### 09

# Генерация низкочастотного излучения при воздействии сфокусированного лазерного импульса на проводник

© С.А. Урюпин,<sup>1,2</sup> А.А. Фролов<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,
 119991 Москва, Россия
 e-mail: uryupin@sci.lebedev.ru
 <sup>2</sup> Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ",
 115409 Москва, Россия
 <sup>3</sup> Объединенный институт высоких температур РАН,
 125412 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 2 августа 2013 г.)

Развита теория генерации низкочастотного излучения при пондеромоторном воздействии падающего нормально на проводник сфокусированного лазерного импульса. Изучены спектральные, угловые и энергетические характеристики низкочастотного излучения, а также пространственно-временная структура импульса низкочастотного излучения.

## Введение

Интерес к генерации импульсов низкочастотного излучения при воздействии лазерного излучения на вещество возник сравнительно давно [1]. После того как в работах [2,3] было зарегистрировано излучение терагерцового диапазона частот при лазерном облучении твердотельных и газообразных сред, это направление в оптике привлекло еще большее внимание специалистов. Генерация терагерцового излучения при взаимодействии фемтосекундного импульса с мишенями из золота и серебра наблюдалась в работах [4,5], а в работе [6] при облучении мишени из меди. В [7] исследовано терагерцовое излучение при облучении полупроводников, помещенных в магнитное поле. В [8] экспериментально установлено, что эффективность генерации терагерцового излучения резко возрастает, если лазерный импульс воздействует на металл с наноструктурированной поверхностью. Для объяснения генерации терагерцового излучения при лазерном воздействии на вещество привлекаются различные физические механизмы. Один из наиболее естественных и просто реализуемых механизмов связан с возбуждением низкочастотных вихревых токов в веществе при пондеромоторном воздействии лазерного излучения на свободные электроны. Применительно к взаимодействию лазерного импульса с плазмой такой механизм изучен в работах [9,10] в предположении, что полностью ионизованная плазма имеет резкую границу. Для реализации последнего предположения требуются специальные усилия при постановке соответствующего эксперимента. При взаимодействии лазерных импульсов с твердотельными проводниками предположение о резкой границе вполне естественно и эксперимент допускает многократное повторение, если не использовать импульсы большой мощности, приводящие к разрушению поверхности. Кроме того, твердотельный источник низкочастотного излучения можно

перемещать в пространстве, не создавая дополнительных проблем для процесса генерации. Имея в виду указанные практические достоинства твердотельных мишеней, в настоящей работе дано обобщение развитой ранее теории [9,10] на случай взаимодействия короткого лазерного импульса с твердотельным проводником.

Ниже изучена генерация низкочастотного электромагнитного излучения при пондеромоторном воздействии сфокусированного импульса лазерного излучения, падающего нормально на твердотельный проводник, имеющий гладкую поверхность. Исследованы спектральные, угловые и энергетические характеристики низкочастотного излучения. Показано, что в спектре излучения имеется широкий максимум на частоте, близкой к обратной длительности лазерного импульса. Изучена диаграмма направленности низкочастотного излучения и показано, что она существенно зависит от степени фокусировки лазерного импульса. Для остро сфокусированного лазерного импульса генерируемое низкочастотное излучение распространяется под малыми углами к поверхности проводника. Если размер фокального пятна заметно превышает длину импульса, то излучение низкочастотных волн происходит вдоль направлений, близких к направлению нормали к поверхности проводника. Найдена полная энергия низкочастотного излучения и установлена ее зависимость от степени фокусировки лазерного импульса и частоты столкновений электронов проводимости. Показано, что при фиксированной энергии и длительности импульса энергия низкочастотного излучения максимальна тогда, когда лазерный импульс остро сфокусирован, а частота столкновений электронов невелика. Исследована пространственно-временная структура электромагнитного поля в импульсе низкочастотного излучения. Установлено, что низкочастотный импульс имеет длительность, сравнимую с длительностью лазерного импульса.

# 1. Пондеромоторный потенциал и низкочастотное поле

Рассмотрим воздействие на проводник, занимающий область пространства z > 0, распространяющегося вдоль оси z сфокусированного импульса лазерного излучения, электрическое поле которого имеет вид

$$\frac{1}{2}\mathbf{E}_{L}\left(t-\frac{z}{c}\right)\exp\left\{-i\omega_{0}\left(t-\frac{z}{c}\right)-\frac{\rho^{2}}{2R^{2}}\right\}+c.c.,$$

$$R \gg c/\omega_{0},$$
(1)

где  $\omega_0$  — несущая частота, c — скорость света, R — характерный размер фокального пятна,  $\rho^2 =$  $x^2 + y^2$ , а функция  $\mathbf{E}_L(t)$  — изменяется слабо за время ~ 1/ $\omega_0$ . Ограничимся рассмотрением воздействия поля вида (1) в условиях, когда несущая частота излучения  $\omega_0$  и частота столкновений электронов  $\nu_h$ удовлетворяют неравенству  $|\omega_0 + i\nu_h| \gg |\kappa_L(\omega_0)|v,$ где v — характерная скорость электронов,  $\kappa_L(\omega_0) =$  $=(\omega_0/c)[\omega_p^2/\omega_0(\omega_0+i\nu_h)-\varepsilon_0(\omega_0)]^{1/2}, \quad \omega_p$ — плазменная частота,  $v_h$  — эффективная частота столкновений электронов проводимости,  $\varepsilon_0(\omega_0) = \varepsilon'_0(\omega_0) + i\varepsilon''_0(\omega_0)$  вклад в диэлектрическую проницаемость проводника от связанных электронов и решетки. Амплитуда аксиально симметричного поля в металле изменяется вдоль оси z на расстоянии  $\sim 1/\text{Re}\,\kappa_L(\omega_0)$ , а вдоль вектора  $\rho$  на расстоянии ~ *R*. Из-за неоднородности амплитуды поля происходит пондеромоторное воздействие на электроны. Тогда, когда  $\omega_0 \gg \nu_h$ , отвечающий полю (1) пондеромоторный потенциал имеет вид [11]

$$\Phi(\mathbf{r},t) = \frac{e^2 \mathbf{E}_L^2(t)}{m|\omega_0 + i c \kappa_L(\omega_0)|^2} \exp\left\{-2\operatorname{Re}\kappa_L(\omega_0)z - \frac{\rho^2}{R^2}\right\},\tag{2}$$

где *е* — заряд, а *m* — эффективная масса электрона.

Пондеромоторное воздействие импульса с медленно изменяющейся во времени амплитудой поля приводит к возникновению низкочастотного тока и низкочастотного поля. Для определения плотности низкочастотного тока воспользуемся уравнением

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{j}(\mathbf{r},t) + v_s \mathbf{j}(\mathbf{r},t) = \frac{\omega_p^2}{4\pi} \bigg[ \mathbf{E}(\mathbf{r},t) - \frac{1}{e} \nabla \Phi(\mathbf{r},t) \bigg], \quad (3)$$

где  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  — низкочастотное электрическое поле в проводнике,  $v_s$  — частота столкновений электронов в низкочастотном поле, которая отличается от частоты  $v_h$ вследствие зависимости частоты электрон-электронных столкновений от частоты поля [12]. Для описания низкочастотного электромагнитного поля уравнение (3) следует дополнить уравнениями Максвелла для электрического  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$  и магнитного  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$  полей

$$\operatorname{rot} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{c} \,\frac{\partial}{\partial t} \,\mathbf{B}(\mathbf{r}, t), \tag{4}$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}(\mathbf{r}, t), \qquad (5)$$

где **D**(**r**, *t*) — электрическая индукция. При построении решения уравнений (3)–(5) воспользуемся преобразованием Фурье по времени *t* и координате  $\rho = (x, y)$ :

$$\mathbf{F}(\mathbf{k}_{\perp}, z, \omega) = \int dt d\boldsymbol{\rho} \exp(i\omega t - i\mathbf{k}_{\perp}\boldsymbol{\rho})\mathbf{F}(\mathbf{r}, t),$$
$$\mathbf{F}(\mathbf{r}, t) = \int \frac{d\omega d\mathbf{k}_{\perp}}{(2\pi)^3} \exp(-i\omega t + i\mathbf{k}_{\perp}\boldsymbol{\rho})\mathbf{F}(\mathbf{k}_{\perp}, z, \omega), \quad (6)$$

где  $\mathbf{k}_{\perp} = (k_x, k_y, \mathbf{0})$ , а  $\mathbf{F}(\mathbf{r}, t)$  — одна из функций:  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$ ,  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ ,  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$  или  $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$ . В силу аксиальной симметрии пондеромоторного потенциала (2) плотность тока, поля и вектор индукции имеют вид  $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = (j_{\rho}(\mathbf{r}, t), \mathbf{0}, j_z(\mathbf{r}, t))$ ,  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = (E_{\rho}(\mathbf{r}, t), \mathbf{0}, E_z(\mathbf{r}, t))$ ,  $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = (0, B_{\varphi}(\mathbf{r}, t), \mathbf{0})$ ,  $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = (D_{\rho}(\mathbf{r}, t), \mathbf{0}, D_z(\mathbf{r}, t))$ . После преобразования Фурье из уравнений (3)–(5), исключив фурье-образ плотности тока, получаем систему уравнений для фурье-образов компонент электрического и магнитного полей

$$\frac{\partial}{\partial z} E_{\rho}(\mathbf{k}_{\perp}, z, \omega) - ik_{\perp}E_{z}(\mathbf{k}_{\perp}, z, \omega) = \frac{i\omega}{c}B_{\varphi}(\mathbf{k}_{\perp}, z, \omega),$$

$$\frac{\partial}{\partial z}B_{\varphi}(\mathbf{k}_{\perp}, z, \omega) = \frac{i\omega}{c}\varepsilon(\omega)E_{\rho}(\mathbf{k}_{\perp}, z, \omega)$$

$$-\frac{k_{\perp}\omega_{p}^{2}}{(\omega + i\nu_{s})}\frac{\Phi(\mathbf{k}_{\perp}, z, \omega)}{ce},$$

$$k_{\perp}B_{\varphi}(\mathbf{k}_{\perp}, z, \omega) = -\frac{\omega}{c}\varepsilon(\omega)E_{z}(\mathbf{k}_{\perp}, z, \omega)$$

$$-\frac{\omega_{p}^{2}}{(\omega + i\nu_{s})}\frac{\partial}{\partial z}\frac{\Phi(\mathbf{k}_{\perp}, z, \omega)}{ce},$$
(7)

где  $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0(\omega) - \omega_p^2 / [\omega(\omega + iv_s)]$  — зависящая от частоты диэлектрическая проницаемость проводника в пределе  $|\omega + iv_s| \gg kv$ . При преобразовании уравнения (5) использована связь фурье-образов вектора индукции и электрического поля  $\mathbf{D}(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon_0(\omega)\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)$ . Уравнения (7) имеют место в области z > 0. Для описания низкочастотного поля в вакууме достаточно в уравнениях (7) положить  $\omega_p = 0$  и  $\varepsilon(\omega) = 1$ . В дальнейшем будем рассматривать только ту часть электромагнитного поля в вакууме, которая отвечает волне, уходящей от поверхности проводника, т.е. ищем решение видоизмененной системы уравнений (7) в условиях, когда выполнено неравенство

$$|\omega| > k_{\perp}c. \tag{8}$$

Часть поля, для которой выполнено неравенство, обратное (8), описывает поле поверхностной волны в вакууме, возбуждение которой изучено ранее в работе [11]. Для  $k_{\perp}$  и  $\omega$ , удовлетворяющих неравенству (8), из видоизмененных уравнений (7) находим

$$B_{\varphi}(\mathbf{k}_{\perp}, z, \omega) = B_{\varphi}(\mathbf{k}_{\perp}, z = -0, \omega) \exp(-i\kappa_0 z), \quad (9)$$

$$E_{\rho}(\mathbf{k}_{\perp}, z, \omega) = -\frac{c\kappa_0}{\omega} B_{\varphi}(\mathbf{k}_{\perp}, z = -0, \omega) \exp(-i\kappa_0 z),$$
(10)

$$E_{z}(\mathbf{k}_{\perp}, z, \omega) = -\frac{ck_{\perp}}{\omega} B_{\varphi}(\mathbf{k}_{\perp}, z = -0, \omega) \exp(-i\kappa_{0}z),$$
(11)

(11) где  $\kappa_0 = \text{sign}(\omega) \sqrt{\omega^2/c^2 - k_\perp^2}, \quad B_{\varphi}(\mathbf{k}_\perp, z = -0, \omega)$  — неизвестная функция.

В проводнике решение системы уравнений (7) для компонент фурье-образов электромагнитного поля имеет вид

$$B_{\varphi}(\mathbf{k}_{\perp}, z, \omega) = B_{\varphi}(\mathbf{k}_{\perp}, z = +0, \omega) \exp(-\kappa z), \quad (12)$$

$$E_{\rho}(\mathbf{k}_{\perp}, z, \omega) = \frac{ic\kappa}{\omega\varepsilon(\omega)} B_{\varphi}(\mathbf{k}_{\perp}, z = +0, \omega) \exp(-\kappa z) - \frac{ik_{\perp}\omega_{\rho}^{2}}{\omega(\omega + i\nu_{s})} \frac{\Phi(\mathbf{k}_{\perp}, z, \omega)}{e\varepsilon(\omega)}, \quad (13)$$

$$E_{z}(\mathbf{k}_{\perp}, z, \omega) = -\frac{ck_{\perp}}{\omega\varepsilon(\omega)}B_{\varphi}(\mathbf{k}_{\perp}, z = +0, \omega)\exp(-\kappa z) -\frac{\omega_{p}^{2}}{\omega(\omega + i\nu_{s})}\frac{\partial}{\partial z}\frac{\Phi(\mathbf{k}_{\perp}, z, \omega)}{e\varepsilon(\omega)}, \quad (14)$$

где

$$\kappa = \sqrt{k_{\perp}^2 - \omega^2 \varepsilon(\omega)/c^2} = \kappa_1 - i\kappa_2,$$
  

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) + i\varepsilon''(\omega),$$
  

$$\kappa_s = \frac{1}{c\sqrt{2}} \left\{ \sqrt{\left[k_{\perp}^2 c^2 - \omega^2 \varepsilon'(\omega)\right]^2 + \left[\omega^2 \varepsilon''(\omega)\right]^2} - (-1)^s \left[k_{\perp}^2 c^2 - \omega^2 \varepsilon'(\omega)\right] \right\}^{1/2}, \quad s = 1, 2, \quad (15)$$

Величина  $1/\kappa_1$  определяет размер области локализации низкочастотного поля в проводнике около его поверхности. Для определения функций  $B_{\varphi}(\mathbf{k}_{\perp}, z = +0, \omega)$  и  $B_{\varphi}(\mathbf{k}_{\perp}, z = -0, \omega)$  воспользуемся условиями непрерывности тангенциальных компонент электромагнитного поля на границе проводника. Приравнивая компоненты  $B_{\varphi}(\mathbf{k}_{\perp}, z, \omega)$  и  $E_{\rho}(\mathbf{k}_{\perp}, z, \omega)$  на плоскости z = 0, из формул (9), (10), (12), (13) находим

$$B_{\varphi}(\mathbf{k}_{\perp}, z = -0, \omega) = B_{\varphi}(\mathbf{k}_{\perp}, z = +0, \omega)$$
$$= \frac{k_{\perp}\omega_p^2}{(\omega + i\nu_s)c[\kappa - i\kappa_0\varepsilon(\omega)]} \frac{\Phi(\mathbf{k}_{\perp}, z = 0, \omega)}{e}.$$
 (16)

Соотношения (9)–(11) и (16) определяют фурье-образы компонент низкочастотного поля в вакууме, которые пропорциональны величине  $\Phi(\mathbf{k}_{\perp}, z = 0, \omega)$  — фурье-образа пондеромоторного потенциала на поверхности проводника. Для пондеромоторного потенциала (2) фурье-образ имеет вид

$$\Phi(\mathbf{k}_{\perp}, z, \omega) = \frac{e^2}{m} \frac{\pi R^2}{|\omega_0 + ic\kappa_L(\omega_0)|^2} \\ \times \exp\left[-\operatorname{Re}\kappa_L(\omega_0)z - \frac{k_{\perp}^2 R^2}{4}\right] \int_{-\infty}^{\infty} dt \mathbf{E}_L^2(t) \exp(i\omega t).$$
(17)

Соотношения (9)–(11), (16) и (17) позволяют рассмотреть низкочастотное электромагнитное поле в вакууме. Как уже отмечалось, выражения (9)–(11) пригодны для рассмотрения только части поля уходящей от поверхности проводника. Эта часть поля определяется фурье-образами полей, имеющих сравнительно небольшие волновые векторы в плоскости компланарной поверхности проводника  $|\omega| > k_{\perp}c$  (8). Поэтому, восстанавливая зависимость поля от координаты  $\rho$  с помощью обратного преобразования Фурье по  $\rho$  (6), ограничим сверху область интегрирования по  $k_{\perp}$  величиной  $|\omega|/c$ . Тогда из формул (6), (9), (16), (17) для азимутальной компоненты фурье-образа магнитного поля имеем

$$B_{\varphi}(\mathbf{r},\omega) = \frac{\omega_{p}^{2}}{|\omega_{0}+ic\kappa_{L}(\omega_{0})|^{2}} \frac{e}{mc} \frac{\pi R^{2}}{\omega+i\nu_{s}}$$

$$\times \int_{0}^{\omega/c} \frac{k_{\perp}^{2}dk_{\perp}}{2\pi} \frac{J_{0}(k_{\perp}\rho)}{\kappa-i\kappa_{0}\varepsilon(\omega)} \exp\left(-\frac{k_{\perp}^{2}R^{2}}{4}-i\kappa_{0}z\right)$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} dt \mathbf{E}_{L}^{2}(t) \exp(i\omega t), \quad \omega > 0, \quad (18)$$

где  $J_0(k_{\perp}\rho)$  — функция Бесселя нулевого порядка. Для определения фурье-образа магнитного поля при  $\omega < 0$  достаточно воспользоваться соотношением  $B_{\varphi}(\mathbf{r}, -\omega) = B_{\varphi}^*(\mathbf{r}, \omega)$ , которое следует из условия вещественности магнитного поля  $B_{\varphi}(\mathbf{r}, t)$ .

## 2. Физические характеристики низкочастотного излучения

Выражение (18) позволяет описать физические характеристики низкочастотного излучения генерируемого в проводнике при пондеромоторном воздействии лазерного импульса. Ограничимся рассмотрением поля низкочастотного излучения на больших расстояниях от области фокального пятна, когда выполнено неравенство  $\rho \gg R, c/\omega \sin \theta$ . При рассмотрении поля на таких расстояниях можно воспользоваться асимптотическим представлением функции Бесселя

$$J_0(k_\perp \rho) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi k_\perp \rho}} \cos\left(k_\perp \rho - \frac{\pi}{4}\right).$$
(19)

Выражение (19) позволяет использовать метод стационарной фазы при определении явного вида фурье-образа магнитного поля в волновой зоне. Стационарная точка дается соотношением

$$k_{\perp} \approx \frac{\omega}{c} \frac{\rho}{r} = \frac{\omega}{c} \sin \theta,$$
 (20)

где  $\theta$  — угол между радиус-вектором и положительным направлением оси z. Учитывая только вклад от окрест-

ности стационарной точки (20), из (18) находим

$$B_{\varphi}(\mathbf{r},\omega) = \frac{\omega_{p}^{2}}{|\omega_{0} + ic\kappa_{L}(\omega_{0})|^{2}} \frac{eR^{2}}{2mc^{2}} \frac{\omega}{\omega + i\nu_{s}} \frac{\sin\theta|\cos\theta|}{r}$$
$$\times \exp\left(i\frac{\omega}{c}r - \frac{\omega^{2}R^{2}}{4c^{2}}\sin^{2}\theta\right) \left[\varepsilon(\omega)|\cos\theta|\right.$$
$$+ i\sqrt{\sin^{2}\theta - \varepsilon(\omega)} \left]^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} dt \mathbf{E}_{L}^{2}(t) \exp(i\omega t),$$
$$\omega > 0, \quad \pi/2 < \theta < \pi.$$
(21)

Обычно при взаимодействии импульсов высокочастотно-

го излучения с проводниками выполнены неравенства

$$\omega_0 \gg \nu_h, \quad \omega_p^2/\omega_0^2 \gg |\varepsilon_0(\omega_0)|,$$
 (22)

что позволяет принять  $\kappa_L(\omega_0) \approx \omega_p/c$ . При обсуждении генерации низкочастотного излучения также ограничимся рассмотрением наиболее типичных условий, в которых

$$\omega_p^2/(\omega^2 + \nu_s^2) \gg |\varepsilon_0'(\omega)|,$$
  
$$\nu_s \omega_p^2/\omega(\omega^2 + \nu_s^2) \gg |\varepsilon_0''(\omega)|.$$
 (23)

Когда выполнены неравенства (22) и (23), из (21) имеем

$$B_{\varphi}(\mathbf{r},\omega) = -\frac{eR^{2}}{2mc^{2}} \frac{\omega^{2}}{\omega_{p}^{2}} \frac{\sin\theta|\cos\theta|}{r}$$

$$\times \exp\left(i\frac{\omega}{c}r - \frac{\omega^{2}R^{2}}{4c^{2}}\sin^{2}\theta\right) \int_{-\infty}^{\infty} dt \mathbf{E}_{L}^{2}(t) \exp(i\omega t) \left[\left|\cos\theta\right| + \frac{\sqrt{\omega}}{\omega_{p}\sqrt{2}} \left(\sqrt{\sqrt{\omega^{2} + \nu_{s}^{2}} - \omega} - i\sqrt{\sqrt{\omega^{2} + \nu_{s}^{2}} + \omega}\right)\right]^{-1}$$

$$\omega > 0, \quad \pi/2 < \theta < \pi. \tag{24}$$

В соответствии с формулами (9)–(11) и (20) компоненты фурье-образа электрического поля связаны с азимутальной компонентой фурье-образа магнитного поля соотношениями  $E_{\rho}(\mathbf{r}, \omega) = -B_{\varphi}(\mathbf{r}, \omega)|\cos \theta|$ ,  $E_{z}(\mathbf{r}, \omega) = -B_{\varphi}(\mathbf{r}, \omega)\sin \theta$ . Отсюда заключаем, что в волновой зоне электрическое поле низкочастотного излучения ориентировано в меридиональном направлении и по величине совпадает с магнитным полем, т.е.  $E_{\theta}(\mathbf{r}, \omega) = E_{\rho}(\mathbf{r}, \omega)\cos \theta - E_{z}(\mathbf{r}, \omega)\sin \theta = B_{\varphi}(\mathbf{r}, \omega)$ .

Найдем энергию низкочастотного излучения, которая переносится через единичную площадку за все время генерации. Эта энергия дается интегралом по времени от вектора Пойнтинга

$$\frac{c}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty} dt [\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\mathbf{B}(\mathbf{r},t)] = \frac{c}{4\pi^2} \int_{0}^{\infty} |B_{\varphi}(\mathbf{r},\omega)|^2 d\omega. \quad (25)$$

В соответствии с соотношением (25) для энергии, излучаемой в элемент телесного угла  $dO = 2\pi \sin\theta d\theta$  и в интервал частот  $d\omega$ , имеем

$$dW(\omega,\theta) = \frac{cr^2}{4\pi^2} |B_{\varphi}(\mathbf{r},\omega)|^2 d\omega dO, \quad \omega > 0.$$
 (26)

Согласно формулам (24) и (26), распределение энергии по спектру зависит не только от физических характеристик проводника, но и от формы импульса лазерного излучения. Рассмотрим подробнее спектральный состав генерируемого поля в часто обсуждаемом случае, когда форма импульса описывается распределением Гаусса:

$$\mathbf{E}_{L}^{2}(t) = E_{L}^{2} \exp(-t^{2}/\tau^{2}), \qquad (27)$$

где время  $\tau$  определяет длительность импульса  $t_p = 2\tau \sqrt{\ln 2}$ . В соответствии с соотношениями (24), (26) и (27) распределение энергии низкочастотного поля по углам и частотам описывается функцией

$$\frac{dW(\omega,\theta)}{d\omega dO} = \frac{4}{\pi^2} W_L^2 \frac{e^2}{m^2 c^5} \frac{\omega^4}{\omega_p^4} \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$\times \exp\left[-\frac{\omega^2}{2c^2} (L^2 + R^2 \sin^2 \theta)\right]$$

$$\times \left[\left(|\cos \theta| + \frac{\sqrt{\omega}}{\omega_p \sqrt{2}} \sqrt{\sqrt{\omega^2 + v_s^2} - \omega}\right)^2 + \frac{\omega}{2\omega_p^2} \left(\sqrt{\omega^2 + v_s^2} + \omega\right)\right]^{-1}, \quad (28)$$

где  $W_L = \sqrt{\pi} |\mathbf{E}_L|^2 R^2 L/8$  — энергия лазерного импульса, а  $L = c\tau$  — его характерная длина. Интегрируя выражение (28) по телесному углу dO с учетом того, что угол  $\theta$  изменяется в интервале  $\pi/2 \le \theta \le \pi$ , находим спектральное распределение энергии низкочастотного излучения

$$\frac{dW(\Omega)}{d\Omega} = \frac{8e^2}{\pi L} \frac{W_L^2}{m^2 c^4} \frac{I(\Omega)}{\omega_p^4 \tau^4}.$$
 (29)

В формуле (29) зависимость от безразмерной частоты  $\Omega = \omega \tau$  описывается функцией

$$I(\Omega) = \int_{\pi/2}^{\pi} d\theta \sin^3 \theta \cos^2 \theta |H(\Omega, \theta)|^2, \qquad (30)$$

$$H(\Omega, \theta) = \Omega^{2} \exp\left\{-\frac{\Omega^{2}}{4}\left[1 + \frac{R^{2}}{L^{2}}\sin^{2}\theta\right]\right\} \left[|\cos\theta| + \frac{\sqrt{\Omega}}{\omega_{p}\tau\sqrt{2}}\sqrt{\sqrt{\Omega^{2} + \gamma^{2}} - \Omega} - \frac{i\sqrt{\Omega}}{\sqrt{2}\omega_{p}\tau}\sqrt{\sqrt{\Omega^{2} + \gamma^{2}} + \Omega}\right]^{-1}, \quad (31)$$

где параметр  $\gamma = \nu_s \tau$  характеризует соотношение между временем свободного пробега электронов и длительностью импульса. График функции (30) представлен на



**Рис. 1.** Спектральное распределение энергии низкочастотного излучения. Сплошные кривые построены при  $\gamma = 4$  и для трех значений отношения R/L: I - 0.5, 2 - 1, 3 - 2. Штриховые кривые отвечают R = L и двум значениям параметра  $\gamma$ :  $2a - \gamma = 0.25$ ,  $2b - \gamma = 16$ . Все кривые построены при  $\omega_p \tau = 100$ .

рис. 1 для  $\omega_p \tau = 100$  и нескольких значений параметров R/L и  $\gamma$ . Сплошные кривые отвечают  $\gamma = 4$  и трем значениям отношения R/L: 0.5, 1 и 2. Согласно рис. 1, спектр излучения имеет широкий максимум. Как видно из формул (30), (31) и рис. 1, при острой фокусировке лазерного излучения, когда  $R \ll L$ , максимум в спектре приходится на частоту

$$\omega_{\rm max} \approx 2/\tau.$$
 (32)

Увеличение размера фокального пятна приводит к смещению спектральной полосы в область низких частот (см. сплошные кривые I-3 на рис. 1). Штриховые кривые на рис. 1 построены при R = L для двух значений параметра  $\gamma$ : 0.25 и 16. Как видно из рис. 1, увеличение частоты столкновений электронов приводит к незначительному уменьшению спектральной плотности энергии излучения. Относительно слабое влияние столкновений на функцию  $I(\Omega)$  является следствием большой величины плазменной частоты по сравнению с обратной длительностью импульса.

Интегрируя выражение (28) по частотам, найдем распределение энергии низкочастотного излучения по углам

$$\frac{dW(\theta)}{dO} = \frac{4e^2}{\pi^2 L} \frac{W_L^2}{m^2 c^4} \frac{J(\theta)}{\omega_n^4 \tau^4},$$
(33)

где

$$J(\theta) = \sin^2 \theta \cos^2 \theta \int_0^\infty d\Omega |H(\Omega, \theta)|^2.$$
(34)

График функции  $J(\theta)$  представлен на рис. 2. Кривые на рис. 2 приведены для тех же параметров, что и на рис. 1. При острой фокусировке лазерного импульса, когда R < L, низкочастотное излучение прижато к поверхности проводника (кривая 1). С увеличением размера фокального пятна диаграмма направленности излучения относительно поверхности проводника разворачивается в сторону нормали к поверхности (кривые 2 и 3 на рис. 2). При слабой фокусировке, когда  $R \gg L$ , излучение низкочастотной энергии происходит в основном в направлениях, близких к направлению нормали. Влияние столкновений на диаграмму направленности незначительно и представлено на рис. 2 пунктирными кривыми, нарисованными для R = L и  $\gamma$ , равных 0.25 и 16.

Полная энергия низкочастотного излучения находится интегрированием выражения (28) по частотам и углам

$$W = \frac{8e^2}{\pi L} \frac{W_L^2}{m^2 c^4} \frac{w}{\omega_p^4 \tau^4},$$
 (35)

где

$$w = \int_{0}^{\infty} d\Omega I(\Omega) = \int_{\pi/2}^{\pi} d\theta \sin \theta J(\theta)$$
$$= \int_{\pi/2}^{\pi} d\theta \sin \theta^{3} \cos^{2} \theta \int_{0}^{\infty} d\Omega |H(\Omega, \theta)|^{2}.$$
(36)

Зависимость энергии низкочастотного излучения (35), (36) от размера фокального пятна лазерного импульса R при фиксированных значениях энергии  $W_L$  и длительности  $\tau$  представлена на рис. 3. Энергия низкочастотного излучения максимальна при острой фокусировке лазерного излучения, когда выполняется условие  $R \ll L$ .



**Рис. 2.** Диаграмма направленности низкочастотного излучения. Сплошные кривые построены для  $\gamma = 4$  и трех значений R/L: 1 - 0.5, 2 - 1, 3 - 2. Пунктирные кривые отвечают R = L и двум значениям параметра  $\gamma$ :  $2a - \gamma = 0.25$ ,  $2b - \gamma = 16$ . Для всех кривых  $\omega_p \tau = 100$ .



**Рис. 3.** Зависимость полной нормированной энергии низкочастотного излучения от степени фокусировки лазерного импульса при фиксированной энергии  $W_L$  и длительности лазерного импульса  $\tau$ . Кривая построена при  $\omega_p \tau = 100$ ,  $\gamma = 4$ .



**Рис. 4.** Зависимость полной нормированной энергии низкочастотного излучения от безразмерной частоты столкновений электронов  $\gamma$  при фиксированной энергии  $W_L$  и длительности лазерного импульса  $\tau$ . Кривая построена при  $\omega_p \tau = 100$ , R = L.

Зависимость энергии излучения от частоты столкновений электронов представлена на рис. 4 для случая, когда R = L. Из рис. 4 следует, что с увеличением частоты столкновений электронов энергия низкочастотного излучения уменьшается на сравнительно небольшую величину.

Рассмотрим пространственно-временную структуру импульса низкочастотного излучения. Используя обратное преобразование Фурье по времени из формулы (24), находим выражение для компонент электромагнитного поля в волновой зоне

$$B_{\varphi}(\mathbf{r},t) = E_{\theta}(\mathbf{r},t) = -\frac{4e}{\pi L} \frac{W_L}{mc^2} \frac{\sin\theta|\cos\theta|}{r} \frac{H(\xi)}{\omega_p^2 \tau^2}, \quad (37)$$



**Рис. 5.** Пространственно-временная структура поля в импульсе низкочастотного излучения. Кривые построены при  $\omega_p \tau = 100, \ \gamma = 4$ . Кривые *1*-3 отвечают трем значениям отношения *R/L*: *1* — 0.5, *2* — 1, *3* — 2 и трем углам  $\theta$ : *1* —  $2\pi/3, \ 2 = 3\pi/4, \ 3 = 5\pi/6$ , которые соответствуют максимуму интенсивности излучения.

где функция  $H(\xi)$  имеет вид

$$H(\xi) = \operatorname{Re} \int_{0}^{\infty} d\Omega \exp(i\Omega\xi) H(\Omega, \theta).$$
(38)

Здесь введено обозначение  $\xi = (r - ct)/L$ . Графики функции (38) представлены на рис. 5 для различной степени фокусировки лазерного импульса R/L под такими углами  $\theta$ , которые соответствуют максимуму интенсивности излучения при данном отношении R/L (рис. 2). Пространственно-временной профиль импульса низкочастотного излучения приближенно соответствует второй производной по  $\xi$  от распределения Гаусса (см. (27)). Из формул (37), (38) и вида кривых на рис. 5 следует, что длительность низкочастотного сигнала сопоставима с длительностью лазерного импульса. При фиксированных значениях энергии и длительности лазерного импульса с уменьшением размера фокального пятна амплитуда низкочастотного сигнала увеличивается.

### Заключение

Выше рассмотрена генерация низкочастотного излучения при воздействии короткого сфокусированного лазерного импульса на проводник. Показано, что возбуждение низкочастотных полей, которые затем высвечиваются в вакуум, происходит в скин-слое проводника в результате пондеромоторного воздействия импульса высокочастотного излучения на электроны проводимости. В заключение приведем оценки для характерных параметров генерируемого низкочастотного излучения применительно к условиям возможных экспериментов. В качестве мишени рассмотрим полупроводник с плазменной частотой  $\omega_p \approx 3 \cdot 10^{14} \, {
m s}^{-1}$  и частотой столкновений электронов  $\nu_s \approx 10^{13} \, {
m s}^{-1}$ . Примем, что лазерный импульс с несущей частотой  $\omega_0 \approx 2 \cdot 10^{14} \, {
m s}^{-1},$ длительностью  $\tau \approx 100 \, \mathrm{fs}$  и радиусом фокального пятна  $R \approx 60 \,\mu\text{m}$  имеет интенсивность  $I_L \approx 10^{12} \,\text{W/cm}^2$ . В этих условиях энергия лазерного импульса составляет величину  $W_L \approx 20 \,\mu$ J. При таких параметрах из формулы (36) имеем  $w \approx 0.1$ , а энергия низкочастотного излучения (35) равна  $W \approx 0.15$  рJ. Коэффициент конверсии невелик:  $W/W_L \approx 0.7 \cdot 10^{-8}$ . В рассматриваемом случае максимум в спектре излучения приходится на частоту, близкую к 1.6 THz, а излучение максимально под углом, отличным от направления нормали на 24°. Отметим, что в металлах, где плазменная частота велика, эффективность генерации низкочастотного излучения при воздействии лазерного импульса существенно меньше.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 12-02-00744) и программы президиума РАН № 24.

### Список литературы

- [1] Аскарьян Г.А. // ЖЭТФ. 1962. Т. 42. Вып. 5. С. 1360-1364.
- [2] Hamster H., Sullivan A., Gordon S., White W. Falcone R.W. // Phys. Rev. Lett. 1993. Vol. 71. N 17. P. 2725– 2728.
- [3] Hamster H., Sullivan A., Gordon S., Falcone R.W. // Phys. Rev. E 1994. Vol. 49. N 1. P. 671–677.
- [4] Kadlec F., Kuzel P., Coutaz J.-L. // Opt. Lett. 2004. Vol. 29. P. 2674–2676.
- [5] Kadlec F., Kuzel P., Coutaz J.-L. // Opt. Lett. 2005. Vol. 30. P. 1402–1404.
- [6] Suvorov E.V., Akhmedzhanov R.A., Fadeev D.A., Ilyakov I.E., Mironov V.A., Shishkin B.V. // Opt. Lett. 2012. Vol. 37. P. 2520–2522.
- [7] Weiss C., Wallenstein R., Beigang R. // Appl. Phys. Lett. 2000. Vol. 77. P. 4160–4162.
- [8] Welsh G.H., Wynne K. // Opt. Express. 2009. Vol. 17. P. 470– 2480.
- [9] Фролов А.А. // Физика плазмы. 2007. Т. 33. Вып. 12. С. 1107–1116.
- [10] Урюпин С.А., Фролов А.А. // ЖЭТФ. 2012. Т. 141. Вып. 5. С. 1006–1020.
- [11] *Урюпин С.А., Фролов А.А. //* Квант. электроника. 2013. Т. 43. Вып. 12. С. 1132–1138.
- [12] Гуржи Р.Н. // ЖЭТФ. 1958. Т. 35. Вып. 5. С. 965-970.