оболочка тонкая, проблеме устойчивости можно отнести к пластине, растягивающейся в динамических условиях плоской деформации. Анализ устойчивости проведен на основе концепции эффективного параметра скоростной чувствительности,

который объединяет тепловые и вязко-пластические характеристики материала. С развитием этого параметра во время нагружения постулируется новый критерий для возникновения неустойчивости. Этот критерий, который отличается от обычного, основанного на эволюции темпов роста малых возмущений, используется для описания множественного образования шеек, наблюдаемого во время динамического расширения медных и танталовых полушарий. Хорошее согласие с экспериментом наблюдается относительно числа шеек и времени возникновения неустойчивости.

В работе [11] проводится анализ устойчивости локализации течения при динамическом расширении пластичных колец. В рамках 1-D-теории ставится краевая задача о радиальном расширении тонкого кольца. Уравнения, определяющие процесс растяжения расширяющегося кольца, получены и решены с помощью линейного метода возмущений. Кроме того, анализируются существенные черты трех различных идеально пластичных материалов: материал, не зависящий от скорости деформирования, материал, показывающий постоянную логарифмическую чувствительность от скорости деформирования, а также материал, показывающий непостоянную и немонотонную логарифмическую чувствительность скорости деформирования. Последний позволяет исследовать связь между инерцией и чувствительностью скорости деформации к образованию шейки. Главная особенность этой работы — продемонстрировать, что при определенных условиях нагружения и поведения материала снижение скоростной способствует стабилизации свойств материала, тогда как ее увеличение может привести к обрутному эффекту. Это открытие показывает, что связь между чувствительностью скорости и скоростью нагружения контролирует рост неустойчивого течения. Кроме того, построена конечно-элементная модель задачи расширения кольца в ABAQUS/Explicit.

В работе [12] разработана математическая модель вязкого роста пор при приложении среднего растягивающего напряжения, которая применена к проблеме откола в твердых телах. Цель состоит в том, чтобы описать динамическое вязкое разрушение в широком диапазоне растягивающих условий нагружения. Математическая модель, представленная здесь, описывает как откол при ударе пластиной (что наблюдалось исследованием позиции удара и измерением временного разрешения давления), так и откол, вызванный взрывом (что наблюдалось методом динамической рентгенографии) в меди. Это оказалось неприменимым к вязкому разрушению при расширении колец даже в отсутствие возможного образования полос адиабатического сдвига и классической неустойчивости в виде шейки в связи с тем, что среднее напряжение при растяжении (рост пор) и девиатор напряжения (гомогенная пластическая деформация сдвига) не являются независимыми. Там же обсуждаются необходимые теоретические обобщения и поддерживающие экспериментальные измерения, чтобы

улучшить понимание разрушения и фрагментации в расширении колец.

Испытания по расширению кольца [13] приняты в качестве удобной, но сложной проверки задачи [14] по оценке связующих моделей в ситуациях, связанных с вязким динамическим разрушением. Исследование было ограничено образцами алюминия 1100-0. Разрушение смоделировано путем обращения к необратимому закону связи, вставленному в связующие элементы. Конечно-элементная модель является трехмерной и полностью лагранжиановой. Для того чтобы ограничить степень деформационных искажений, авторы прибегают к непрерывной адаптивной перестройке сетки. Связанное поведение материала предполагает скорость независимой и, следовательно, все скоростные эффекты, предсказанные расчетами, происходят благодаря инерции и скоростной зависимости пластической деформации. Численным моделированием выявлено, что с высокой долей вероятности можно предсказать ряд наблюдаемых особенностей, в том числе число доминирующих и остановленных шеек, модели фрагментации, зависимость числа фрагментов и нагрузки разрушения от скорости расширения и распределения размеров фрагментов при постоянной скорости расширения.

В работе [15] было изучено поведения металлических образцов при высокой скорости деформации с использованием электромагнитного индуктивного нагружения как средства создания необходимой высокой скорости деформации в образцах лабораторного масштаба, что позволяет выполнять контролируемые, повторяемые эксперименты. Три отдельных эксперимента были разработаны и выполнены с использованием винтовых и спиральных катушек в качестве источников радиального и однонаправленного нагружения. Первый эксперимент оценил эффект от применения полимерных покрытий на трубных образцах диаметром 30.5 mm из Al 6061—O в двух вариантах длины, 18 и 36 mm. Эксперимент по расширению трубы был использован для применения радиальной нагрузки на образцы и записи события. Несколько оптических методик было использовано для оценки поведения образцов. Использовались покрытия из полимочевины и поликарбоната. Было отмечено, что покрытие поликарбонатом имеет более глубокое влияние на поведение металла за счет большего ограничивающего давления на поверхности трубы во время процесса расширения, и тем самым изменяя напряженное состояние образца.

В работе [16] рассмотрены методики построения динамических диаграмм деформирования в условиях воздействия мощных электромагнитных полей (ЭМП) и электрических токов. Установлено, что при использовании методики кольцевых образцов деформирующее воздействие ЭМП и его действие, изменяющее механические свойства материала, разделено по времени. Свойства металлов под действием ЭМП меняются в большей степени уже после завершения деформации. Наиболее подходящей из рассматриваемых методик для

выявления особенностей высокоскоростного деформирования материалов в ЭМП является методика составного стержня Гопкинсона с независимым механическим и электромагнитным нагружением.

В работе [13] описывается метод исследования фрагментации на быстро расширяющихся металлических кольцах. Система быстрого разряда конденсатора генерирует магнитные силы, которые ускоряют кольца до максимальных радиальных скоростей примерно 200 м/с, что соответствует периферической скорости деформации примерно 10^4 s^{-1} при фрагментации. Используется методика стрик-камеры, чтобы регистрировать движение колец с временным разрешением. Эксперименты по деформации разрушения и фрагментации проводились на образцах ОФНС меди и алюминия 1100–0.

Тонкие кольца [14] были быстро расширены с использованием больших магнитных полей, чтобы изучить влияние скорости деформации на деформацию до разрушения пластичных металлов. Классический электродинамический анализ, подобный развитому ранее Гординым, используется, чтобы оценить скорости образцов. В интервале исследованных скоростей расширения (от 50 до 300 м/с) экспериментальные результаты показали, что пластичность Al 6061 и ОФНС Cu увеличивается монотонно с ростом скорости. В каждом случае деформация образца до разрушения почти в 2 раза больше при 300 м/с, чем в статических условиях. Сравнение с анализом методом конечных элементов одномерной жесткой вязкопластической динамики предполагает, что инерционные эффекты главным образом ответственны за повышенную пластичность в широком интервале скоростей.

Методика эксперимента и результаты

Для разрыва металлических колец на базе генератора коротких высоковольтных импульсов ГКВИ–300, обеспечивающего формирование электрических напряжений с амплитудами 10–300 кВ, применялись две модификации магнитно-импульсного метода [1–2]. Рассматривались синусоидальные нагрузки с периодом тока $T = (7.5–5.5) \mu\text{s}$ (модификация 1) и с периодом $1 \mu\text{s}$ (модификация 2). Они реализовывались в кольце, коаксиально закрепленном на середине катушки, по которой пропускался электрический ток от зарядного устройства.

Важным достоинством применяемого метода испытаний в микросекундном диапазоне длительностей воздействия является то, что при разрыве кольца возникает искра, которая позволяла с помощью фотодиода фиксировать момент разрушения (время до разрушения). На рис. 1 изображены осциллограммы тока через катушку (2) и сигнал с фотодиода (1), фиксирующий момент разрыва образца, для двух вариантов испытаний: $T = 7.5 \mu\text{s}$ и $T = 1 \mu\text{s}$.

Были проведены эксперименты на кольцах из алюминиевых и медных фольг толщиной 0.015 мм и шириной

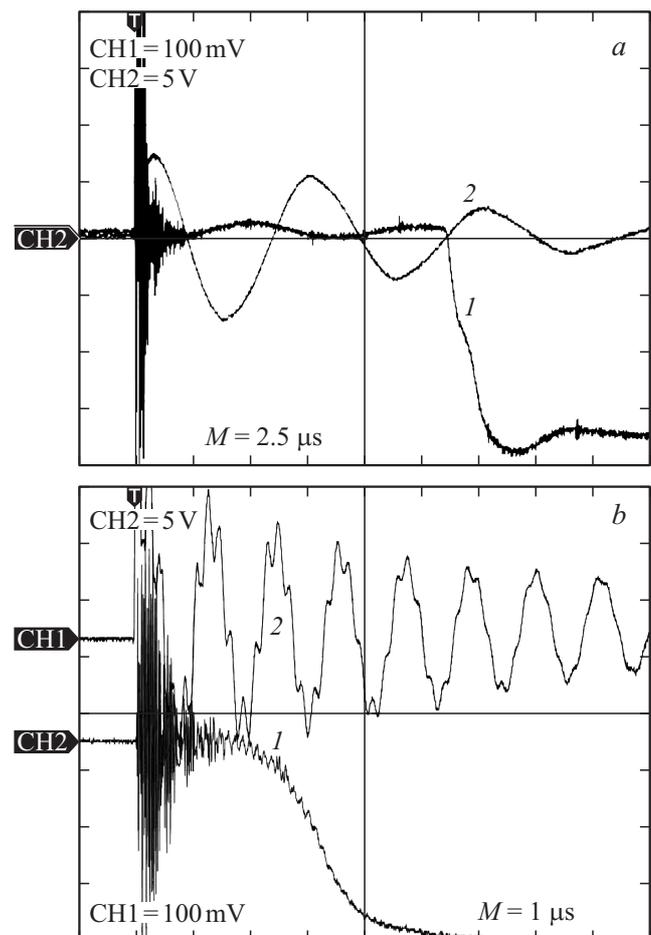


Рис. 1. Осциллограммы сигнала с фотодиода (1) и тока с пояса Роговского (2); *a* — при периоде тока $T = 7.5 \mu\text{s}$, *b* — при μs .

1.0–5.0 мм. Последние испытывали с малым периодом тока с надрезом и без надреза.

Исследование поверхностей разрушения алюминиевых и медных образцов после испытаний осуществлялось на оптическом микроскопе Axio-Observer-Z1-M в темном поле, а исследование структуры поперечных шлифов — в светлом поле, поляризованном свете и C-DIC. Структура изучалась на поперечных шлифах после соответствующего травления. Размер зерна и количество пор определяли на поверхности шлифов после их травления. Микротвердость замеряли на приборе ПМТ-3 при нагрузке 20 г.

Обсуждение полученных результатов

Проведем оценку радиальной силы, действующей на кольцо со стороны витков катушки. Схема расчета приведена на рис. 2. Оценка силы проводится в квазистатическом приближении. Считается, что основной силой является сила Ампера. Общая сила, действующая на кольцо, складывается из основной силы от витка

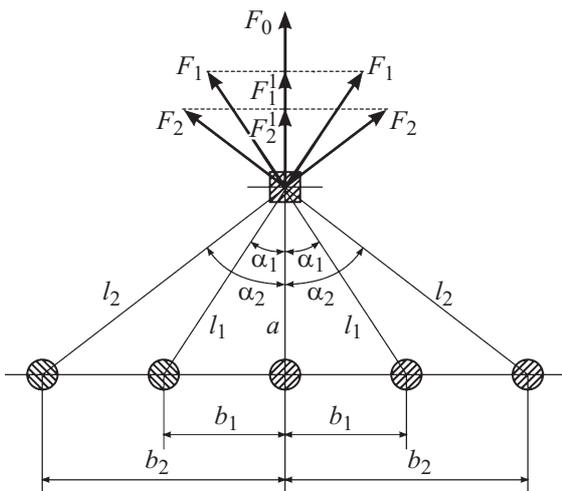


Рис. 2. Схема расчета силы, действующей на кольцо.

катушки, расположенного в плоскости кольца соосно с ним (рис. 2), и от боковых витков. Как показал расчет, основной вклад в силу Ампера вносят два боковых кольца. Из этих соображений число витков катушки было выбрано равным пяти.

Итак, сила, действующая на кольцо, будет

$$F(t) = F_0(t) + 2F_1^\perp(t) + 2F_2^\perp(t), \quad (1)$$

где

$$F_0(t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1(t)I_2(t)}{a},$$

$$F_1^\perp(t) = F_1(t) \cos \alpha_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1(t)I_2(t)}{l_1} \cos \alpha_1,$$

$$F_2^\perp(t) = F_2(t) \cos \alpha_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1(t)I_2(t)}{l_2} \cos \alpha_2,$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ — магнитная постоянная, $I_1(t)$ — ток в витке катушки, $I_2(t)$ — ток в кольце, a — расстояние от витка катушки до кольца.

Распределенная нагрузка, действующая на внутреннюю поверхность кольца,

$$q(t) = \frac{F(t)l}{S}, \quad (2)$$

где l — длина внутренней окружности кольца, $S = lc$ — площадь внутренней поверхности кольца, c — ширина

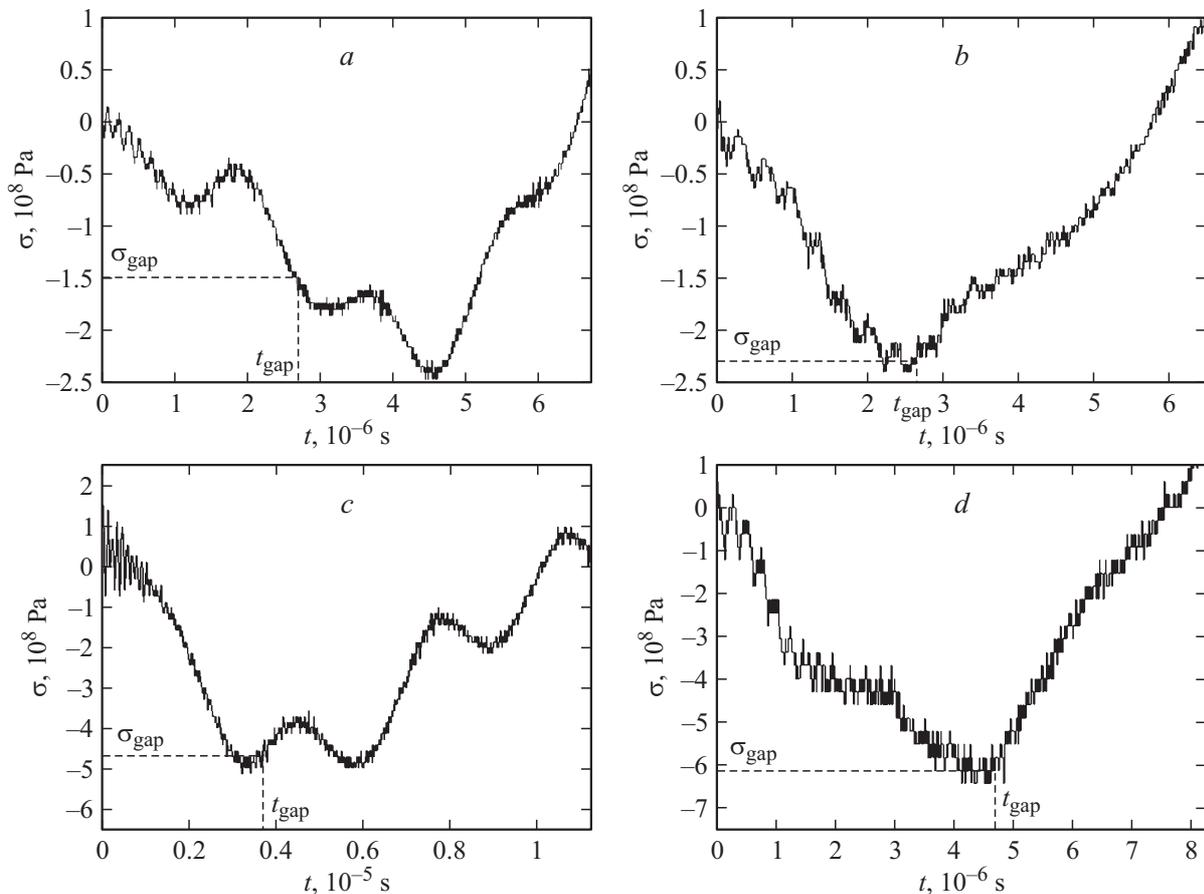


Рис. 3. Экспериментальные профили окружного напряжения: a — Al, $T = 5.5 \mu\text{s}$; b — Al, $T = 1 \mu\text{s}$; c — Cu, $T = 5.5 \mu\text{s}$; d — Cu, $T = 1 \mu\text{s}$.

кольца. Таким образом,

$$q(t) = \frac{F(t)}{c}. \quad (3)$$

Были проведены измерения радиальных давлений на внутреннюю поверхность колец с помощью разработанного нами пьезодатчика. Далее по формуле Лапласа (3) определялось окружное напряжение. На рис. 3 приведены профили напряжений для колец из алюминиевых и медных фольг при разных периодах тока в катушке. На этих же рисунках отмечены напряжения при разрыве кольца и время до разрушения. Из анализа приведенных экспериментально измеренных профилей окружного напряжения можно сделать важный вывод, что инерция кольца существенно сглаживает колебания давления на внутреннюю поверхность кольца. С укорочением периода колебаний эффект сглаживания проявляется сильнее (рис. 3, *b, c*). Важнейшим результатом инерционного сглаживающего эффекта является заметное увеличение длительности импульса (растягивающего кольцо) окружного напряжения по сравнению с длительностью радиальной (расширяющей кольцо изнутри) импульсной нагрузки.

В проведенных экспериментах и расчетах использовались следующие параметры устройства: $a = 3 \text{ mm}$, $b_1 = 7.5 \text{ mm}$, $b_2 = 15 \text{ mm}$.

Характеристики образцов, условия экспериментов и результаты приведены в табл. 1.

На рис. 4 приведены графики зависимости окружного напряжения при разрыве кольца от периода тока в катушке для алюминиевых и медных фольг.

Из рис. 4 видно, что с укорочением периода действующей нагрузки окружное напряжение разрыва кольца возрастает. Зависимость времени до разрыва кольца от

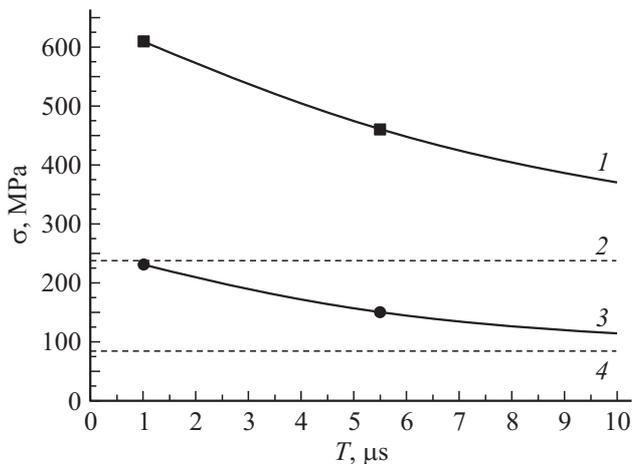


Рис. 4. Зависимость критического (в момент разрыва) растягивающего окружного напряжения при разрыве кольца от периода T тока осциллирующей нагрузки: 1 — медная фольга, 3 — алюминиевая фольга, 2, 4 — статическое напряжение разрушения (прочность) для меди и алюминия соответственно.

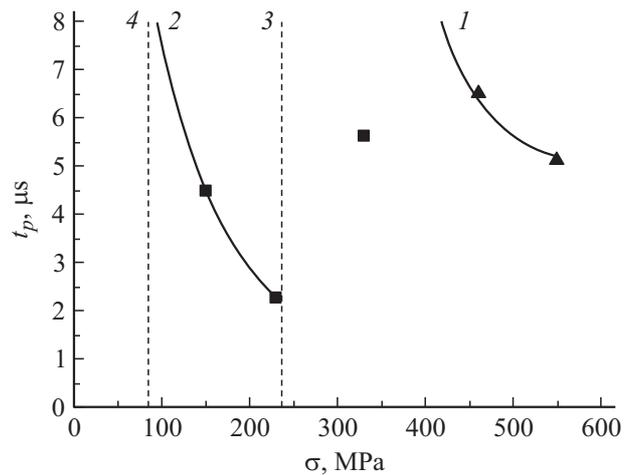


Рис. 5. Зависимость времени до разрушения t_p от критического (в момент разрыва) растягивающего окружного напряжения: 1 — медная фольга, 2 — алюминиевая фольга, 3, 4 — статическое напряжение разрушения (прочность) для меди и алюминия соответственно.

критического значения окружного напряжения представлены на рис. 5. Они показывают наличие временной зависимости прочности исследуемых материалов.

В табл. 2 показаны результаты измерения вязкой составляющей в изломе алюминиевых и медных образцов и видно, что с укорочением периода тока доля волокна в изломе алюминия монотонно уменьшается, т.е. образцы становятся более хрупкими. В меди отсутствует зависимость хрупкой составляющей в изломе от периода тока. Микротвердость как алюминиевых, так и медных образцов в исходном состоянии (до нагружения) оказалась выше, чем после нагружения. Но в медных образцах падение микротвердости более значительное (на 40–50%), чем в алюминии (на 15–20%).

На рис. 6 приведена структура образцов алюминия в исходном состоянии и после нагружения с разными периодами и разным поперечным сечением (масштабным фактором). Видно, что при кратковременном нагружении происходит динамическая рекристаллизация — образование новых мелких зерен. Степень динамической рекристаллизации наибольшая в образцах алюминия с большей длительностью нагружения и максимальным поперечным сечением (масштабным фактором). Наибольшее измельчение зерна наблюдается при динамической рекристаллизации, происходящей в образцах, нагруженных с периодом $T = 5.5 \mu\text{s}$ как в алюминии, так и в меди. Образцы алюминия после нагружения проявили большую склонность к порообразованию при увеличении периода нагружения по сравнению с исходным. Пористость меди ниже после магнитно-импульсного нагружения, чем в исходном состоянии. Кроме того, при увеличении длительности воздействия в образцах алюминия наблюдается зарождение множественных трещин (рис. 6, *c*).

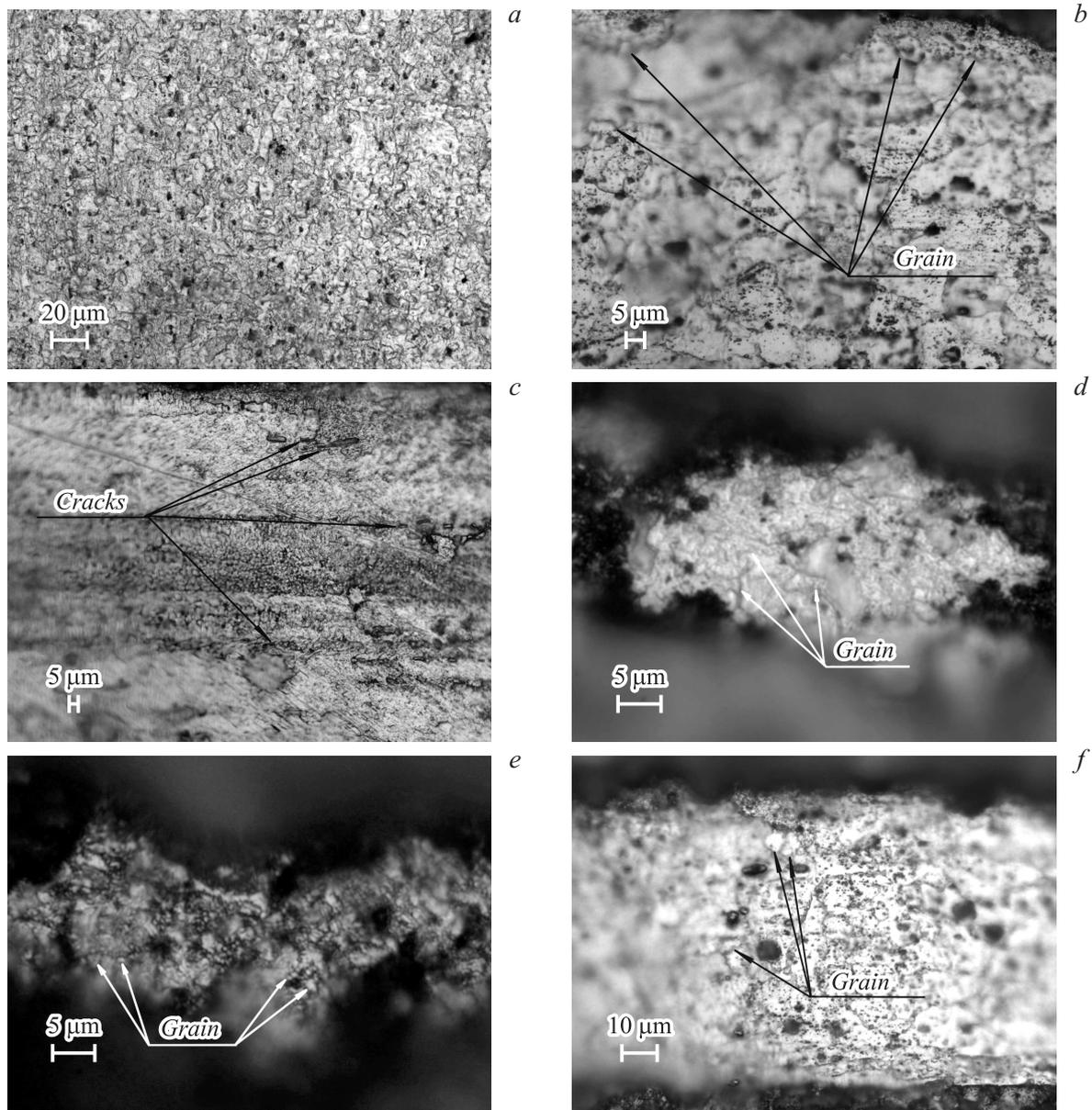


Рис. 6. Структура алюминия: *a* — в исходном состоянии, *b* — рекристаллизованные зерна после нагружения с периодом тока $T = 7.5 \mu\text{s}$ ($S = 0.13 \text{ mm}^2$), *c* — трещины после нагружения с периодом $T = 7.5 \mu\text{s}$ ($S = 0.19 \text{ mm}^2$), *d, e* — рекристаллизованные зерна после нагружения с периодом $T = 5.5 \mu\text{s}$ ($S = 0.015 \text{ mm}^2$), *f* — рекристаллизованные зерна после нагружения с периодом $T = 1 \mu\text{s}$ ($S = 0.07 \text{ mm}^2$). Здесь обозначения: *cracks* — откол, *grain* — рекристаллизованные зерна.

Таблица 1. Характеристики образцов, условия экспериментов и результаты

Материал	$T, \mu\text{s}$	h, mm	c, mm	\varnothing, mm	U, kV	σ_f, MPa	$\tau, \mu\text{s}$	W, J
Al	5.5	0.015	2.0	28.6	14	150	4.5	49
Al	1	0.015	2.8	28.6	26	230	2.65	169
Cu	5.5	0.015	1.6	28.6	20	460	3.7	100
Cu	1	0.015	1.0	28.6	28	610	4.7	196

Примечание: $T, \mu\text{s}$ — период колебаний тока в катушке; h, mm — толщина кольца; c, mm — ширина кольца; \varnothing, mm — диаметр кольца; U, kV — напряжение заряда конденсатора; σ_f, MPa — окружное напряжение в момент разрыва кольца; $\tau, \mu\text{s}$ — время до разрушения; W, J — энергия заряженного конденсатора.

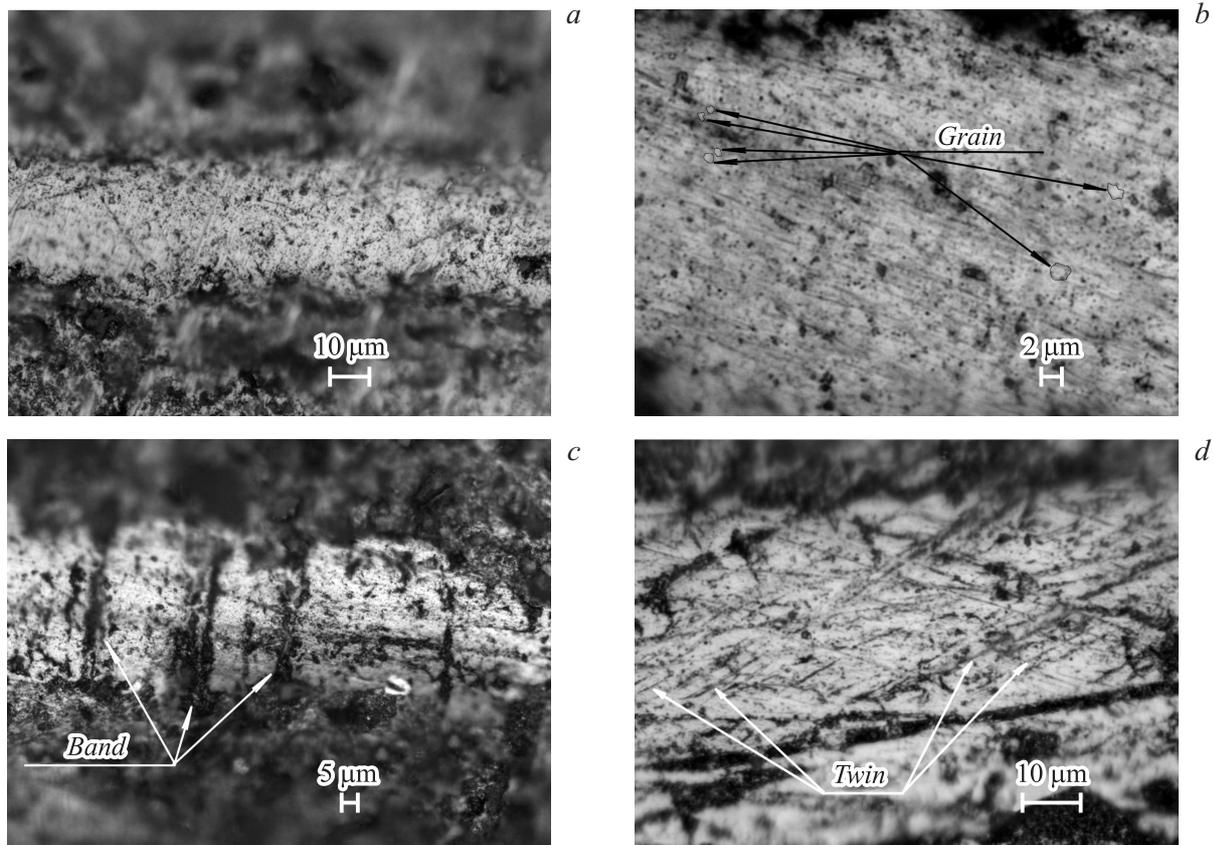


Рис. 7. Структура меди: *a* — в исходном состоянии, *b* — зарождение новых зерен при динамической рекристаллизации после нагружения с периодом $T = 1 \mu\text{s}$ ($S = 0.03 \text{ mm}^2$), *c* — полосы сдвига в образце с надрезом после нагружения с периодом $T = 1 \mu\text{s}$ ($S = 0.08 \text{ mm}^2$), *d* — двойники в меди после нагружения с периодом $T = 5.5 \mu\text{s}$ (здесь обозначения: *grain* — рекристаллизованные зерна, *band* — полосы сдвига, *twin* — двойники).

Таблица 2. Результаты микроструктурных исследований

Материал	$T, \mu\text{s}$	$h \times b, \mu\text{m}^2$	$D, \mu\text{mm}$	$n, 1/400 \mu\text{m}^2$	$B, \%$
Al	7.5	$130.4 \cdot 10^3$	8.2	91	98.2
Al	5.5	$15 \cdot 10^3$	0.45	64	92.3
Al	1	$68.4 \cdot 10^3$	3.0	70	91.5
Al initial		$120.4 \cdot 10^3$	4.6	53	
Cu	5.5	$52.5 \cdot 10^3$	0.72	117	83
Cu	1	$29.9 \cdot 10^3$	2.5	96	89
Cu initial		$150.4 \cdot 10^3$	—	282	

Примечание: $T, \mu\text{s}$ — период колебаний тока в катушке; $S = h \times b, \mu\text{m}^2$ — сечение образца; $D, \mu\text{m}$ — размер зерна; $n, 1/400 \mu\text{m}^2$ — количество пор на площади $400 \mu\text{m}^2$; $B, \%$ — доля вязкой составляющей в изломе.

На рис. 7 представлена структура меди в исходном состоянии и после магнитно-импульсного нагружения. Медный образец до нагружения представлял собой монокристалл, а после нагружения в результате динамической рекристаллизации появляются мелкие зерна размером $0.7\text{--}2.5 \mu\text{m}$. Причем более развита динамическая рекристаллизация в образце с периодом $T = 5.5 \mu\text{s}$ — здесь зерна более мелкие. Количество пор в образце с периодом $T = 5.5 \mu\text{s}$ тоже больше, чем в образце

периодом $T = 1 \mu\text{s}$. Кроме того, в образце с надрезом большое количество полос сдвига (рис. 7, *d*).

Заключение

1. Разработан и апробирован магнитно-импульсный метод разрушения и фоторегистрации момента разрушения кольцевых металлических образцов при коротких (порядка $1 \mu\text{s}$) импульсных „раздающих“ воздействиях.

2. Предложен метод оценки радиальной силы, действующей на кольцо, и измерены профили радиального давления на внутреннюю поверхность кольца; определены окружные растягивающие механические напряжения, приводящие к его разрыву.

3. Показано, что инерция кольца при высокоскоростном деформировании существенно сглаживает колебания напряжения в кольце, что может приводить, в частности, к заметному увеличению длительности импульса растягивающего механического напряжения по сравнению с длительностью исходного импульса токовой нагрузки.

4. Установлено, что с укорочением времени воздействия образцы разрушаются более хрупко. В алюминиевых образцах наблюдаются процессы динамической рекристаллизации и образование трещин, тогда как в медных происходит двойникование и образование полос сдвига.

Работа проводилась при финансовой поддержке грантов РФФИ 14-01-00814, РФФИ 10-08-00966, 12-01-3349мол_а_вед, РФФИ 12-01-91154-ГФЕН, РФФИ 13-01-00335 госконтракт № 02.740.11.5171 ФЦП „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России программы № 25 президиума РАН и FP7 EU MARIE CURIE Project TAMER № 610547.

[15] *Morales S.A.* // Thesis for the Degree of Master of Science in Engineering. The University of Texas at Austin, August 2011.

[16] *Порохов В.А., Кукуджанов В.Н.* // Проблемы прочности и пластичности. 2005. Вып. 67. С. 132–142.

Список литературы

- [1] *Морозов В.А., Петров Ю.В., Лукин А.А., Кац В.М., Удовик А.Г., Атрошенко С.А., Грибанов Д.А., Федоровский Г.Д.* // ЖТФ. 2011. Т. 81. Вып. 6. С. 51–56.
- [2] *Морозов В.А., Петров Ю.В., Лукин А.А., Кац В.М., Удовик А.Г., Атрошенко С.А., Федоровский Г.Д.* // ДАН. 2011. Т. 439. № 6. С. 761–763.
- [3] *Mercier S., Molinari A.* // Intern. J. Impact Engineering. 2004. Vol. 30. P. 403–419.
- [4] *Altynova M., Hu X., Daehn G.S.* // Metall Trans A. 1996. Vol 27. N 18. P. 37–44.
- [5] *Zhou F., Molinari J.F., Ramesh K.T.* // International Journal of Impact Engineering. 2006. Vol. 33. P. 880–891.
- [6] *Botvina L.R.* // Russian Metallurgy (Metally). 2011. Vol. 10. P. 973–980.
- [7] *Zhang H., Ravi-Chandar K., Phys J.* // D: Appl. Phys. 2009. Vol. 42. N 214010.
- [8] *Zhang O.H., Ravi-Chandar K.* // Int. J. Fract. 2006. Vol. 142. P. 183.
- [9] *Zhang O.H., Ravi-Chandar K.* // Int. J. Fract. 2010. Vol. 163. P. 41.
- [10] *Mercier S., Granier N., Molinari A., Llorca F., Buy F.* // J. the Mechanics and Physics of Solids. 2010. Vol. 58. P. 955–982.
- [11] *Vadillo G., Rodriguez-Martinez J.A., Fernandez-Saez J.* // Intern. J. of Solids and Structures. 2012. Vol. 49. P. 481–491.
- [12] *Johnson J.N., Appl J.* // Phys. 1981. Vol. 52. N 2812.
- [13] *Grady D.E., Benson D.A.* // Experimental Mechanics. 1983. Vol. 12. P. 393–400.
- [14] *Pandolfi A., Krysl P., Ortiz M.* // Intern. J. Fracture. 1999. Vol. 95. P. 279–297.